GEODETISK MÄTNINGSKUNSKAP

AF

J. O. ANDERSSON,

LÄRARE VID KONGL. TEKNOL. INSTITUTET.

Med 236 figurer i träsnitt och på 9 stentrycksplancher.

STOCKHOLM.

ALBERT BONNIERS FÖRLAG.

ALB. BONNIERS BOKTRYCKERI 1876.

Förord till den digitala utgåvan

Detta är **Projekt Runebergs** digitala faksimilutgåva av en lärobok från 1876 i geodetisk mätningskunskap, det vill säga lantmäteri. Författaren var lärare, dels i mekanik, dels i geodesi och topografi, vid nuvarande KTH i Stockholm där han 1885 utnämndes till professor i mekanik.

Boken digitaliserades i juli 2004. Flera av illustrationerna är stora svarta ytor med tunna vita streck. De är svåra att läsa redan i den tryckta boken. För att göra det bästa av dem, har scanningen gjorts ljusare, vilket lett till att en del bilder med vita ytor och tunna svarta streck har blivit något otydliga.

*

Förteckning öfver tabeller.

*

*

Företal.

Med detta arbete har författaren sökt afhjelpa behofvet af en lärobok, som med hänsyn till fordringarne vid Kongl. Teknologiska Institutet tillräckligt fullständigt belyser de geodetiska instrumentens teori och användning. Det var först hans afsigt att endast skrifva en instrumentlära. Han insåg imellertid snart, att ämnet skulle genom en sådan inskränkning komma att allt för stympadt behandlas och har derför tillfogadt den afdelning, som sammanfattas under namnet mätningslära. Härvid befanns det nödigt att i denna afdelning utesluta den, af ett fåtal studerade, högre (sferiska) geodesien, för att derigenom ej ytterligare fördyra arbetet.

Då det af flera skäl ej lät sig göra att afhandla de olika yrkesmätningarne hvar för sig, och detta med hänsyn till arbetets uppgift för öfrigt ej torde hafva varit fullt lämpligt, har författaren valt en teoretisk indelningsgrund, enligt hvilken han hufvudsakligen sökt framhålla det gemensamma och väsendtliga hos ämnet för alla, som, med skilda praktiska syften, vilja studera dess grundbyggnad. En följd af denna indelningsgrund är, att åtskilliga, med anledning af vårt lands terrängförhållanden hos oss föga brukliga mätningssätt äfven blifvit afhandlade. Att så skett torde imellertid från en annan synpunkt låta försvara sig. I den mån egendomsvärden stiga, måste gränsen mellan mitt och ditt

skarpare bestämmas. Ehuru det grafiska mätningssättet alltid torde blifva förherrskande hos oss, får det tvifvelsutan i sinom tid vid många tillfällen grundas på en strängare stommätning än hittills eller ersättas af strängare mätningssätt. I England användes ej den grafiska metoden. I Tyskland börja många framstående geodeter — visserligen ej alltid utan teoretisk ensidighet — ej blott att yrka på, utan äfven att använda koordinatmätning, grundad på en föregående trigonometrisk stommätning.

Det metriska systemet har i arbetet blifvit användt; och för att underlätta öfvergången till detsamma, finnas alla vigtiga måttbestämmelser inom parentes i svenskt fotmått, samt äro reduktionstabeller i slutet af boken anbringade. Åtskilliga andra i arbetet befintliga tabeller torde i ej obetydlig mån öka dess praktiska användbarhet.

De bästa äldre och nyare verk inom den geodetiska literaturen hafva af författaren blifvit rådfrågade; och äfven om han det oaktadt ej alltid kunnat så kritiskt och omsorgsfullt förfara som önskligt varit, så vågar han dock hoppas, att detta arbete måtte välvilligt bedömas och att det måtte kunna gagna icke blott vid, utan äfven utom det läroverk, hvarför det egentligen är afsedt.

Stockholm i September 1876.

FÖRFATTAREN.

*

Inledning.

Geodesien har till ändamål, dels att förskaffa oss en noggran kännedom om jordkroppens grundform, dels att i bestämd skala gifva oss afbildningar, vare sig i plan eller profil, af större eller mindre delar af jordytan. Dessa ändamål vinnas genom mätnings- och räkneoperationer i eller utan samband med grafiska konstruktioner.

Geodesien får en olika karakter allt efter som den företrädesvis tjenar vetenskapliga eller rent praktiska intressen. Man plägar med anledning häraf skilja mellan den *högre* och den *lägre* geodesien.

Den högre (sferiska eller sferoidiska) geodesien lär oss att bestämma jordkroppens grundform samt, när det gäller ett helt lands uppmätning, att förlägga och bestämma det hufvudnät af punkter, hvilka skola tjena såsom utgångs- och kontrollpunkter för följande mätningar.

Den lägre (plana) geodesien, lär oss att verkställa detaljmätningar och derför erforderliga stommätningar, vare sig att de stå i samband med föregående mätningar eller äro alldeles fristående.

Det är ej likgiltigt i hvilken ordning de geodetiska mätningsoperationerna företagas. Likasom det enkla problemet, att med passare indela en meter i millimeter endast kan på ett praktiskt sätt lösas, genom att metern först halfveras, derpå indelas i decimeter, så i centimeter, o. s. v., så kan en fullständig uppmätning af ett helt land endast lyckas, om man först med vetenskaplig skärpa bestämmer ett erforderligt antal af öfver hela landet fördelade hufvudpunkter, derpå från dessa bestämmer andra, mera tätt liggande punkter och så undan för undan, tills man kommer till detaljerna.

Valde man ett motsatt förfarande, d. v. s. började med detaljmätningarne, begick man samma fel, som då man omedelbart sökte afsätta millimeterstrecken, när en meter skulle med

passare indelas i millimeter. Endast genom att gradvis

öfvergå från *det stora* till *det lilla* blir det möjligt, att vid geodetiska mätningar kontrollera och utjemna mätningsfelen.

Af det föregående framgår, att gränsen mellan den högre och lägre geodesien är svår att bestämma. Såsom en väsendtlig skilnad kan dock anföras, att den förra beaktar, den senare lemnar utan afseende jordytans buktiga form. Den högre geodesiens vetenskapliga syften förutsätta dessutom noggrannare instrument och omsorgsfullare mätnings- och räkneoperationer än den lägre geodesiens rent praktiska syften Somliga författare låta geodesien endast omfatta de vetenskapliga mätningarne och anse de för praktiska ändamål verkstälda höra till *topografien*. Andra åter, påpekande det ohållbara häri, sammanfatta under det alltför vidsträckta ordet *mätningskunskap* såväl den högre som den lägre geodesien..

Innan vi öfvergå till en närmare redogörelse för de geodetiska mätningsinstrumentens teori och användning, torde det vara lämpligt, att under en orienteringsfärd på geodesiens område angifva de vigtigaste instrumentens platser och bestämmelser.

Med afseende på arbetets fördelning inom geodesien särskiljer man:

1) de erforderliga mätningsoperationerna och

2) framställningen af dessas resultat.

Hvad mätningsoperationerna beträffar, hafva vi att beakta: *mätningar i horisontalplanet och mätningar i vertikalplanet.*

Mätningar i horisontalplanet. Enligt hvad nyss blifvit antydt, gå de högre geodetiska mätningarne ut på att med stor noggranhet bestämma ett färre antal af öfver hela landet fördelade punkter. Dessa punkter utväljas på så stort afstånd från hvarandra, som terrängförhållanden samt en med instrument såvidt möjligt är skärpt synvidd tillåta, och helst så, att de bilda knutpunkter i ett nät af närmevis liksidiga trianglar. Hithörande mätningsoperationer pläga sammanfattas under namnet *triangelmätning* och bestå uti, att man bekantgör sig erforderliga storheter, för att kunna beräkna triangelsidorna och med kännedom af dem punkternas koordinater, hänförda till en af dessa punkter — vanligen landets observatorium — såsom origo för ett axelsystem, hvars axlar äro punktens meridian och en deremot vinkelrätt gående storcirkelbåge.

Den första storhet, man har att uppmäta vid en triangelmätning, är en *baslinie*, från hvilkens ändpunkter vinkelmätningar kunna begynna. Den baslinie, som skall läggas, till grund för ett triangelnät af högre ordning, måste

uppmätas med all möjlig noggranhet, under användning af de finaste längdmätnings-instrument samt under iakttagande af alla omständigheter, som på resultatet kunna utöfva inflytande. Man använder härvid ett system af *basstänger* — vanligen fyra till antalet. Dessa basstänger, som, på det att deras temperatur och deraf beroende förändringar samt deras lutning mot horisonten må kunna uppmätas, äro försedda med termometrar och vattenpass, läggas på en slags bockar efter hvarandra i basliniens riktning. När basmätningen är afslutad, göras alla de korrektioner, som till följd af mätningssätt och temperaturvexlingar äro behöfliga, och slutligen reduceras baslinien till medie-hafsytans klot. Naturligtvis är denna linie i det närmaste en cirkelbåge.

Förr uppmättes långa baslinier; numera uppgå de sällan till en half svensk mil. Såsom exempel på noggranheten vid hithörande mätningar kan anföras, att skilnaden mellan resultaten vid två mätningar af en nära 9000 fot lång baslinie på Axevalla i Vestergötland, ej uppgick till mer än två tredjedels linie.

I basliniens ändpunkter mätas sedermera de vinklar, som densammas vertikalplan bildar med de vertikalplan, hvari syftlinierna till närmaste triangelpunkter äro belägna. Likartade vinkelmätningar utföras med *teodoliten*, hvilken, som bekant, är ett projektions-instrument, hvarmed såväl horisontal- som vertikalvinklar, d. v. s. vinklars såväl horisontal- som vertikalprojektioner kunna mätas. Det är imellertid ej nog att bestämma de båda vinklarne vid basen, för att kunna beräkna hithörande trianglar, ty dessa, hvilkas sidor uppgå till 20 à 60 kilometer (2 à 6 sv. mil) och derutöfver, hafva så stor utsträckning, att de, såsom varande sferiska trianglar, ej kunna såsom plana behandlas. En sferisk triangel har nämligen vinkelsumman större än 180°, och det i samma mån som triangeln är stor. Derför måste äfven den tredje vinkeln mätas — detta imellertid äfven af andra skäl. Man vill nämligen hafva alla vinklar så skarpt bestämda, att målet endast kan vinnas, genom att med sannolikhetskalkylen till hjelp göra en felutjemning på grund af många observationer. Af denna anledning mätes i trianglar af *första ordningen*, hvarom här är fråga, hvarje vinkel 30 à 60 gånger. Hafva på detta sätt de trianglar, hvari baslinien ingår såsom sida, blifvit bestämda, så kunna deras andra, nu bekanta sidor i sin ordning tjena såsom baser för andra trianglar — och så undan för undan, såsom närstående figur utvisar. Sedan baslinien är uppmätt förekomma alltså endast vinkelmätningar.

Vid triangelmätning af första ordningen understiger numera vanligen vinkelfelet en sekund, en noggranhet, hvarom man får en föreställning deraf, att på ett afstånd af 20626 meter (fot) en decimeter (tum) ses under en vinkel af en sekund.

Äro alla triangelsidorna i nätet beräknade, så följer beräkning af samtlige punkternas koordinater till ett axelsystem, hvilket, som redan blifvit nämndt, består af origos meridian och en deremot vinkelrätt liggande stor-cirkelbåge. Härför erfordras likväl, att en af de från origo utgående sidornas *azimutvinkel* — den vinkel som sidan bildar med origos meridian — äfven blifvit bestämd. Dessa koordinater, likasom triangelsidorna utgöras naturligtvis af cirkelbågar på basliniens, d. v. s. mediehafsytans klot.

För att gifva en idé om ett dylikt triangelnäts vetenskapliga betydelse, må i korthet redogöras för bestämningen af jordradiens storlek och variabilitet, eller, hvad som är detsamma, bestämningen af den meridianbåglängd, som svarar mot en vinkel af en grad. De för detta ändamål afsedda mätningar sammanfattas med anledning häraf under namnet *gradmätning*. Är ett triangelnät förlagdt i meridianriktningen, så kan påtagligen längden af den meridianbåge, som afskäres af detta nät (*ab* i föreg. figur), beräknas. Bestämmas sedan astronomiskt dess ändpunkters *latituder* (med en orts latitud förstås, som bekant, den vinkel, som dess jordradie bildar med eqvatorsplanet), så äro enligt vidstående figur bågen *ab* samt vinklarne *aoc* och *boc* bekanta. Om för den således äfven bekanta vinkeln *boa* båglängden i enhetscirkeln betecknas med w, så är $rw = ab$ eller $r = ab/w$.

I sjelfva verket är på grund af meridianliniens ovala form formeln för jordradiens beräkning mera komplicerad. Vi hafva härmed endast velat approximativt antyda densamma. Är imellertid jordradien bestämd för på hvarandra följande delar af meridianlinien, så är denna kroklinies natur gifven. Ehuru dessa mätningar ännu på långt när ej äro afslutade, så har man redan funnit, att meridianlinien är en ellipsen sig närmande oval kroklinie. Den längsta uppmätta meridianbåge

torde vara den rysk-skandinaviska, som upptager den aktningsvärda längden af 25 ½ latitudgrader, motsvarande en sträcka af 382,5 geografiska mil.

Skall triangelnätet af första ordningen läggas till grund för uppmätningen af ett helt land, så anslutes till detsamma ett nät af mindre trianglar, trianglar af *andra ordningen*, hvilka bilda en öfvergång till ännu mindre, eller dem af *tredje ordningen*. Trianglar af tredje ordningen äro vanligen så små, att de kunna såsom plana betraktas. Man anknyter till hithörande punkter detaljmätningen, dels genom en *triangelmätning* af *fjerde ordningen*, dels genom *bruten liniemätning*, hvarvid slutna eller icke slutna polygoners sidor och vinklar mätas, dels ock genom en *grafisk triangelmätning*.

Triangelmätning af fjerde ordningen och isynnerhet bruten liniemätning användas när detaljpunkterna skola bestämmas genom *koordinatmätning*. Koordinatmätningen består uti, att punkters ordinater till triangel- eller polygonsidorna och motsvarande abskisslängder mätas och i ett protokoll antecknas, som, sedan samtlige triangel- och polygonpunkter blifvit genom sina koordinater kartlagda, lägges till grund för detaljernas kartläggning. Vid koordinatmätning användes *landtmäterikedjan* för mätning af längder och *korstaflan, vinkelspegeln* eller *prisman* för utsättning af räta vinklar.

Grafisk triangelmätning och understundom triangelmätning af fjerde ordningen användes i händelse af *grafisk detaljmätning*. Innan den grafiska triangelmätningen kan taga sin början, måste först de trigonometriskt bestämda triangelpunkterna, medelst sina koordinater, uti bestämd skala kartläggas. Med anledning af omöjligheten att exakt kunna afbilda den buktiga jordytan på ett plant papper, så måste man söka använda de *projektions-* och *utbredningsmetoder*, som med hänsyn till landets läge lemna den minsta förskjutningen. De härvid erhållna kartbladen indelas uti *mätblad*, af hvilka hvarje bör innehålla minst två, men helst flera triangelpunkter. Dessa mätblad spännas sedan å ett på stativ hvilande *mätbord.*

Den grafiska triangelmätningen utföres med *tub-linial* eller *diopter-linial* — syftinstrument, vid hvilka syftlinien är parallel med en till instrumentet hörande linial. Uppställes mätbordet först öfver den ena och sedan öfver den andra af två triangelpunkter, så att vid båda tillfällena punkten på bordet ligger lodrätt öfver motsvarande stationspunkt, och baslinien på bordet (sammanbindningslinien för punkterna på bordet) är parallel med baslinien på terrängen (sammanbindningslinien för punkterna på terrängen), så blifva, om från

båda stationerna kringliggande punkter insyftas och motsvarande linier utefter linialkanten dragas, trianglar i den gifna skalan uppritade, hvilka äro likformiga med dem på terrängen. Sistnämnde punkter blifva således i och med mätningsoperationerna kartlagda.

Den grafiska detaljmätningen försiggår under stationering uti de genom triangelmätning af fjerde ordningen, eller genom grafisk triangelmätning bestämda punkterna, och utföres på samma sätt som grafisk triangelmätning. Härvid kan man äfven med fördel betjena sig af *distansmätare* — ett syftinstrument, som omedelbart angifver afstånd — om densamma är försedd med linial. I så fall afsättes det af instrumentet angifna afståndet till ett föremål från stationspunkten på bordet utefter den med syftlinien parallela linialkanten.

Koordinatmätning och grafisk detaljmätning utesluta ej hvarandra, utan användas ofta samfäldt.

Till grund för en fristående planmätning af större utsträckning lägges med fördel en triangelmätning af fjerde ordningen eller en bruten liniemätning. Härför nödiga basmätningar verkställas med enkla *träbasstänger*, metallbeslagna för ändarne.

Hvad beträffar den noggranhet, som vid detaljmätningarne bör eftersträfvas, så gäller i allmänhet såsom regel, att den bör harmoniera med den skala, hvari kartläggningen skall ega rum. Om man antager, att bredden af ett medelfint blyerzstreck är 0,1 m. m. (0,03 lin.), så är felgränsen för afståndsbestämning till enstaka detaljpunkter vid skalorna $1/100000$, $1/10000$, $1/1000$ lika med respektive 10, 1 och 0,1 meter. När man derför mäter i liten skala, kan afståndsbestämningen för detaljpunkter ske approximativt, såsom genom *stegning*, etc.

Mätningar i vertikalplanet. Höjdmätning verkställes med *teodolit, avvägningsinstrument, sammansatt distans- och höjdmätningsinstrument* och *barometer*. Man skiljer med anledning häraf mellan *trigonometrisk höjdmätning, afvägning* och *höjdmätning med barometer.*

Den trigonometriska höjdmätningen, som hufvudsakligen användes för att bestämma höjdskilnaden mellan triangelpunkter, eger rum i samband med vinkelmätningen i horisontalplanet och grundar sig på, att, när det horisontela afståndet a mellan två punkter (triangelsidans längd) är kändt, man blott behöfver känna zenitvinkeln z (den vinkel, som punkternas sammanbindningslinie bildar med stationspunktens lodlinie), för att kunna beräkna höjdskilnaden mellan dessa punkter. Lemnas såväl jordytans buktiga form, som ljusstrålarnes refraktion utan afseende, så låter detta helt enkelt

göra sig ur $x = a \cot z$. Formeln är imellertid för noggranna och på större afstånd företagna mätningar ej så enkel; ty då måste dels afseende fästas vid jordytans buktighet, dels, alldenstund atmosferens täthet varierar med höjden öfver jordytan, och ljusstrålarne med anledning häraf brytas — häraf oriktiga zenitvinklar — en korrektions-koefficient införas.

Skall en fullständig höjdmätning af ett land genomföras, så begagnas de trigonometriskt höjdmätta triangelpunkterna såsom utgångspunkter för detalj-höjdmätningar, som verkställas med afvägningsinstrument eller ock med ett sammansatt distans- och höjdmätningsinstrument.

Höjdmätning med afvägningsinstrument kan endast ega rum på korta afstånd — sällan öfver 300 meter; dock kan äfven på detta sätt genom på hvarandra följande stationeringar, höjdskilnaden mellan två aflägset från hvarandra belägna punkter bestämmas. Afvägningsinstrumentet är ett syftinstrument, som beqvämt medgifver syftliniens inställning i horisontalplanet. Afvägningen består uti att med horisontel tub syfta och afläsa på en graderad och besiffrad stång, som uppställes i de punkter, hvilkas höjdskilnader sökas. Skilnaden mellan afläsningstalen för två punkter angifver påtagligen dessa punkters höjdskilnad.

Emedan barometern angifver atmosfertrycket, och detta enligt bestämd lag aftager med höjden öfver jordytan, så kan barometern användas för höjdbestämning.

Höjdmätning med barometer medgifver ej den noggranhet som föregående höjdmätningssätt; dock har man på senare tider med hänsyn till instrumentets mätningsprincip uppnått ganska skarpa resultat. Höjdskilnader på 500 à 1000 meter kunna bestämmas på 2 à 5 meter när. Små *aneroidbarometrar* i västficksformat, hafva på senare tider börjat användas vid undersökningsmätningar och kunna angifva smärre höjdskilnader på 3 à 4 meter när.

Horisontalmätningarnes resultat framställas dels såsom ordnade, genom räkneoperationer erhållna sifferuppgifter, dels genom *kartläggning*.

Kartläggningen har till ändamål, att på ett åskådligt och tydligt sätt framställa mätningarnes resultat. En karta kan imellertid aldrig göras till en fullt trogen afbild af jordytan, emedan denna, varande en buktig yta, hvarken låter sig till ett plan utvecklas eller på ett sådant oförändradt projiceras. Kartor blifva på grund häraf mer falska i samma mån som de omfatta större delar af jordytan. På plankartor, som endast upptaga små delar af jordytan, utöfvar dess buktighet ej något beaktansvärdt inflytande; men på en karta, som omfattar ett helt land, måste man med hänsyn till landets läge söka använda den projektions- eller utbredningsmetod, som medför minsta afvikelsen.

Ändamålet med en genomförd uppmätning och kartläggning af ett helt land, är i första hand att erhålla en *stomkarta* (konturkarta), som sedermera kan läggas till grund för specialkartor — vare sig att dessa äro afsedda att tjena militära, ekonomiska eller geologiska intressen. På stomkartan inläggas nämligen sedermera de detaljer, som för det speciela ändamålet äro af intresse.

Enligt hvad förut blifvit antydt, kartläggas triangelpunkterna genom sina, med hänsyn till det antagna projektions- eller utbredningssystemet beräknade koordinater, och detaljerna genom uppmätta koordinater eller i och med grafiska mätningsoperationer. För att tydligt kunna framställa de föremål, som en karta skall innehålla, måste särskildt öfverenskomna beteckningssätt, bestående i olika färger, gränslinier, stilar, o. s. v., användas.

Ytinnehåll måste vid alla på grafiskt sätt upprättade kartor uttagas på sjelfva kartan. Detta göres med tillhjelp af små ytmätningsinstrument, som gemensamt benämnas *planimetrar*. Vid de genom koordinatmätning upprättade kartorna, kunna ytinnehåll oberoende af den grafiska mätningsmetodens ofullkomligheter på grund af mätningsprotokollet beräknas.

För att kopiera en karta, vare sig i samma eller annan skala, betjenar man sig af instrument, som pläga benämnas *transportörer*.

Höjdmätningarnes resultat framställas dels genom på kartan skrifna *höjdsiffror*, dels genom *nivåkurver*, dels ock genom *profiler*.

Som de påskrifna höjdsiffrorna ej på ett åskådligt sätt framhålla terrängens höjdförhållanden, användas, när en sådan åskådlighet eftersträfvas, nivåkurver. Dessa utgöras af jordytans skärningslinier med horisontela, på lika afstånd från hvarandra liggande planer. Alla punkter på en sådan kurva hafva således samma höjd; och genom sina inbördes lägen i förhållande till hvarandra, åskådliggöra dessa kurver terrängens höjnings- och sänkningsförhållanden — brantare terräng, i den mån på hvarandra följande kurver ligga hvarandra nära och tvärtom. För att för det oinvigda ögat underlätta uppfattningen, brukas ofta en på kurv-afstånden grundad *schaffrering*. Nivåkartor upprättas beqvämast med en för höjdmätning inrättad distansmätare.

Linieafvägningar åskådliggöras lämpligast genom profiler — vertikala ytors skärningslinier med jordytan.

*

Första kapitlet.

Mätningsinstrumentens vigtigaste organ.

1. Innan vi öfvergå till de egentliga mätningsinstrumenten, torde det vara lämpligt att först sysselsätta oss med några vigtiga organ, som ofta på dem äro anbringade, eller som vid geodetiska mätningar på ett eller annat sätt ofta finna användning. Vi hafva såsom sådana att beakta: hjelpmedel för inställning i lodlinien eller i horisontalplanet, hjelpmedel för att skarpt angifva eller bestämma riktningar, samt hjelpmedel för noggran bestämning af längder och vinklar.

Hjelpmedel för inställning i lodlinien och i horisontalplanet.

2. För att kunna med noggranhet angifva lodliniens eller horisontens riktning äfvensom för att understundom mäta små lutningsvinklar mot lodlinien eller horisonten betjenar man sig af sättvågen och vattenpasset, hvilka, ehuru af betydligt olika utseende, teoretiskt stå hvarandra så nära, att de i detta hänseende kunna samtidigt behandlas.

Om man har en ihålig cirkelring, uti hvilken en materielt homogen kula kan fritt röra sig, så bibehåller denna kula, när ringen vrides i vertikalplanet kring sin axel, förutsatt att all friktion är upphäfd, samma plats i ringen; och linien, som ringens och kulans centra bestämma,

sammanfaller med lodlinien. Hafva (fig. 1) fyra punkter *a, b, c* och *d* blifvit så bestämda på ringen, att *ab* och *cd* äro två mot hvarandra vinkelräta diametrar, så kommer, om ringen vrides till kulans centrum sammanfaller med *a, ab* att angifva lodliniens och *cd* att angifva horisontens riktning.

Fig. 1.

Är ifrågavarande ring fyld med en vätska, dock ej helt och hållet utan så, att en liten gasblåsa uppkommit, så eger vid dess vridning i vertikalplanet samma förhållande rum med blåsan som med kulan, likväl med den skilnad, att den förra i motsats till den senare söker högsta punkten af ringen. Således komma *ab* och *cd* att angifva lodlinien och horisonten, när *a* sammanfaller med blåsans midtpunkt.

Men icke nog härmed; kulan och blåsan angifva ock lutningsvinklar. Om nämligen ringen är graderad, så kan i båda fallen lutningsvinkeln φ, som *ab* bildar med lodlinien och *cd* mot horisonten, afläsas.

Af kulan begagnar man sig vid den för rent praktiska ändamål afsedda sättvågen; af blåsan åter vid det för noggranna mätningar afsedda vattenpasset. Intetdera af dessa instrument har imellertid i verkligheten det utseende, som förevarande, sammanhanget dem imellan visande figur antyder, utan äro de, ehuru ej teoretiskt förändrade, gjorda mera praktiskt användbara. Vi finna derför vid sättvågen kulan eller lodet fastade med ett snöre i en fix punkt, hvarigenom ringen undvikes, samt vid vattenpasset endast en mindre del af ringen använd.

Sättvågen.

3. Vid detta instrument, som finnes afbildadt i fig. 2, måste punkten p så bestämmas, att linien op är parallel med linialkanten ab och bildar rät vinkel med linialkanten ac. Under förutsättning att ab och ac äro mot hvarandra vinkelräta, bestämmes punkten p på följande sätt: Man uppställer sättvågen på ett efter ögat horisontallagdt plan (fig. 3) och utmärker punkten p_1, omställer sättvågen och utmärker punkten p_2. Emedan p_1op_2 är dubbelt så stor som planets lutningsvinkel mot horisonten, så blir p bestämd, om p_1p_2 halfveras.

Om man på ömse sidor om p afsätter delningsstreck, teoretiskt eller praktiskt bestämda, så kunna äfven lutningsvinklar mätas; dock begagnas instrumentet, som föröfrigt uppträder i många former, oftare för att utsätta än för att uppmäta sådane.

Fig. 2.Fig. 3.

Rörvattenpasset.

4. Rörvattenpasset består af ett — vanligen uti en messingsdosa inneslutet — böjdt glasrör, i hvilket, till följd af att det ej helt och hållet är uppfyldt af vätska, en lättrörlig gasblåsa smyger sig mot dess uppåt vända sida och dervid alltid sträfvar att ställa sig så högt som möjligt. Enligt hvad redan blifvit antydt måste detta rör vara böjdt efter en cirkelbåge. Förr uppnåddes detta på så sätt, att glasröret upphängdes vid båda ändarne öfver glödande kol, hvarvid det genom sin egen tyngd cirkelformigt böjdes. Numera erhålles genom slipning, ehuru med mer besvär, ett noggrannare resultat, och hafva så förfärdigade rör, som alltid användas på fina instrument, den form, som fig. 4 antyder.

Fig. 4.

Till grofva vattenpass användes sprit, till fina svafveleter. Röret fylles härmed vid vanlig temperatur, tills ett litet rum återstår och uppvärmes sedan, nerstucket i ett sandbad, tills vätskan så utvidgat sig, att den helt och hållet uppfyller detsamma. Tillsmältes röret i detta ögonblick, så uppkommer vid påföljande afsvalning till vanlig temperatur blåsan, som således innehåller gas af den vätska, hvarmed röret blifvit fyldt. Förr begagnades ej annan vätska än

vatten, och blåsan bestod då af vattenånga eller luft. Dessa vattenpass voro betydligt underlägsna föregående, såväl på grund af mindre lättrörlig blåsa, som genom uppkomsten af" farliga spänningar i rören.

5. Blåsans utslag. Med *normalpunkt* (n i fig. 4) förstås den punkt å rörets högsta inre generatris — vare sig att denna punkt är utsatt eller ej — med hvilken blåsans midtpunkt sammanträffar, då instrumentet angifver horisonten. För att man må kunna med skärpa observera när detta eger rum, äfvensom afläsa lutningsvinklar, är röret graderadt på ömse sidor om denna punkt. Vid gröfre vattenpass består graderingen uti ett färre antal symetriskt till normalpunkten liggande streck; vid finare är den fullständig och gjord i bestämd skala — vanligen pariserlinier.

Med vattenpassets *axel* (va i fig. 4) brukar man förstå tangenten i normalpunkten till den inre generatris, hvarå denna punkt är belägen. När axeln är horisontel sammanfaller blåsans midt med normalpunkten. Blåsan ligger då mellan två symetristreck och säges *spela in*. I motsatt fall kallas afståndet från blåsans midt till normalpunkten för *utslaget*. Dess storlek kan på grund af graderingen i skaldelar uppskattas genom afläsning vid blåsans båda ändar.

6. Känslighet. Med ett vattenpass' känslighet förstår man förhållandet mellan utslaget och axelns häremot svarande lutningsvinkel.

Fig. 5. Om (fig. 5) utslaget betecknas med a, lutningsvinkeln med φ samt rörbågens radie med r, så kan följande analogi uppställas:

$a{:}2\pi r = \varphi'{:}360 \cdot 60$ hvaraf

$a/\varphi' = r/3437{,}75 = r/\rho'$Det må en gång för alla påpekas, att med ρ förstås i det följande reduktionskonstanten för båge och vinkel samt att

$180/\pi = 57{,}2958 = \rho^0$

$180 \cdot 60/\pi = 3437{,}75 = \rho'$

$180 \cdot 60 \cdot 60/\pi = 206265 = \rho''$. (1).

Häraf framgår att känsligheten växer med radien. Gjordes r oändligt stor,

blefve utslaget äfvenledes oändligt stort. Röret vore då cylindriskt; blåsan skulle vid minsta vridning löpa från den ena ändan till den andra — och vattenpasset vore obrukbart. Ofvanstående känslighetsformel angifver antalet skaldelar, som svara mot en minuts vinkel.

Såsom exempel på känsligheten hos vattenpass må anföras, att af två till en teodolit vid teknologiska institutet hörande vattenpass, det ena har till utslag 6¼ och det andra 11 skaldelar på en minuts vinkel. Vid det förra motsvaras alltså en skaldel af 10,4, vid det senare af 5,5 sekunder. Dessa vattenpass höra imellertid på långt när ej till de känsligaste.

Vill man beräkna krökningsradien hos ofvannämnde vattenpass, så blir, under antagande att skaldelen är lika med en pariserlinie samt att en meter är 443 pariserlinier, för det förstnämnda

$r = 3437{,}75 \cdot 6{,}25/443 = 49$ meter

samt för det andra

$r = 3437{,}75 \cdot 11/443 = 85$ meter.

I praktiken kan i allmänhet antagas, att en skaldel motsvarar vid fina höjdmätningsinstrument 2″ — 4″, vid stora teodoliter 3″ — 10″ samt vid de vanliga fältmätningsinstrumenten 10″ — 80″. Om man betänker att afläsning kan ega rum på ⅛ à ¹⁄₁₀ af en skaldel, så inses att fina vattenpass medgifva afläsning af lutningsvinklar på bråkdelen af en sekund när Om storleken af en sekunds vinkel får man ett begrepp deraf, att denna vinkel inneslutes mellan de 20 626 meter (fot) långa sidorna i en likbent triangel, hvars tredje sida är en decimeter (en tum)..

I allmänhet sträfvar man efter att ej få känsligare vattenpass, än hvad behofvet påkallar, ty ju känsligare desto besvärligare att få blåsan att spela in. Deremot söker man i en annan bemärkelse, nämligen med afseende på blåsans lättrörlighet, hvad beträffar friktionsförhållanden, att få känsligheten så stor som möjligt. Med anledning häraf anses blåsans längd ej böra öfverstiga en tredjedel samt ej understiga en femtedel af rörlängden. Långa blåsor äro under i öfrigt lika förhållanden lättrörligare än korta.

7. Temperaturens inflytande. Blåsans storlek ändras med temperaturen. Detta medför endast olägenhet när röret är utsatt för lokal afkylning eller uppvärmning, i hvilket fall

blåsan ej utvidgar eller sammandrager sig symetriskt. Vid

noggranna mätningar bör man derför skydda röret mot solstrålar och andedrägt samt fatta det så, att ej lokal uppvärmning kommer i fråga, och dessutom på sätt som i 10—3) är visadt bestämma utslaget ur afläsningar vid blåsans båda ändar.

De fina vattenpassen på nyare precisionsinstrument finner man, med anledning af berörde förhållande, ofta inneslutna uti trädosor.

8. Rörets infattning. Röret infattas på olika sätt, allt efter som vattenpasset skall vara liggande, stående eller hängande, afsedt för horisontalställning af ett plan eller en tub.

Fig. 6.

Fig. 6 visar ett liggande vattenpass, afsedt för horisontalinställning af ett plan. Som synes, är röret inneslutet i en hylsa, hvilken upptill har en erforderlig urtagning, för att graderingen må synas. Denna hylsa är förmedelst ett charnier *e* och en skruf *j* förbunden med en linial. Sistnämnde skruf, som motverkas af en stark spiralfjeder, är afsedd för vattenpassets justering, d. v. s. den tjenar till att bringa dess axel till parallelism med linialens hvilplan. I stället för en skruf med åtföljande fjeder användas äfven två skrufvar, som, verkande i motsatta riktningar, läsa mot hvarandra. Äfvenledes finner man justerskrufven direkt verkande på röret, som då genom en fjeder pressas mot honom. Hylsan är i så fall orubbligt fästad vid underlaget.

Fig. 7.

Fig. 7 visar en finare infattning, lämplig när rörombyte ofta kommer i fråga. Röret hvilar här uti en halfcirkelformad ränna på mellanlagda stanniolskifvor och fasthålles af två byglar medelst klämskrufvarne c och c_1. Till venster visas

justerinrättningen i vertikal led; till höger en tillställning, hvarigenom röret kan förskjutas i horisontel led, om dess axel skulle ligga skeft i förhållande till underlaget. Detta senare utgöres här af två fötter med sådan urtagning, att vattenpasset lämpar sig för horisontal-inställning af en tub eller en axel. Man kallar ett dylikt vattenpass för *ryttarvattenpass*. När detsamma är justeradt, bör dess axel vara parallel med de tubens två generatriser (*ab*), i hvilka fötterna beröra tuben. Vattenpassets axel är då tydligen äfven parallel med tubens axel. För mindre tuber och för tappar användes vanligen, såsom i fig. 7, gaffelformad urtagning; vid större tuber är urtagningen ofta på hvardera sidan afrundad efter tuben.

9. Pröfning och justering. Härvid har man att beakta känsligheten samt axelns läge relativt till hvilplanet.

Fig, 8. 1) För att *bestämma känsligheten* betjenar man sig vanligen af en apparat (Fig. 8), bestående af ett bräde, som med sin ena ände hvilar på två spetsar *e* och med sin andra på en mikrometerskruf, förmedelst hvilken denna ände kan höjas eller sänkas kring den geometriska axel, som bestämmes af de båda spetsarne *e*. Skrufvens skifva är graderad i 100 delar och medgifver således afläsning af en hundradedels stigning.

Framvrides denna skifva u skaldelar, så blir, om skrufvens stigning betecknas med t, liniära höjningen eller sänkningen $ut/100$; och häremot svarande vinkeln erhålles, om armens längd betecknas med l, ur tang $\varphi = ut/(100l)$. Som φ är en mycket liten vinkel, så kan utan märkbart fel tangenten utbytas mot bågen; således $\varphi_b = ut/(100l)$. Som vidare φ min. $= \rho' \cdot \varphi_b = [(\rho' t)/(100l)] \cdot u \rho$ = reduktions-konstanten för båge och vinkel (se noten på sid. 14)., och t/l är en för hvarje apparat karakteristisk konstant, så blir, om $(\rho' t)/(100l)$ tecknas med k, φ min. $= k \cdot u$ .... (2).

Uppställes vattenpasset på detta bräde, och det visar sig, att mot u skaldelar på skifvan svarar utslaget a — erhållet genom afläsning vid blåsans båda ändar — så fås känslighetsförhållandet (antalet skaldelar på röret, som svarar mot en minuts vinkel) ur

a/φ min. $= a/(k \cdot u)$ .... (3)

Vanligen tages ett medium af flera observationer för olika värden på u. Vid känsliga vattenpass måste man efter hvarje rörelse på skrufven vänta 1 à 2 minuter, tills blåsan lugnat sig.

Hos tubinstrument med vattenpass på tuben kan man på ett enkelt sätt, hvarför vid afvägningsinstrumentet finnes närmare redogjordt, pröfva känsligheten hos vattenpasset.

Samtidigt med pröfningen af känsligheten försiggår undersökningen, om hvarje skaldel på röret svarar mot samma vinkel, ty härpå beror i väsendtlig mån vattenpassets godhet. Helt och hållet felfritt i detta afseende kan ej detsamma åstadkommas; dels inverka friktionsförhållanden vid blåsan, dels är det ej möjligt att med matematisk skärpa slipa röret efter en cirkelbåge.

2) För att undersöka om *vattenpassets axel är parallel med hvilplanet*, kan man gå tillväga på två sätt.

Fig. 9.Fig. 10.

Om ett vattenpass, som uppfyller detta vilkor, uppställes på ett underlag och sedan afläsning egt rum ändvändes, så måste detsamma i båda lägena angifva samma lutningsvinkel för underlaget, d. v. s. i båda fallen gifva *samma utslag åt samma håll*. Häraf följer omvändt, att vattenpasset är felaktigt, om olika utslag under ofvannämnda förhållanden erhållas. Att uti ifrågavarande afseende justera ett vattenpass, är således att bringa det till att gifva samma utslag åt samma håll, då det intager två motsatta lägen på underlaget. Kände man (fig. 9 10) utslaget a_φ, som svarar mot underlagets lutningsvinkel φ, så hade man blott att med justerskrufven bringa det på underlaget uppstälda vattenpasset att angifva detta utslag. a_φ kan imellertid lätt erhållas ur de båda aflästa utslagen a och a_1 som svara mot vinklarne ψ och ψ_1.

Betecknas för öfrigt felvinkeln mellan vattenpassets axel och hvilplanet med β och det motsvarande utslaget med a_β, så är, emedan utslagen äro proportionela mot vinklarne, om φ β (fig. 9), $a = a_\varphi + a_\beta$ och $a_1 = a_\varphi — a_\beta$, samt om β φ (fig. 10) $a = a_\varphi + a_\beta$ och $a_1 = a_\beta — a_\varphi$. Elimineras a_β i båda fallen, så erhålles, om resultaten sammanställas,

$a_\varphi = (a \pm a_1)/2$ .... (4).

I förra fallet (fig. 9) har blåsan tydligen gifvit de båda utslagen åt samma håll, i senare fallet (fig. 10) åt motsatta håll. Man kan derföre uppställa följande regel: *När de båda utslagen gå åt samma håll, erhålles* a_φ *af deras halfva summa; när de gå åt motsatta håll af deras halfva skilnad.*

Sedan a_φ är kändt, så har man, såsom redan blifvit nämndt, då vattenpasset innehar något af de båda ofvannämnda lägena, att vrida justerskrufven *j* (fig. 6) tills blåsan angifver detta utslag. I allmänhet får förfarandet upprepas en eller flera gånger.

I stället för ofvan beskrifna justersätt, som är ytterst lätt att utföra, ej fordrar något ställbart underlag och derför medför stor tidsbesparing vid känsliga vattenpass' justering, angifva de geodetiska läroböckerna slentrianmessigt följande justersätt, som egentligen blott är ett specielt fall af föregående och endast lämpligt vid justering af de gröfre, på den vanliga afvägningstuben anbringade vattenpassen.

Fig. 11.

För utförandet af detta justersätt erfordras ett underlag, hvars ena ända, vare sig genom skruf eller kil, kan höjas eller sänkas. Man uppställer vattenpasset på underlaget (fig. 11) samt bringar med tillhjelp af nämnde skruf blåsan att spela in. Axeln är då horisontel. Vändes sedan vattenpasset om, så att det får det streckade läget, så spelar blåsan, när detsamma är ojusteradt, ej längre in, utan gifver utslag för en vinkel $\psi = 2\beta$.

Utslagsvinkeln ψ är således *dubbelt* så stor som felvinkeln mellan axeln och hvilplanet, eller som hvilplanets lutningsvinkel mot horisonten. Om derför halfva utslaget bortskaffas medelst justerskrufven, så blir vattenpassets axel parallel med hvilplanet — och vattenpasset är justeradt. För

att förvissa sig att operationen blifvit riktigt utförd, bringar man derpå blåsan att spela in med underlagets skruf, omställer vattenpasset ånyo och förfar som ofvan, i fall ännu något utslag visar sig. I de flesta fall behöfvas flera omställningar, innan man får blåsan att spela in i båda lägena: ty det är i allmänhet svårt att skarpt halfvera utslaget, isynnerhet då det är stort. Regeln för vattenpassets justering blir i detta fall: *Bringa blåsan att skarpt spela in med underlagets skruf; ställ sedan om vattenpasset och bortskaffa halfva utslaget med justerskrufven.*

När ett omställbart ryttarvattenpass hvilar på en tub, bringas blåsan att spela in med den eller de skrufvar, som äro afsedda för tubens horisontalinställning, och efter omställningen

sker justeringen som ofvan med vattenpassets justerskruf.

Ar ett vattenpass fast förbundet med en tub, så begagnas det i de flesta fall för att ställa tubens rörelseaxel lodrätt. Justeringen består då uti att bringa vattenpassets axel att bilda rät vinkel med nämnde rörelseaxel. I detta fall ersättes, vare sig att man använder det ena eller det andra af de båda förut afhandlade justersätten, påtagligen (se fig. 9, 10 och 11) vattenpassets omställning med att tuben vrides 180° kring sistnämnde axel.

Vid sådana känsliga vattenpass, som äro anbringade på höjdmätningsteodoliter eller fina afvägningsinstrument, inbesparas mycken tid och möda, om det först anförda justersättet begagnas i stället för det sist anförda. Man undviker då besväret att bringa blåsan till inspelning med underlagets grofgängade skrufvar (fotskrufvarne vid nyssnämnde instrument).

Till en närmare belysning af hithörande förhållanden återkomma vi längre fram.

Fig. 12

Vid ryttarvattenpass har man äfven att undersöka, om vattenpassets axel ligger i samma vertikalplan som tubens geometriska axel; ty om ofvannämnde axlar ligga skeft mot hvarandra, så kunna de endast vid *en* ställning hos vattenpasset samtidigt ligga horisontelt. Hvarje aldrig så liten vridning af detsamma (fig. 12) kring tuben i pilens riktning rubbar detta läge, emedan den ena ändan a af röret dervid närmar sig till under det den andra b aflägsnar sig från tubens högsta generatris, hvarigenom a höjes och b sänkes. Eger vridningen rum i motsatt led, så blir förhållandet omvändt.

Man upptäcker således lätt detta fel, om vattenpasset vrides fram och tillbaka på den såvidt möjligt är horisontelt stälda tuben: föres vattenpasset i ena riktningen, så rör sig blåsan åt motsatt håll mot när det föres i den andra. Felet, som ej har något farligt inflytande, emedan dylika vattenpass ej hafva stort vridningspelrum, afhjelpes lätt genom sidoskrufvarne s och s_1 (fig. 7), med hvilka rörets ena ända kan i horisontel led förskjutas.

10. Vattenpassets användning kommer i det följande vid flera tillfällen att belysas. Här må beaktas:

1) *Horisontal-inställning af ett plan.* Härför kan användas såväl justeradt som ojusteradt vattenpass. I förra fallet har man blott att med planets ställskrufvar bringa blåsan att spela in i hvardera af två mot hvarandra vinkelräta riktningar hos vattenpasset; i senare fallet, att i hvardera af dessa riktningar genom ändvändning gifva åt vattenpasset två motsatta lägen och med planets ställskrufvar bringa det derhän, att för dessa lägen *samma utslag* erhålles åt *motsatta* håll (om ett ojusteradt vattenpass ändvändes på ett horisontalt plan, så ändras lutningshållet men ej lutningsvinkeln hos vattenpassets axel). Detta utslag, som svarar mot planets horisontela läge, erhålles ur utslagen för två motsatta lägen, enligt 9, fallet 2), om a_φ elimineras i stället för a_β, ur $a_\beta = (a \mp a_1)/2$, hvarvid — användes när utslagen gå åt *samma,* och + då de gå åt *motsatta* håll.

De riktningar, i hvilka ofvannämnde operationer försiggå, bero på planets ställskrufvar. Finnas fyra sådana, så uppställes vattenpasset parallelt med de diagonala förbindningslinierna; finnas blott tre, så uppställes vattenpasset *först* parallelt med *två* och sedan vinkelrätt emot deras förbindningslinie (öfver den tredje); ej tvärtom, ty om man först bringar blåsan att spela in öfver och med den tredje skrufven och sedan rör vid någon af de öfriga, så ändras blåsans läge, d. v. s. man upphäfver den föregående inställningen.

2) *Vertikal-inställning af en axel* försiggår enligt samma grunder och på samma sätt som horisontal-inställning af ett plan. Den enda skilnaden består uti att vattenpasset ej ställes utan vrides kring nämnde axel i någon af de operationsriktningar, som af ställskrufvarne bestämmas, äfvensom att ändvändningen ersättes med vridning af 180°. Det torde väl knapt behöfva påpekas, att en axel står lodrätt, då ett relativt till den justeradt vattenpass spelar in i två mot hvarandra vinkelräta riktningar eller då — om vattenpasset

är ojusteradt — i hvardera af dessa riktningar för motsatta lägen erhålles *samma* utslag åt *motsatta* håll. Det utslag, som svarar mot axelns lodräta ställning, erhålles ur utslagen för två motsatta lägen af vattenpasset i öfverensstämmelse med det föregående ur $a_\beta = (a \mp a_1)/2$.

3) *Mätning af smärre lutningsvinklar*, vare sig att det är planers eller axlars, kan verkställas med såväl justeradt som ojusteradt vattenpass. Vill man göra detta synnerligen noggrant, så bestämmes såsom i det följande lutningsvinkeln ur afläsningar vid blåsans båda ändar.

Fig. 13 Befinner sig (fig. 13) vid ett *justeradt vattenpass* normalpunkten i N — innanför blåsan samt till venster om dess midt — och dervid vid ena änden afläsas m samt vid den andra n skaldelar, så är tydligen $(m + n)/2 - n$ utslaget för vinkeln $\varphi_,$; befinner den sig åter i $N_,$ — utanför blåsan åt samma sida — så är med samma beteckning $(m - n)/2 + n$ utslaget för $\varphi_{,,}$. Lika uttryck erhållas under i öfrigt lika förhållanden för symetriska lägen af normalpunkten på ömse sidor om blåsans midtpunkt. Utslaget a erhålles derför ur $a = (m \pm n)/2$, hvarvid man använder + då normalpunkten faller *utom,* och — då den faller *inom* blåsan; den häremot svarande lutningsvinkeln φ fås ur

$\varphi = [(m \pm m)/2] \cdot \alpha$ .... (5)

hvarvid α är den vinkel, som svarar mot *en* skaldel på röret.

Som det är förenadt med svårigheter att få ett känsligt vattenpass att bibehålla sig justeradt, så brukar man — isynnerhet vid noggranna mätningar — göra sig oberoende häraf genom att härleda lutningsvinkeln ur afläsningar i två lägen.

Om (fig. 9 och 10) en lutningsvinkel φ skall bestämmas med ett vattenpass, hvars axel bildar en okänd felvinkel β med underlaget, så söker man på nyss anförda sätt

utslaget a ur afläsningar vid blåsans båda ändar, försätter vattenpasset i andra läget — vare sig genom omställning eller vridning kring en axel — och söker, sedan blåsan lugnat sig, det hithörande utslaget $a_,$ på samma sätt som a. När den sökta vinkeln φ är större än felvinkeln β, så är (fig. 9), om α betecknar vinkeln för en skaldel, $a\alpha = \varphi + \beta$ och $a_,\alpha = \varphi - \beta$; när förhållandet är motsatt, alltså $\beta\ \varphi$, så är (fig. 10) $a\alpha = \varphi + \beta$ och $a_,\alpha = \beta - \varphi$. Elimineras i båda fallen vinkeln β, så erhålles

$\varphi = [(a \pm a_,)/2] \cdot \alpha$ .... (6).

När blåsan för båda lägena gifver utslag åt *samma håll,* användes + ; när den gifver utslag åt *motsatta håll,* användes —.

Sistnämnda sätt att mäta lutningsvinklar förekommer isynnerhet inom den trigonometriska höjdmätningen vid bestämning af alhidad-axelns felställning mot lodlinien. Det är nämligen i detta likasom i likartade fall med afseende på tidsbesparing och skärpa förmånligare att med vattenpasset bestämma afvikelsevinkeln och taga den med i räkning än att söka med detsamma gifva åt axeln en felfri ställning.

Dosvattenpasset.

11. Dosvattenpasset består som bekant af en rund dosa, upptill afslutad med ett sferiskt slipadt glas. Denna dosa har likasom rörvattenpasset blifvit så fyld med en vätska, att en gasblåsa uppkommit. Med dosvattenpasset möjliggöres en snabbare inställning af planer än med rörvattenpasset, som i så fall behöfver uppställas i två mot hvarandra vinkelräta riktningar. Naturligtvis lemnar deremot dosvattenpasset ej någon synnerlig skärpa. Det användes hufvudsakligen för inställning af mätbord.

Fig. 14 Fig. 14 antyder en af de olika konstruktioner, hvarunder ifrågavarande vattenpass förekommer. En del dosvattenpass hvila på fyra skrufvar, hvilka derjemte äfven äro afsedda för justering. Denna operation försiggår alldeles som vid rörvattenpasset, dock uti två mot hvarandra vinkelräta riktningar.

Hjelpmedel för att angifva eller bestämma riktningar.

12. Vid geodetiska mätningar måste ofta riktningar bestämmas eller angifvas. För detta ändamål betjenar man sig af syftinstrument, hvilka äro försedda med två fina, på lämpligt afstånd från hvarandra förlagda punkter eller linier, som bestämma en syftlinie *(kollimationsaxeln)* eller ett syftplan *(kollimationsplanet).* Det organ, som vid dessa instrument innehåller syftinrättningen, är vanligen *diopten* eller *tuben.* För det vid korstaflan använda syftspåret, som strängt taget borde anföras här, finnes vid detta instrument närmare redogjordt.

Diopten.

13. Diopten består utaf två delar, *okular* och *objektiv.* Okularet uppbär den punkt af kollimationsaxeln, som vändes mot ögat, objektivet den andra punkten, som vändes åt föremålet. Vanligtvis äro okularet och objektivet fast förenade medelst en linial.

Fig. 15 utvisar en diopter i dess enklaste form. Kollimationsaxeln bestämmes här af ett rundt hål i okularplattan samt af ett hårkors, bestående af två fina metalltrådar i

objektivplattan.

Fig. 15.

Dioptersigten, afsedda för planmätning, äro vanligen inrättade på annat sätt. Emedan dessa böra gifva alla linier i samma vertikalplan samma horisontalprojektion, måste de angifva ett vertikalt kollimationsplan. Okularet innehåller derför en syftspricka och objektivet en tråd. Naturligtvis måste spricka och tråd bestämma ett plan, som står vinkelrätt mot linialens hvilplan.

Fig. 16 och 17 angifva två olika konstruktioner af dioptersigten för planmätning. I fig. 16, som utvisar den vanliga landtmäteri-dioptern, äro flera okularsprickor och flera objektivtrådar så anordnade, att syftning beqvämt kan försiggå vid alla de lutningsförhållanden, som i praktiken förekomma. I fig. 17 är hvarje skifva försedd med ett okular och ett objektiv. Detta senare utgöres ej här af någon

tråd, utan har man genom att göra cirkelformiga urtagningar erhållit en slags i samma plan liggande spetsar, som ersätta tråden. Ehuru dessa objektiv, som vanligen användas på grufmätnings-dioptern, äro svåra att tillverka, så hafva de, väl utförda, deruti företräde, att de medgifva ett ljusare och friare synfält än de föregående. Diopterlinialen i fig. 17 är försedd med dioptersigte för afvägning.

Fig. 16, 17. För diopterlinialens användning och pröfning för planmätning finnes längre fram redogjordt.

14. Noggranhet. Enligt vidlyftiga försök, gjorda af professor Stampfer i Wien med dioptern, skola okular med runda hål medgifva större skärpa vid syftning än sprickor, och bör diametern å de förra variera mellau hälften och tredjedelen samt bredden af de senare mellan tredjedelen och femtedelen af en pariserlinie. Dessa försök hafva vederlagt en förut utbredd åsigt, att syftningsfelet vore proportionelt med parallaxvinkeln — den vinkel, som de planer, hvilka gå genom tråden och sprickans båda kanter, bilda med hvarandra. En bredare spricka medgifver nämligen enligt Stampfer lika stor skärpa som en smalare, så länge ej ofvannämnde gränser öfverstigas. Detta förhållande torde finna sin förklaringsgrund deruti, att ögat alltid söker midten af sprickan.

Som för ett normalt öga afståndet för tydliga seendet är ungefär 270 m.m., bör afståndet mellan okularet och objektivet ungefärligen vara 270 m.m. Vanliga afståndet hos oss är 380 m.m. Föröfrigt bör den öppning, i hvilken objektivtråden är placerad, vara tillräckligt stor, på det att förvillande kantstrålar (inflektionsstrålar) må undvikas.

Med ett vandt öga, en god diopter och lämplig signal (bricksignal med cirklar), kan man under fördelaktig dager syfta rätt på 10 à 20 sekunder när, oaktadt nyssnämnde parallaxvinkel uppgår till 5 à 6 minuter. Med vår vanliga landtmäteridiopter kan i anseende till grof objektivtråd under vanliga förhållanden ej påräknas större skärpa, än att

felet belöper sig till en minut. Försök gjorda af Sefström i Sverige hafva visat, att under lika förhållanden samma skärpa vinnes med grufdioptern (ej känd af Stampfer) som med landtmäteridioptern.

Hvad som mest medverkar till det fel, man vid syftning med diopter gör sig skyldig till, är måhända den omständigheten, att ögat måste samtidigt se den nära liggande tråden och det aflägsna föremålet. Trådens och föremålets bilder kunna nämligen på grund af den stora afståndskilnaden ej med skärpa sammanträffa på näthinnan. Såväl med anledning häraf som isynnerhet deraf att dioptern ej låter föremålet framträda förstoradt, är den hvad beträffar skärpa och användbarhet underlägsen tuben.

Den enkla astronomiska tuben.

15. Vid geodetiska mätningar begagnas astronomisk tub. Den astronomiska tuben består i sin enklaste sammansättning af två linser, af hvilka den som är vänd åt ögat kallas *okular,* den som är vänd åt föremålet *objektiv.* Objektivet föranleder uppkomsten af en upp- och nedvänd bild af föremålet, och medelst okularet sättes man i tillfälle att betrakta denna bild under en större synvinkel, än hvad möjligt är med blotta ögat.

Fig. 18.

Enligt optiken går från hvarje punkt af ett föremål alltid en stråle obruten genom linsens *optiska medelpunkt;* och hvarje punkt får sin bild, der en sådan stråle och en annan från punkten utgående, af linsen bruten stråle skära hvarandra. Som alla strålar, hvilka gå parallelt med *optiska axeln,* råkas i *bränpunkten,* så kan man således, då föremålets afstånd och linsens bränvidd äro kända, med lätthet konstruera sig till bildens läge. På så sätt hafva vi (fig. 18) funnit, om föremålet A ställes på afståndet a framför en lins, hvars bränvidd är f, att den *reela* bilden $A_,$ faller på afståndet $a_,$. Storleken af $a_,$ kan äfven beräknas ur den för linser gällande formeln

$1/f = 1/a + 1/a_, = (n - 1)\,(1/r + 1/r_,)$ ...... (7)

hvaraf $a_, = af/(a - f)$ .... (8).

Enligt ofvanstående formel är objektivbildens afstånd från objektivet ej konstant, utan varierar det, ehuru relativt obetydligt, med föremålets afstånd; och emedan $a_,$ ökas, då a minskas och tvärtom, så *flyttas bilden närmare objektivet, då föremålet aflägsnas och tvärtom.*

Ofvannämnde konstruktion och formel gälla äfven för okularlinsen.

För att denna lins imellertid skall kunna spela rol af förstoringsglas, måste föremålets (objektivbildens) afstånd a' vara mindre än okularets bränvidd f'. Men när f' a', så blir enligt formeln (7) okularbildens afstånd $a_,'$ *negativt; och detta i full öfverensstämmelse med hvad konstruktionen utvisar, då den låter den virtuela bilden* $A_{,,}$ *uppkomma på samma sida om okularet som föremålet (objektivbilden* $A_,$*).*

Afståndet a' *bestämmes deraf, att okularbilden* $A_{,,}$ *skall af ögat ses på afståndet for tydliga seendet. Betecknas detta för lång- och närsynta personer betydligt olika afstånd med* s*, så är (fig. 18), emedan ögat, närmevis är placeradt i okularets bränpunkt och* $a_,'$ *är negativt,* $a_,' = -(s - f')$ *och således enligt formeln (7)*

$1/f' = 1/a' + 1/(f' - s)$, *hvaraf* $a' = f'[1 - (f'/s)]$ ... *(9).*

Emedan afståndet s *är stort vid jemförelse med* f'*, så framgår af ofvanstående formel, att objektivbilden bör ligga helt obetydligt innanför linsens branvidd; och som långsynta personer hafva afståndet för tydliga seendet större än närsynta, så framgår af densamma dessutom att de förra önska afståndet mellan objektivbilden och okularet större än de senare.*

16. Förstoring. *Man brukar härmed vid en tub förstå förhållandet mellan den vinkel, hvarunder objektivbilden synes genom okularet och den vinkel, hvarunder blotta ögat ser föremålet. Om förstoringen betecknas med F, så är alltså*

$F = \alpha/\beta$ .... *(10).*

Härvid är β *ej den exakta vinkel, hvarunder ögat ser föremålet, ty ögat befinner sig ej på afståndet* a *utan på afståndet* a *+ tublängden från föremålet. Det fel, som begås*

genom att bortkasta sistnämnde, relativt till a obetydliga storhet, är imellertid högst obetydligt.

Beteckna α och β båglängder i enhetscirkeln, så framgår af fig. 18 att man approximativt kan sätta

$a_, \cdot \beta = f' \cdot \alpha$

hvaraf $F = \alpha/\beta = a_,/f' = [a/(a - f)] \cdot (f/f')$ .... (11).

Emedan bildens afstånd $a_,$ ökas, då föremålets afstånd a minskas och tvärtom, så följer af ofvanstående formel, att förstoringen minskas, då föremålet aflägsnas och tvärtom, och att den således ej är en för hvarje tub karakteristisk konstant.

Som imellertid f är en obetydlig storhet i förhållande till a, så kan, om man endast önskar ett approximativt uttryck på förstoringen, f försummas vid sidan af a. Förstoringen kan då sägas vara förhållandet mellan objektivets och okularets bränvidder, eller

$F = f/f'$ .... (12).

Förstoringen vid en enkel tub (ej vid den sammansatta), erhålles således om f och f' mätas samt nämnde division utföresVid Huyghens tub får blott 2/3 af objektivets bränvidd, vid Ramsdens tub blott 9/10 af ögonglasets bränvidd medtagas (se teorien för dessa tuber).. Ett praktiskt och allmängiltigt sätt att bestämma förstoringen är följande: Man syftar genom tuben med ena ögat på en graderad stång (afvägningsstång) och betraktar med andra ögat omedelbart samma stång samt bringar dervid stångens bild i tuben att täcka den direkt sedda stången. Förstoringen är då lika med antalet direkt sedda skaldelar, som af *en* i tuben sedd sådan öfvertäckas. Vid de vanliga fältmätningsinstrumenten är förstoringen 10- till 30-faldig. En företeelse, som ej får förvexlas med förstoringen, är att bilden synes större i samma mån som föremålet närmas tuben. Detta står naturligtvis i samband med samma företeelse, då föremålet närmas det obeväpnade ögat. Såväl α som β ökas, när föremålet närmas, men förhållandet α/β förändras högst obetydligt.

17. Synfält. Härmed förstås det fält, som genom tuben samtidigt kan öfverskådas. Genom okularet kan man i allmänhet ej se större fält än okularet sjelf, ty strålar från punkter, som ligga utanför detta fält, råkas ej på näthinnan

och gifva derför upphof till orediga bilder. Det anbringas med anledning häraf på det ställe, der objektivbilden bör uppstå, en ring, som utestänger dylika strålar. Denna ring kallas som bekant för *diafragma.*

Fig. 19. Såsom mått på synfältets storlek anses (fig. 19) vinkeln β, som bildas af de diametralt motsatta gränsstrålarne hos den ljuskon, som med objektivets optiska medelpunkt till spets har diafragmans öppning till bas. Storleken af denna vinkel erhålles närmevis ur

$\beta^0 = (360/2\pi)\cdot(d/f) = 57{,}2958\ d/f$,

hvarvid d är diafragmans diameter. Om d antages vara $\frac{2}{3}f'$ (erfarenheten utvisar att d ej bör tagas större), så är

$\beta = \frac{2}{3}\cdot 57{,}2958\ (f'/f) = 38{,}2\ (f'/f)$,

eller enligt formel (12)

$\beta^0 = 38{,}2/F$ .... (13).

Häraf framgår, att *synfältet är omvändt proportionelt mot förstoringen*. För 10- till 30-faldig förstoring ligger β mellan 3°49′ och 1°16′.

18. Ljusstyrka. Om (fig. 19) det obeväpnade ögat betraktar en elementär del p af ett föremål, så har den ljuskon, som omsluter samtlige från p i ögat inträdande strålar, pupillen till bas. Betraktas p genom en tub, så inträda i ögat, om man afser från reflekterade eller på annat sätt förlorade strålar, samtlige strålarne uti den stråikon, som har p till spets och objektivöppningen till bas, förutsatt att objektivöppningens diameter ej öfverstiger diametern z till den infallskon, som svarar mot den ur okularet utträdande stråikonen med ögats pupill till bas; ty de strålar, som gå utanför nämnde i figuren schaffrerade infallskon, träffa tydligen ej ögats pupill. Emedan afståndet mellan objektivet och okularet är i verkligheten obetydligt vid sidan af föremålets afstånd från objektivet, så kan, om pupillens diameter betecknas med $ö$, förhållandet mellan antalet ljusstrålar från p i ena och i andra fallet, när $D \leqq z$, sägas vara $\pi D^2/(\pi ö^2) = D^2/ö^2$; och

påtagligen förhåller sig antalet i ögat inträngande ljusstrålar från hela föremålet, sedt genom tuben, till antalet sådana från detsamma, sedt med blotta ögat, äfvenledes som$D^2/ö^2$.

De strålar, som gå genom tuben emottagas imellertid af ögat från en F^2 gånger förstorad yta (F liniär förstoring); således erhålles förhållandet mellan antalet ljusstrålar pr ytenhet från bilden och antalet ljusstrålar pr ytenhet från föremålet eller

(tubens ljusstyrka)/(naturl. ljusstyrkan) = $(D^2/ö^2)\cdot 1/F^2$ ...... (14).

Denna formel är, i öfverensstämmelse med hvad nyss blifvit sagdt, endast giltig för $D \leqq z$. Söka vi det största värde, som förhållandet mellan tubens ljusstyrka och den naturliga Ijusstyrkan kan få, så hafva vi således att i formeln (14) sätta $D = z$. Enligt föregående är imellertid $F = f/f'$, och (se fig. 19) närmevis $z/ö = f/f'$, hvaraf $F = z/ö = D/ö$. Insättes detta värde på F, så erhålles (tubens ljusstyrka)/(naturl. ljusstyrkan) = 1.

Häraf framgår, att en tub ej förmår öka ljusstyrkan, då föremål på geodetiska afstånd genom den betraktas. Annorlunda är förhållandet med så ofantligt aflägsna föremål som fixstjernorna.

En fixstjernas bild i tuben kan anses alstrad af strålar, som, infallande parallelt med optiska axeln, brytas tillsamman i bränpunkten. Denna bild blir såsom varande en punkt ej förstorad genom okularet. Man finner häri förklaring öfver, hvarför en fixstjerna kan med tub ses om dagen.

Emedan alla strålar från p, som falla utanför den schaffrerade konen med z till basdiameter, äfven falla utanför det ur tuben trädande strålknippe, som pupillen förmår rymma, samt å andra sidan det från tuben utgående ljusknippet ej förmår uppfylla ögats pupill, när objektivöppningens diameter är mindre z, så följer att man ej ökar ljusstyrkan genom att göra objektivets diameter större än z, men att man minskar henne genom att göra nämnde diameter mindre än z. Om man derför med Prechtl antager pupilldiametern $ö$ = 1,58 m.m. (0,53 linie), så utvisar, emedan enligt föregående $z = ö\cdot F = = 1{,}58\ F$,

$D_{\text{m.m.}} \geqq 1{,}58\ F$ .... (15)den relation mellan objektivets diameter (uttryckt i m.m.) och förstoringen, som bör förefinnas vid den tub, af hvilken den naturliga ljusstyrkan emotses.

Vanligen är D större än z, på det att man utan förlust i ljusstyrka må kunna undvara (genom diafragman utestänga) de orediga bilder åstadkommande kantstrålarne; men understundom uppdrifves med flit förstoringen på Ijusstyrkans bekostnad. I sistnämnda fall är D mindre än z, och ljusstyrkan erhålles, om i formeln (14) insattes $ö$ = 1,58 och den naturliga ljusstyrkan = 1, ur

$L = 0{,}4\ (D^2/F^2)$ .... (16)

hvarvid D uttryckes i m.m.

Det följer af det föregående att denna formel endast har giltighet, då den lemnar $L \leqq 1$; och i detta fall utvisar den att *ljusstyrkan är inverse proportionel mot qvadraten på förstoringen.*

19. Hårkorset. Den astronomiska tuben är ej tjenlig för geodetiska mätningar förr än kollimationsaxeln blifvit fixerad. Detta sker genom att i diafragman insätta hårkorset, som består af två under rät vinkel sig korsande, ytterst fina trådar, vanligen radiela spindelväfstrådar, men äfven af platina. Korsningspunkten och objektivets optiska axel bestämma kollimationsaxeln.

För att hårkorset skall kunna tydligt ses genom okularet, måste äfven dess okularbild falla på afståndet för tydliga seendet. Då, enligt hvad formeln (9) angifver, afståndet mellan okularet och hårkorset önskas olika af långsynta och närsynta personer, så måste antingen okularet vara flyttbart relativt till hårkorset eller tvärtom. Vanligen är det förra händelsen, och, som vi framdeles skola finna, kan okularets *hylsa* antingen skrufvas eller skjutas ut och in Ej att förvexla med okular-*tubens* ut- eller inskjutning vid tubens inställning på ett föremål.. Hvar och en måste således fore begagnandet af ett tubinstrument försätta okular och hårkors på det afstånd från hvarandra, som hans öga fordrar. Detta sker bäst om tuben riktas mot himlen. Målet är vunnet, när hårkorset synes tydligast. Ehuru härvid okularets eller hårkorsets flyttning sällan öfverstiger en millimeter, så kunna likväl ej långsynta och närsynta personer begagna samma tub, utan att göra en dylik justering.

20. Tubens inställning på ett föremål. Då hårkorset och objektivbilden måste sammanfalla med hvarandra, om

de skola kunna samtidigt betraktas genom okularet, så måste antingen hårkorset jemte okularet, med oförändradt afstånd sinsimellan, vara flyttbart; till objektivet eller tvärtom. Det förra begagnas mest, och äro för den skull såväl okular som hårkors fastade uti en mindre tub, *okulartuben,* som på ett eller annat sätt, vanligen med ett dref och en kuggstång, kan skjutas ut eller in uti den större objektivtuben.

När hårkorset och objektivbilden skarpt sammanfalla, säges tuben vara *inställd.* Det kan likväl hända, att man tycker sig se båda tydligt, utan att tuben är inställd. Så är alltid förhållandet, om de ej ligga stilla relativt till hvarandra, då ögat höjes och sänkes framför okularet. Detta fel, som föranleder osäkerhet vid syftningen, brukar man betekna med namnet *parallax.* Man undviker det genom att skjuta okulartuben ut eller in tills vid en sådan förflyttning hårkors och föremål synas ligga orörliga. Finner man härvid fördel i att

betjena sig af regler, så kunna sådane på grund af följande betraktelser uppställas.

Fig. 20.Fig. 21. Om såsom i fig. 20 hårkorset ligger mellan ögat och bilden, så synes, när ögat sänkes, bilden skenbart sänka sig, ty den kommer allt mer och mer under kollimationsaxeln; är åter såsom i fig. 21 bilden belägen mellan ögat och hårkorset, så synes den, när ögat sänkes, skenbart höja sig öfver hårkorset. På grund häraf följer, att okulartuben måste *skjutas in, då bilden rör sig med, samt dragas ut, då den rör sig mot ögat.*

Den sammansatta astronomiska tuben.

21. Hvarken objektiv eller okular äro vid de geodetiska instrumenten numera så enkelt ihopkomna som vid den enkla tuben. På nutidens instrument bestå de hvar för sig af två linser. Den enkla linsen lemnar som bekant aldrig fullt tydliga bilder. I samma mån som krökningsradierna till linsens buktiga ytor minskas, afvika de från optiska axeln aflägset gående strålarne från de centralas skärningspunkt. Denna afvikelse, som i hög grad minskar tydligheten hos den uppkomna bilden, kallas för *sferisk aberration.* Den afvikelse, som har sin grund uti, att de elementära färgerna brytas olika starkt och hvarigenom ögat äfvenledes förvirras, kallas för *chromatisk aberration.*

22. Den sferiska aberrationen hos en lins kan förminskas, om man gifver linsen lämpliga begränsningsytor (den skulle upphäfvas helt och hållet, om det vore praktiskt möjligt att slipa linsen efter de elliptiska eller hyperboliska ytor, som teorien utvisar), samt med diafragma utestänger de mest divergerande strålarne. Den plankonvexe linsen är, om dess buktade yta vändes mot föremålet, förmånligare än den bikonvexe. Vanligen söker man upphäfva den sferiska aberrationen genom att sammmanställa två plankonvexa linser, som hafva lämpligt valda bränvidder.

23. Den chromatiska aberrationen. Som de olikfärgade strålarne brytas olika starkt, så uppkommer egentligen en bild för hvarje elementär färg. I verkligheten är ej spridningen så stark, att ögat förmår särskilja dessa bilder, men spridningen medverkar icke desto mindre till att göra bilden oredig. Ville man helt och hållet upphäfva den chromatiska aberrationen, så skulle man bringa de olikfärgade bilderna att skarpt sammanfalla. Detta är ej praktiskt möjligt (teorien visar att man då måste använda lika många linser som antalet färger i spektrum). Alldenstund de violetta strålarne brytas mest och de röda minst, åtnöjer man sig derför med att få den violetta bilden att sammanträffa med den röda. Detta vinnes genom att sammanställa en positiv och en negativ lins, hvilka hafva lämpligt valda krökningsradier och äro tillverkade af glas med olika brytnings-koefficienter.

Fig. 22.

Om (fig. 22) endast den positiva linsen finnes, så komma af de olikfärgade strålarne de violetta att brytas mest, de röda att brytas minst.

Finnes endast den negative linsen, så blir detta äfven händelsen. Som imellertid de båda linsernas ytor äro buktade åt motsatta håll, så inträffar vid den förra, att de röda strålarne falla utanför de violetta, under det att vid den senare förhållandet är motsatt. Det är derföre möjligt, om man tillverkar den negative linsen af ett material med större brytningskoefficient än den positive linsens, att forma de båda linserna så, att, när de sammanfogas, de violetta och röda

strålarne sammanbrytas och alstra en gemensam bild Ett försök att lösa problemet utan att använda olika glassorter skulle leda derhän, att de båda yttre ytorna fingo samma krökningsradie och att således de från linsen utträdande strålarne fingo samma riktning; som de infallande.. Den positive linsen bör vara gjord af kronglas, den negative af flintglas.

24. Det sammansatta objektivet. Emedan vid det relativt obetydligt buktade objektivet den sferiska aberrationen utöfvar mindre menligt inflytande än den chromatiska, så är objektivet vid en tub vanligen sammansatt af ett achromatiskt linspar. Den formel, som bestämmer linsernas form, innehåller imellertid, när den sammansatte linsens bränvidd (för de röda och violetta strålarne) ej är bestämd, alla tre, och när den är bestämd, två af de buktiga ytornas radier såsom obekanta. Man har derför i sin makt att äfven forma det achromatiska linsparet med hänsyn till den sferiska aberrationens upphäfvande.

Ett sammansatt objektiv, insatt i stället för ett enkelt sådant, åstadkommer ingen förändring uti de i det föregående afhandlade egenskaper hos den enkla tuben, om man i stället för det enkla objektivets bränvidd inför det sammansattas.

Vill man, med kännedom om kron- och flintglaslinsernas bränvidder f' och f'', söka den sammansatta linsens bränvidd f_0, så erhålles den lätt på grund af följande betraktelse: Strålar från ett oändligt aflägset föremål lemna den positiva linsen (fig. 22) med tendens att förenas i dess bränpunkt. Här får man således tänka sig en bild, som relativt till den negative linsen spelar rol af föremål. Frågan är derför: På hvilket afstånd f_0 alstrar nämnde lins bilden af detta föremål? Svaret härpå fås, enligt den allmänna formeln för linser ur

$1/f_0 = 1/f' + 1/f''$ Det erinras att den negative linsens bränvidd alltid är negativ. .... (17).

25. Det sammansatta okularet. Äfven hos okularet söker man vid nutidens tuber att upphäfva den sferiska och chromatiska aberrationen. Hos det relativt starkt buktade okularet utöfvar den förra ett menligare inflytande än den senare. Man söker derför i främsta rummet att upphäfva den sferiska aberrationen och låter derför vanligen okularet bestå af två lämpligt formade plankonvexa linser, som insättas på passande afstånd från hvarandra. Innan vi redogöra

för de olika slag af sammansatta okular, som i praktiken finna användning, är det först lämpligt att skärskåda de förhållanden, som inträda, då en lins ersattes af två.

Fig. 23. Om från ett oändligt aflägset föremål strålar falla på en lins L (fig. 23), så brytas de till dess bränpunkt c. Har imellertid en annan lins L' blifvit så insatt mellan L och c, att de båda linsernas optiska axlar sammanfalla, så brytas strålarne ånyo, låt vara till c'. Förlänges en sådan två gånger bruten stråle bakåt, tills den råkar sin ursprungliga riktning, så kan man påtagligen i skärningspunkten anbringa en lins $L,''$ som ersätter de båda föregående, d. v. s. som ensam bryter på honom parallelt med optiska axeln fallande strålar till c'. Det frågas då, huru stor bränvidden f'' är hos denna lins, om de båda andra linsernas bränvidder betecknas med f och f'. Af fig. 23 kunna följande analogier härledas: $f/(x + y) = h/h' = f''/y$, hvarjemte, om den allmänna formeln för linser tillämpas på linsen L' $1/f' = [1/-(x + y)] + 1/y$. Häraf får man, om värdet på $x + y$ uttages i den ena och insattes i den andra eqvationen,

$f'' = (f/f') (f' - y)$ .... (18).

Vill man i stället för afståndet y mellan linsen L' och bilden införa afståndet t mellan båda linserna L och L', så har man enligt fig. 23 att sätta $x + y = f - t$. Kombineras denna eqvation med de båda föregående, hvarvid x och y elimineras, så erhålles

$f'' = f f'/(f + f' a - t)$ .... (19).

Med tillhjelp af formlerna (18) och (19) kunna vi närmare skärskåda de sammansatta okular, som vanligen förekomma. Dessa äro i främsta rummet *Huyghens*' och *Ramsdens* okular.

Huyghens' okular (fig. 24) består af två plankonvexa, åt samma håll vända linser O och L', af hvilka den förra kallas för *okularlins,* den senare för *samlingslins.* Dessa båda linser hafva den gemensamma bränpunkten p. Deras bränvidder f_0 och f' förhålla sig till hvarandra som 1:3, och afståndet mellan dem är således $2f_0$. Buktighets- och bränvidds-förhållanden äro vid dessa linser så valda, att såvidt möjligt är både den sferiska och den chromatiska aberrationen upphäfvas.

Fig. 24 De genom det achromatiska objektivet inträdande strålarne brytas för andra gången af L', och åstadkomma, när tuben är instäld, mellan L' och O i hårkorsets plan en upp- och nedvänd bild af föremålet, hvilken bild genom okularlinsen betraktas. Enligt formeln (9) måste denna lins vara flyttbar relativt till hårkorset. För detta ändamål är den fästad i en liten gängad hylsa, som kan skrufvas ut eller in. På en del instrument kan i stället hårkorset flyttas.

Linserna L och L' verka alldeles som liknämnde linser i fig. 23. Vi kunna således äfven här tänka oss en eqvivalentlins L'', som ersätter dem, och hvilkens bränvidd f'' erhålles ur formeln (18).

Som imellertid hårkorset skall betraktas genom okularlinsen och enligt formeln (9) måste ligga mycket nära dess bränpunkt, så kan närmevis sättas $y = f_0 = f/3$, hvaraf

$f'' = 2/3 f$ .... (20).

Ofvanstående formel visar, att en samlingslins, så insatt vid en enkel tub, att en Huygens' tub erhållits, verkar som om objektivets bränvidd blott vore ⅔ af hvad den var förut. Enligt formlerna (12), (13) och (16) förhålla sig derför förstoring, synfält och ljusstyrka hos Huyghens' tub till förstoring, synfält och ljusstyrka hos den motsvarande enkla tuben som ⅔, 3/2 och 9/4. Emedan en tubs ljusstyrka ej kan öfverstiga den naturliga ljusstyrkan, så följer att sistnämnde relationstal endast eger giltighet, då den enkla tubens ljusstyrka ej

öfverstiger $\frac{4}{9}$ af den naturliga.

Enligt formeln (15) blir, om förstoringen hos Huyghens tub betecknas med F_h ($= \frac{2}{3}F$), vilkorseqvationen för naturlig ljusstyrka vid denna tub:

$$D_{\text{m m}} \geqq 1{,}58\ F_h$$

Ramsdens okular (fig. 25) består likasom föregående af två plankonvexa linser, okularlinsen L och samlingslinsen L', som båda hafva den gemensamma bränpunkten p, och hvilkas bränvidder f och f' förhålla sig som 5:9. Det skiljer sig från föregående deruti, att de båda linserna hafva sina buktiga ytor vända mot hvarandra, att de äro relativt till hvarandra orubbligt fästade uti en skjutbar hylsa samt att hårkorset k ligger mellan samlingslinien och objektivet.

Fig. 25. De genom objektivet brutna strålarne alstra här, när tuben är inställd, en bild, som sammanfaller med det i närheten af samlingslinsen anbringade hårkorset k. Det Ramsdenska okularet spelar rol af ett sammansatt förstoringsglas, och måste derför, på det att olika ögon må kunna begagna sig af detsamma, de båda linserna vara fästade uti en relativt till hårkorset skjutbar hylsa.

Linserna L och L' kunna här anses verka som liknämnde linser i fig. 23 och kunna således, matematiskt taget, ersättas af en eqvivalentlins L'', hvars bränvidd fås ur formeln (19):

$$f'' = ff'/(f + f' - t).$$

Insättas i denna formel $f' = \frac{9}{5}f$ och $t = \frac{4}{5}f$, så erhålles

$$f'' = \tfrac{9}{10}f \text{ .... (21).}$$

Vill man söka afståndet y mellan samlingslinsen och hårkorset, så fås ur formeln (18)

$$f'' = (f/f')(f' - y),$$

om värdena på f'' och f insättas,

$$y = \tfrac{1}{10}f' = \tfrac{9}{50}f \text{ .... (22).}$$

Som f sällan öfverstiger 20 m.m. och häremot svarar y = 3,6 m.m., så synes, att samlingslinsen måste ligga mycket nära hårkorset.

Formeln (21) visar, att en samlingslins, så insatt vid en enkel tub, att en Ramsdens tub uppkommit, verkar som om okularlinsens bränvidd blott vore $\frac{9}{10}$ af hvad den var förut. Enligt formlerna (12), (13) och (16) förhålla sig derför förstoring, synfält och ljusstyrka hos Ramsdens tub till förstoring, synfält och ljusstyrka hos motsvarande enkla tub som $\frac{10}{9}$, $\frac{9}{10}$ och $\frac{81}{100}$. Det sista relationstalet gäller enligt formeln (15) endast såvida den enkla tubens objektivdiameter är lika stor eller mindre än 1,58 F m.m. I samband härmed fås, om förstoringen hos Ramsdens tub betecknas med F_r ($= \frac{10}{9}F$), vilkorseqvationen för naturlig ljusstyrka hos denna tub:

$$D_{\text{m m}} \geqq 1{,}58\ F_r.$$

Jemförelse af föregående okular. Om F, β och L beteckna förstoring, synfält och ljusstyrka hos den enkla tuben, och man tänker sig en tredje lins så införd, att ena gången ett Huyghens' och andra gången ett Ramsdens okular uppkommit, så gäller enligt föregående följande schema hvad beträffar förstoring, synfält och ljusstyrka vid ifrågavande tuber.

	Kepler.	Huyghens.	Ramsden.
Förstoring..	$F = f/f'$	$\frac{2}{3}$ F	$\frac{10}{9}$ F
Synfält.....	$\beta = 38{,}2/F$	$\frac{3}{2}\beta$	$\frac{9}{10}\beta$
Ljusstyrka..	$L = 0{,}4\ D^2/F^2$	$\frac{9}{4}$ L *)	$\frac{81}{100}$ L **)

*) Gäller endast för L $\leqq \frac{4}{9}$.

**) Gäller endast för L $\leqq$ 1.

Om vi bortse från den Keplerske tuben, som vid geodetiska instrument numera ej begagnas, så följer af det föregående — så snart Huyghens' och Ramsdens tuber kunna anses hafva uppkommit genom inskjutning af en samlingslins vid *samma* enkla tub — att den förre har större synfält men mindre förstoring än den senare, vidare, om vid ofvannämnde enkla tub $D_{\text{m.m.}} \leqq 1{,}58\ F$, att den förre har större ljusstyrka än den senare.

För att vid en Huyghens' och en Ramsdens tub *samma* ljusstyrka må erhållas, måste, om denna ljusstyrka (tillföljd af en uppdrifven förstoring) blir *mindre* än den naturliga, 1:o) när de båda tuberna skola hafva lika okularlinser och samma objektivbränvidd, objektivdiametern vid Ramsdens tub förhålla sig till objektivdiametern hos Huyghens' tub som 5 : 3 och 2:o) när de båda tuberna skola hafva lika okularlinser och samma förstoring ($F_h = F_r$), således äfven samma objektivdiameter, objektivbränvidden vid Ramsdens tub förhålla sig till objektivbränvidden vid Huyghens' tub som 3 : 5.

Huyghens' okular lider af en brist i så måtto, att den sferiska likasom den chromatiska aberrationen ej blir i samma mån upphäfd för de från hårkorset utgående strålarne som för de från objektivet kommande, bilden alstrande strålarne; ty samlingslinsen har på de förra ej utöfvat något inflytande. Dessutom få vid Huyghens' okular de båda linserna ej förblifva på det afstånd från hvarandra, som i och för achromatiseringen är förmånligast, emedan allt efter som olika ögon fordra, okularlinsen måste skrufvas ut eller in för att hårkorset må synas tydligt. Dessa båda olägenheter äro, så länge det blott är fråga om ett centreradt hårkors, utan betydelse; men om tuben är inrättad för distansmätning, i hvilket fall den besitter öfver och under midtelkorset liggande distanshårkors, så synas hithörande trådar otydliga och böjda. På grund såväl häraf som af den starka förstoringen hos Ramsdens okular användes detta förmånligast vid distanstuber.

Vid teodoliter bibehålles ännu mest Huyghens' okular, men vid afvägningsinstrument synes Ramsdens okular mer och mer blifva förherrskande.

Fig. 26.

Det ortoskopiska okularet, uppfunnet af Kellner, skall i ännu högre grad än de båda föregående upphäfva sferisk och chromatisk aberration samt medgifver dessutom att bilden af ett plant föremål blir plan. Häraf dess namn. Tyvärr är dess fullt riktiga sammansättning och utarbetning en hemlighet, som uppfinnaren tagit med sig i grafven. Detsamma, som är i fig. 26 antydt, består af en achromatisk okularlins jemte samlingslins, och närmar sig för öfrigt, om man undantager linsernas form samt införandet af en diafragma mellan okularlinsen och samlingslinsen, Ramsdens okular.

Det prismatiska okularet (fig. 27) är egentligen afsedt för att underlätta observationer vid vissa lägen af tuben, synnerligen observationer i zenith, och har sitt namn af en införd rätvinklig prisma, som så bryter de från objektivet kommande strålarne, att det blir möjligt att göra observationer i en mot tuben vinkelrät riktning. Det egentliga okularet kan vara hvilket som helst af de i det föregående beskrifna.

Fig. 27.

Tubens pröfning och justering.

26. Af en god tub fordrar man tydliga och skarpa bilder samt, om den är vridbar kring sin geometriska axel, att objektiv och hårkors skola vara noggrant centrerade.

27. Pröfning af tydlighet och skärpa hos en tub sker enligt Frauenhofer bäst på följande sätt. Man tecknar på en hvit tafla några regelbundna, svarta figurer, qvadrater eller cirklar med 30 till 70 millimeters diameter, och betraktar dem vid stark dager på 50 à 80 meters afstånd genom tuben. Synas dessa figurer öfverallt jemnsvarta, och bibehålla de sin form, så är tuben god. En svag blå färgton i kanterna har dock härvid intet att betyda; tvärtom är den karakteristisk för de bästa tuber af Frauenhofer och har sin grund deruti, att han, lemnande åsido de minst skadliga mörkblå och violetta strålarne, i främsta rummet sökt förena de öfriga. Vid en dåligt achromatiserad tub öfvertygar man sig lätt, om felet ligger hos okularet eller objektivet, genom att betrakta objektivbilden vid okularets centrum. Visar sig då ingen färgspridning, så är objektivet felfritt.

Med hänsyn till den sferiska aberrationen, så är en tub bättre, i samma mån som vid dess inställning på ett föremål bildens tydlighet visar sig känslig för den minsta förflyttning af okularet. Kan okularet deremot förflyttas långt ut eller in, utan att bildens tydlighet synnerligen ändras, så antyder detta en långt utdragen aberrationskon.

28. Objektivets och hårkorsets centrering vid den vridbara tuben. Kollimationsaxelns läge i tuben beror, enligt hvad förut blifvit anfördt, på objektivets optiska medelpunkt och hårkorset. Vid den fasta (ej kring sin geometriska axel

vridbara) tuben är det likgiltigt, om en mindre afvikelse mellan kollimationsaxeln och tubens geometriska axel eger rum. Så får deremot ej förhållandet vara vid den kring sin axel vridbara tuben, emedan i så fall vid tubens vridning kollimationsaxeln ändrar läge. På grund häraf fordras, att vid den vridbara tuben såväl objektiv som hårkors äro noga centrerade eller åtminstone så belägna, att kollimationsaxeln är parallel ined tubens eller rättare sagdt med tubringarnes geometriska axel. Den vridbara tuben är nämligen försedd med två ringar (r, r i fig. 28), genom hvilka tuben hvilar i lagergångarne.

Fig. 28. Objektivets centrering måste en gång för alla utföras af instrumentmakaren. Det är härvid dock ej nödvändigt, att dess optiska axel bringas att sammanfalla med tubens geometriska. Af fig. 28 (längdsektionen) synes visserligen att, på det bilden p' må ligga orörlig när tuben vrides, strålen $p\,p'$ måste skära den geometriska axeln uti optiska medelpunkten — eller med andra ord, att den optiska medelpunkten måste ligga på sistnämnde axel; men häraf följer ingalunda, att den optiska axeln måste sammanfalla med tubens geometriska axel. Bilden ligger orörlig, äfven om dessa axlar korsa hvarandra, blott det sker i optiska medelpunkten. Denna afvikelse får imellertid af andra skäl ej vara stor. Att fullt noga centrera ett objektiv är förenadt med svårigheter. Lyckligtvis är det ej nödvändigt, hvilket af följande torde framgå. Betecknas (fig. 29) diametern till den cirkel, som optiska medelpunkten beskrifver, då tuben vrides, med e, och föremålets afstånd från objektivet med a, så erhålles felvinkeln v ur analogien:

$v'':360 \cdot 60 \cdot 60 = e:(2\,\pi\,a)$, hvaraf $v'' = 206265 e/a$.

Fig. 29. För $e = 1$ m.m. och $a = 206{,}265$ meter är $v = 1$ sekund. På ju längre afstånd från föremålet, man företager den i det följande beskrifna justeringen af hårkorset, ju mindre blir v, och dess mer kommer vid justeringen kollimationsaxeln att närma sig till parallelism med ringaxeln. För oändligt afstånd skulle parallelismen blifva fullständig. Den parallelförflyttning af kollimationsaxeln, som objektivets excentricitet i så fall föranleder, är så obetydlig, att den kan lemnas utan afseende. Att objektivet ej är centreradt märker man, sedan hårkorset blifvit centreradt, derpå, att föremålet och hårkorset liksom synas rotera, då tuben vrides.

Hårkorsets centrering är en operation, som den, hvilken begagnar ett instrument med vridbar tub, tid efter annan måste utföra. För att undersöka om hårkorset är centreradt (det förutsättes att objektivet är centreradt), uppsätter man på 50 à 100 meter från instrumentet en rund eller fyrkantig hvit papperslapp, 6 à 10 m.m. i diameter, och inställer tuben härpå, d. v. s. bringar hårkorset att symmetriskt klyfva lappens bild i fyra delar. Vrides tuben derefter, så måste hårkorset, om det är centreradt, fortfarande synas bibehålla samma läge relativt till papperslappen; ty att hårkorset förblir orörligt är sjelfklart, och att så äfven blir fallet med föremålets bild, när objektivet — såsom här förutsattes — är centreradt, har förut blitvit visadt. Är hårkorset deremot ej centreradt, så afviker det från den orörligt liggande bilden. Centreringen verkställes då med de fyra i fig. 30 antydda justerskrufvarne, hvilka verka på en ring, hvaruti hårkorset är fastsatt. Denna ring är koniskt formad, på det att dess anslagsyta må tvingas att stadigt följa motsvarande yta hos en annan vid tuben invändigt fastlödd ring. Bästa sättet att verkställa justeringen torde vara följande.

Fig. 30.

Sedan man förvissat sig att hårkorset så skarpt som möjligt sammanfaller med papperslappens midt, hvarvid tuben helst bör läggas så, att det ena paret skrufvar står horisontelt, det andra således lodrätt, vrides tuben varsamt 180°. Om hårkorset först innehaft (fig. 28) läget 1, så kommer det efter vridningen att få det diametralt motsatta läget 2, under det att papperslappens bild bibehåller samma läge som förut.

Härigenom ett felutslag l—2, som tydligen är dubbelt så stort som hårkorsets afstånd från tubaxeln. Om derför hårkorset från 2 i riktning mot 1 flyttas halfva afståndet mellan dessa punkter, så blir det centreradt. En sådan flyttning i diagonal riktning skulle imellertid förutsätta samtidig vridning på båda paren skrufvar, och är derför förenad med svårigheter. Bättre är att endast använda ett par i sänder, att således t. ex. först medelst skrufvarne vv' (i det streckade läget) flytta hårkorset halfva det vertikala afståndet mellan 2 och l, då det kommer att innehafva läget 3, samt att sedan med hh' flytta det halfva det horisontela afståndet mellan 3 och l, då det måste inträffa på c. Har denna operation blifvit rätt utförd, så synas vid förnyad inställning af tuben på papperslappen denna och hårkorset ligga orörliga i förhållande till hvarandra, då tuben vrides.

Vanligen får operationen upprepas en eller två gånger, synnerligen om felutslaget är stort, emedan det då är svårt att efter ögonmått skarpt halfvera detsamma. Af vigt är att ej skrufva ut den utgående skrufven mer än hvad som är nödigt, ty motstående skrufvar böra naturligtvis läsa mot hvarandra, på det att ej glapprum må uppkomma.

Hjelpmedel för noggran afläsning af längder och vinklar

29. Vid geodetiska mätningar förekommer ofta, att afstånd och vinklar måste afläsas skarpare än hvad möjligt är att direkt göra med vanliga skalor. Man betjenar sig då af *nonien* eller af *skrufmikroskopet.*

Nonien.

30. Nonien består som bekant af en vid rätlinig skala eller graderad cirkelbåge skjutbar liten skala, så indelad, att n noniedelar svara antingen mot $n - 1$ eller $n + 1$ skaldelar. I förra fallet, eller då en noniedel är mindre än en skaldel, säges nonien vara *efterlöpande;* i senare fallet, eller då förhållandet är motsatt, *förelöpande.* I båda fallen kallas skilnaden mellan en noniedel och en skaldel för *noniens utslag.*

31. Den efterlöpande nonien, som i praktiken nästan uteslutande användes, har som redan blifvit nämndt n noniedelar svarande mot $n - 1$ skaldelar. Om derför längden af en skaldel betecknas med l samt längden af en noniedel med $l_,$, så är

$l_,n = l(n - 1)$ eller $l_, = l - l/n$.

Enligt föregående definition är alltså noniens utslag

$a = l - l_, = l/n$ .... (23)

och således skilnaden mellan m skaldelar och lika många noniedelar

$s = ma = m \cdot l/n$ .... (24).

Om derför en efterlöpande nonie (fig. 31) är delad i 10 delar, så är dess utslag $l/10$. Står ett visst noniestreck, t. ex, 4, midt för ett skalstreck, så är skilnaden mellan de 4 föregående skaldelarne och de 4 föregående noniedelarne, eller afståndet mellan noniens nollstreck och nästföregående skalstreck lika med $(4/10) \cdot l$. Uti ifrågavarande fall afläses således $41{,}4 \cdot l$.

Fig. 31, 32. Vid den efterlöpande nonien, som har sitt namn deraf att nollstrecket ligger vid noniens eftersta ände, d. v. s. är vändt åt utgångspunkten för skalans besiffring, gäller alltså såsom regel: *Utslaget erhålles genom att dividera skaldelens längd- eller vinkelvärde med noniedelarnes antal; afläsning vid nonien sker genom att multiplicera utslaget med siffran vid det noniestreck, som står midt för ett skalstreck.* Härvid är dock att bemärka, det man ej får medtaga de öfverdelningsstreck, som understundom, synnerligen på finare nonier, finnas anbringade, på det att man må kunna säkrare verkställa afläsningar vid noniens ändar.

Tillämpas nyssnämnde regel vid afläsningar å en medelstor teodolit, vanligen graderad såsom i fig. 32 är angifvet, så blir, om noniedelarnes antal är 60, *utslaget* $l/n = 10'/60 = 10$ sek.

Uppsöker man, följande den riktning i hvilken besiffringen går, det skalstreck, närmast efter hvilket noniens nolistreck följer, så afläses direkt 60°30′. Det återstår att med tillhjelp af nonien bestämma och härtill foga vinkeln mellan nämnde båda streck för att få totalafläsningen. Om vi till en början ej fästa afseende vid den besiffring, som finnes å nonien, så synes att det 16:de noniestrecket (från nollpunkten räknadt) står midt för ett skalstreck och att således afläsningen vid nonien är 16 · 10 sek. = 2′40″. För att undvika all reduktion af sekunder till minuter, har man imellertid uti förevarande fall blott besiffrat hvart 6:te streck efter löpande nummer. Dessa siffror angifva då, alldenstund utslaget är 10″, påtagligen minuter, och man kan således omedelbart afläsa 2′40″. Totalafläsningen blir alltså 60°30′ + 2′40″ = 60°32′40″.

32. Den förelöpande nonien har n noniedelar svarande mot $n + 1$ skaldelar. Om (fig. 33) derför samma beteckningssätt som förut bibehålles, så är

$l_, \cdot n = l(n + 1)$, hvaraf $l_, + l/n$

och således utslaget

$a = l_{,} - l = l/n$ .... (25)

samt skilnaden mellan *m* noniedelar och lika många skaldelar

$s = ma = m \cdot l/n$ .... (26).

Fig. 33. Till följd af att noniedelarne vid den förelöpande nonien äro större än skaldelarne, så måste afläsningen ske vid noniens främre ända. Som synes, afläses 50,6 i fig. 33. Den förelöpande nonien finner sällan användning.

Skrufmikroskopet.

33. Vi hafva redan i det föregående vid pröfningen af vattenpassets känslighet visat, huru man med tillhjelp af mikrometerskrufven kan mäta smärre vinklar, och det

kommer framdeles att visas, att den med anledning häraf får en ganska vidsträckt användning. Här är det endast på sin plats att framhålla huru mikrometerskrufven, i förening med mikroskopet bildande det s. k. *skrufmikroskopet,* i likhet med nonien begagnas, när man vill skarpt bestämma och afläsa längder och vinklar. Som skrufmikroskopet hufvudsakligen finner användning vid högre geodetiska mätningar, må här blott dess allmänna karakter antydas.

Fig. 34. Det (fig. 34) utgöres af ett mikroskop med ett genom mikrometerskruf flyttbart hårkors *k,* som vanligen har två mycket nära hvarandra liggande parallela trådar, mellan hvilka inställning på skalstrecken eger rum. Detta hårkors bör, då mikroskopet är riktigt inställdt, ligga uti bildplanet, d. v. s. sammanfalla med den mätande skalans bild. Uti hårkorsets plan finnes dessutom ett litet fixt index, hvilket hårkorset bör täcka, då det innehar sitt normala läge (midtelläge). Är en teodolit försedd med skrufmikroskop, så deltaga de uti alhidadens rörelse. För att visa huru afläsning med skrufmikroskopet försiggår, kunna vi betrakta fig. 34.

Som synes, är graden här indelad i 10 delar. Emedan alltså hvarje skaldel svarar mot 6′, så afiäses direkt 61°12′. Det återstår att finna och härtill foga bågelementet mellan syftlinien (hårkorset) och närmast föregående skalstreck. För detta ändamål afläser man på mikrometerskrufvens graderade skifva, vrider sedan på skrufven, tills hårkorset flyttat sig så att nämnde skalstreck ligger mellan dess båda parallela trådar och afläser ånyo. Af skilnaden mellan de båda afläsningarne erhålles storleken af hårkorsets förflyttning — det sökta bågelementet. Behöfves exempelvis, för att flytta hårkorset en skaldel, skrufven vridas ett helt hvarf, och dess skifva är indelad i 120 delar, så svarar mot vridning af ett delningsafstånd på skifvan 6′⁄120 = 3″ af bågen. Har derför vid ett tillfälle 7 delningsafstånd framryckt på skifvan, såär den sökta tillskottsvinkeln 7·3″ = 21″ och således totalafläsningen 60°12'21".

Behöfver man, för att få hårkorset att flytta sig en skaldel, vrida flera hvarf på mikrometerskrufven, så anbringas i stället för ofvannämnde indexstreck en liten med fina spetsar (på stigningsafståndet från hvarandra) försedd kam, uti hårkorsets plan. Antalet spetsar, som hårkorset öfverfarit, utvisar antalet hvarf, som skrufven vridits.

Det är imellertid omöjligt för instrumentmakaren att få skaldelens bild att vara lika med eller jemn multipel af mikrometerskrufvens stigning, såvida han ej beräknar den graderade cirkelns radie, sedan stigningen med skärpa blifvit bestämd, eller inrättar mikroskopet enligt följande grunder: Som bekant förstoras objektivbilden, i den mån som föremålet flyttas närmare objektivet. Är derför skrufmikroskopet så inrättadt, att man kan närma det till eller aflägsna det från den graderade cirkeln, så får man, allt efter som det förra eller det senare göres, en större eller mindre bild af en skaldel att betrakta genom okularet och kan således genom en sådan förflyttning få det ofvannämnda vilkoret att uppfyllas. Men som denna bild i och med mikroskopets förflyttning ändrar läge i förhållande till hårkorset, så måste såväl detta som okularet (hela mätinrättningen) vara flyttbara i förhållande till objektivet.

Af de båda ofvan antydda sätten att få skaldelens bild att vara lika med eller jemn multipel af mikrometerskrufvens stigning, lemnar endast det sista tillfredsställande resultat. Ofta äro imellertid skrufmikroskopen ej inrättade i öfverensstämmelse härmed, utan betjenar man sig af enklare sådane, hvarvid på förhand uträknade tabeller kunna underlätta den räkning, som blir en följd af att skaldelens bild ej är lika med eller jemn multipel af skrufvens stigning.

Skrufmikroskopet är långsammare och besvärligare att använda, men medgifver större skärpa än nonien. På grund häraf förekommer det endast vid instrument, afsedda för synnerligen fina mätningar.

*

Andra kapitlet.

Operationspunkternas beteckning.

34. De punkter på terrängen, hvilkas lägen skola bestämmas eller hvilka skola såsom hjelpmedel vid mätningarne användas, måste, för att de må kunna från hvarandra observeras, på ett eller annat sätt utmärkas. Detta sker, såvida ej punkten signalerar sig sjelf (såsom tornspiror etc.), med tillhjelp af konstgjorda signaler. Vi hafva i det följande att beakta: signaler för triangelpunkter och signaler för räta liniers och bipunkters beteckning.

Signaler för triangelpunkter af högre ordning.

35. Dessa signaler äro vanligen inrättade för såväl triangelmätning som för trigonometrisk höjdmätning, men för öfrigt på olika sätt allt efter som terrängförhållanden fordra. I höga skogfria trakter eller på dominerande berg kunna de göras enkla och låga; i skogstrakter och på slättbygder måste de uppföras till en sådan höjd, att de beherrska omgifvande träd och föremål.

36. Pyramidsignaler. Fig. 35 visar en pyradmidsignal, afsedd för skoglösa bergstrakter etc. På den fasta stenpelaren *p* är triangelpunkten utmärkt med ett ritskors på en i pelaren ingjuten jern- eller messingsdubb. Öfver denna stenpelare är signalen uppbygd och på så sätt, att det cylindriska syftmärkets geometriska axel går genom punkten på dubben. Då mätning skall ega rum, uppställes teodoliten på stenpelaren och centreras öfver nämnde punkt.

Fig. 35.

I skogstrakter och på slättbygder måste understundom pyramidsignaler uppföras ända till 30 meters höjd. I så fall finnes närmast under syftmärket en platå, på hvilken teodoliten uppställes. Dessa signaler måste byggas mycket stadigt, om en noggran uppställning af instrumentet skall blifva möjlig. Teodoliten lodas öfver den såsom vid föregående signal utmärkta punkten.

Fig. 36 visar den signal, som blifvit använd vid triangelmätningen för Stockholms kartläggning, och som för öfrigt är användbar vid nät af 3:dje eller 4:de ordningen. Triangelpunkten är äfven här utmärkt genom ett ritskors på en jerndubb, nedfäld uti berg eller uti en jordfast sten. Som vid hithörande mätningar smärre teodoliter användas, så vinnes tillräcklig stadga äfven om de uppställas på stativ.

Fig. 36

37. Andra signaler. På nakna och dominerande bergshöjder byggas ofta signalerna helt och hållet af sten. I så fall uppställes understundom teodoliten excentriskt, d. v. s. vid sidan af signalen, och det häraf föranledda felet beräknas. Ett sådant mätningssätt förekommer äfven, då tornspiror, trästammar med påspikade syftbräden eller likartade föremål, som ej medgifva teodolitens uppställning lodrätt under syftmärket (spirans klot eller kors etc.), såsom signaler användas.

Fig. 37.

Fig. 37 visar huru ändpunkterna till en baslinie fixeras. Förutom midtpelaren, hvari ändpunkten är utmärkt genom en ingjuten messingscylinder, finnas äfven fyra säkerhetspelare *N, S, V, Ö,* till hvilkas midtpunkter afstånden äro uppmätta. Man kan härigenom återfinna ändpunktens läge äfven om dess pelare skulle blifva rubbad.

Signaler vid detaljmätningar.

38. Vid detaljtriangelmätning begagnas på längre afstånd och i kuperad terräng stänger (fig. 38) af erforderlig längd (3 à 10 meter) samt försedda med kors, brickor eller flaggor.

Dessa stänger måste noga lodas, om man är nödsakad att syfta på deras toppar. Vid korta afstånd mellan punkterna och isynnerhet vid fina teodolit-stakningar betecknar man operationspunkterna med ritskors eller spikar på i marken nedslagne träpålar och syftar direkt på spiken eller på en å korset hållen blyerzpenna eller fin pikstake.

39. Stakar. För att utsätta och beteckna räta linier på terrängen, betjenar man sig af stakar om 2 à 3 meters längd.

För finare stakningar användas med fördel skodda stakar, hvilka äro vexelvis målade (fig. 39) med färger, som sticka af såväl mot fonden som föregående stakar. En del bruka rödt och hvitt. För vår del hafva vi funnit svart och hvitt bättre. När fonden är mörk, komma de hvita, när den är ljus, de svarta partierna hos stakarne att träda fram.

Fig. 38, 39, 40.

Vanligen får man i praktiken åtnöja sig med granstör. Man söker naturligtvis att få så rak och smidig sådan som möjligt; och för att den må skiljas från likartade föremål, brukar man upptill skräda den sida, som skall vändas i liniens riktning, eller ock påträda papperslappar, t. ex. bladen ur en annotationsbok, på sätt fig. 40 visar.

40. Stakning af räta linier. Sedan de stakar, som bestämma linien, eller rättare stakplanet, äro utsatta, inriktas de följande stakarne sålunda:

Fig. 41.

Man håller (fig. 41) staken 1 vid dess topp med högra handens tumme och pekfinger, så att den hänger fritt och ungefär 30 m.m. öfver marken, för ögat först på ena och sedan på andra sidan om staken, tills staken 3 träder fram, och efterser, om afstånden a och $a_,$ äro lika stora; flyttar i motsatt fall staken tills detta inträffar och låter honom då fritt falla och bestämma den punkt, der han skall nedköras. Sedan staken blifvit nedkörd, vrides han i stakplanet. Är staken krokig, vändes kröken i liniens riktning. Äro de föregående operationerna rätt utförda, bör han nu äfven stå lodrätt.

Afstånden mellan stakarne bestämmas af terrängförhållanden. I plan och öppen terräng kunna dessa afstånd vid gynsam belysning uppgå till 100 meter; och förutsatt att stakarne synas tydligt — för kontrolls skull är det förmånligt, att äfven se den 4:de staken — förlorar man ej i skärpa genom att ställa stakarne långt i sär. I kuperad terräng böra ej stakarne sättas längre i sär, än att man åtminstone ser tredjedelen af den tredje staken. Att de isynnerhet i kuperad terräng måste lodas väl säger sig sjelf.

Skall en stake inriktas mellan två andra, får man, såvida ej en medhjelpare finnes, gå försöksvis till väga.

Fig. 42. Fig. 43.

I plan och öppen terräng och vid god belysning — vid belysning från sidan framträder den belysta sidan hos stakarne på skuggsidans bekostnad, och linien vill kröka sig — samt med målade stakar kan man med obeväpnadt öga åtminstone utsätta stakarne rätt på 3 å 6 m.m. när. Det oaktadt kan afvikelsen under fortsatt stakning blifva rätt betydlig.

41. Stickor och pålar (fig. 42 och 43) användas mest för beteckning af detaljpunkter. Äro de försedda med påskrifter, så bör man taga för regel att vända de med påskrifter försedda sidorna åt samma håll, t. ex. vid sektionering i en jernvägslinie åt liniens utgångspunkt.

Heliotroper.

42. Som vid triangelmätningar af l:sta ordningen signalerna understundom kunna vara på så stora afstånd från hvarandra, att de ej synas tydligt, så brukar man göra dem tydligt synliga till den punkt, i hvilken vinkelmätningen skall företagas, genom att anbringa instrument, som till denna punkt reflektera solljuset. Dessa instrument, hvaraf många olika konstruktioner finnas, kallas för heliotroper. Den enklaste heliotropen vore tvifvelsutan en polerad metallkula. Sådane kulor hafva ock blifvit använda. De lida imellertid af ett fel, bestående uti, att bilden flyttar sig med solen. Då vi företrädesvis hafva att sysselsätta oss med den lägre geodesien, må endast principen för några heliotroper antydas.

43. Heliotrop af Gauss. Detta instrument (fig. 44 och 45) består af tre speglar *t* (den mellersta och minsta står vinkelrätt mot de båda sidospeglarne), som äro så fästade

framför objektivet till en vridbar geodetisk tub, att de kunna vridas såväl med tuben (kring dess axel) som kring en genom deras skärningslinie gående och mot tuben vinkelrät axel *ab.* Om speglarne vridas jemte tuben kring tubens axel tills *ab* ligger vinkelrätt emot solstrålarne, så komma sidospeglarne, alldenstund de stå vinkelrätt mot den mellersta spegeln, att reflektera solstrålarne i linierätt motsatt riktning mot den senare. Ställer man derför speglarne (fig. 44 och 45) så, att man genom syftning öfver den mellersta (lilla spegeln) kan direkt inställa tuben på den signal (äfven förtydligad med heliotropljus, om så erfordras), i hvilken vinkelmätningen skall företagas, och sedan inställningen är gjord vrider tuben kring dess geometriska axel tills speglarnes vridningsaxel *ab* bildar rät vinkel med solstrålarne, och slutligen speglarne kring sistnämnde axel tills den mellersta spegelns solbild täcker hårkorset i tuben, så reflektera påtagligen de båda sidospeglarne ljuset till observationspunkten.

Fig. 44.Fig. 45.

44. Heliotrop af Bertram. Fig. 46 antyder sammansättningen af denna heliotrop, förbättrad af Reit. Framför en geodetisk tub är en i alla riktningar vridbar spegel anbringad. Denna spegel har i midten ett rundt hål af 15 millimeters diameter, genom hvilket man kan i tuben betrakta en liten mot dess axel vinkelrät och på denna axel centrerad spegel *b,* af samma storlek som hålet. En signal *s,* hvarpå tuben blifvit inställd, erhåller reflekteradt ljus från *s,* om denna spegel vrides tills den genom båda speglarnes reflektionskraft uppkomna *S*-bilden i *b* synes sammanträffa med hårkorset. När denna inställning göres, har man ett skymglas framför tuben.

Fig. 46

45. Heliotrop af Steinheil. Denna heliotrop består af en enda spegel, i hvars midt folieringen är borttagen på en

cirkelrund yta om 3 m.m:s diameter. Betecknar i fig. 47 *S b* en strålknippa, som infaller på spegeln *t,* så reflekterar den folierade delen af spegeln dessa strålar på vanligt sätt, under det att den ofolierade öppningen genomsläpper dem. Finnes en lins placerad i *l,* och i linsens bränpunkt *a* en hvit yta, t. ex. en kritbit, så uppkommer der en stark ljusbild, som utsänder strålar äfven i riktningen *a S.* Större delen af de bland dessa strålar, som falla på den ofolierade ytan, utträda, men tillräckligt många reflekteras för att en för ögat synlig bild må uppkomma i riktningen *b ö.* Denna riktning sammanfaller tydligen med riktning *b S,* i hvilken de direkt reflekterade strålarne lemna spegeln. Vrider man derför spegeln tills observationssignalen ligger i linie med ögat och sistnämnde bild, så reflekteras solljuset till signalen *s.*

Fig. 47.

46. Heliotropljuset synes olika tydligt under olika tider på dygnet. Vid middagstiden förefaller det utbredt på en större yta och har en mera dallrande rörelse än mot aftonen. Först vid 4 à 5-tiden lär det blifva tillräckligt skarpt och lugnt för att noggranna observationer må kunna ega rum. Under synnerligen gynsamma förhållanden lär man med obeväpnadt öga hafva sett heliotropljuset på 6 och med tub på 10 svenska mils afstånd.

Heliotropljuset, som vanligen ömsesidigt utsändes mellan två triangelpunkter, användes äfven för teiegrafering mellan observatörerna, hvilka kunna genom på hvarandra följande skymningar af ljuset med handen enligt förut öfverenskommet signalschema meddela sig med hvarandra rörande ljusets beskaffenhet, o. s. v.

*

Tredje kapitlet.

Instrument för vinkelmätning.

47. Den så kallade *positionsvinkeln* — vinkeln mellan två i hvilket plan som helst belägna räta linier — mätes mycket sällan inom geodesien. Det är nästan uteslutande med horisontal- och vertikalvinklar, som vi här hafva att sysselsätta oss.

Med *horisontalvinkel* förstås den vinkel, som två räta liniers horisontalprojektioner bilda med hvarandra; med *vertikalvinkel* antingen en linies vinkel med horisonten (höjdvinkel eller djupvinkel) eller med lodlinien (zenitvinkel).

Bland de vinkelmätnings-instrument, hvilka inom geodesien finna användning, komma vi hufvudsakligen att sysselsätta oss med *teodoliten. Fältmätningskompassen, sextanten* och den dermed närbeslägtade *spegelcirkeln,* af hvilka de båda sistnämnde egentligen lämpa sig för mätning af positionsvinklar, finna på senare tider inskränkt användning vid geodetiska mätningar.

Teodoliten.

48. Teodoliten är ett tubinstrument, afsedt for att mäta horisontalvinklar och — i de flesta fall — vertikalvinklar.

Om man föreställer sig en graderad rund skifva, så förbunden med en kring skifvans axel vridbar och i ett mot skifvan vinkelrätt plan äfvenledes rörlig geodetisk tub, att den vinkel, som tuben vrides kring skifvans axel, kan vid skifvan afläsas, så har man principen för ett instrument för uppmätning af vinkeln mellan två liniers projektioner på *skifvans plan.* Kan vid ett sådant instrument skifvan bringas att sammanfalla med horisontalplanet, så har man en teodolit för mätning af horisontalvinklar; och om dessutom en graderad skifva finnes, å hvilken de vinklar, som tuben vrides i vertikalplanet, kunna afläsas, så har man en fullständig teodolit, hvarmed äfven vertikalvinklar kunna mätas.

Man skiljer, allt efter som den horisontela skifvan (horisontalcirkeln) är orubblig eller vridbar i förhållande till fotställningen, mellan den *enkla* och den *sammansatta* teodoliten *(repititions-* eller *multiplikations-teodoliten).*

Teodolitens beståndsdelar.

49. Innan vi öfvergå till en teoretisk behandling af ifrågavarande instrument, torde det vara på sin plats att först lemna en allmän redogörelse för dess vigtigare beståndsdelar. Bland den mängd olika teodolit-konstruktioner som finnas hafva vi med hänsyn till den följande teoretiska belysningen utvalt en representant för hvardera af de tre hufvudtyper, hvartill teodoliterna från teoretiskt konstruktiv synpunkt kunna hänföras. Efterföljande förklaringar sluta sig dock hufvudsakligen till en i fig. 48 för ändamålet skisserad teckning af en enkel teodolit.

Fig. 48.

Fotställningen A utgöres af fyra eller tre armar, uppburna af fotskrufvarne *B,* genom hvilka instrumentets uppställning för mätning eger rum. Teodoliten hvilar genom dessa skrufvar antingen på ett stativ *S,* eller, såsom vid större instrument, på i operationspunkterna murade stenpelare. De smärre för praktiska ändamål afsedda teodoliterna uppställas alltid på stativ, vid hvilka de på ett eller annat sätt elastiskt fastlåsas.

I fig. 48 sker den elastiska fastlåsningen vid ett stativ med metallplatta medelst en spiralfjeder och skrufmuttern *C,* hvilken senare blott behöfver lösskrufvas, för att instrumentet må kunna lyftas från stativet.

Fig. 49.

Fig. 49 visar ett ännu beqvämare sätt vid ett stativ med träplatta. Man har här att införa låsen *l* (hylsan af trä) under stativplattan, att haka på kroken *k* vid en motsvarande ögla i fotställningen (se fig. 52) samt att med muttern *m* erforderligt spänna fjedern.

Horisontalcirceln D är vanligen en metallring, som vid sin inre kant — åtminstone på alla finare instrument — är belagd med ett silfverband *a,* på hvilket graderingen är anbringad. Vid den enkla teodoliten (fig. 48) är horisontalcirkeln genom armar orubbligt förenad med fotställningens hylsa (vid fotställningens tapp i den konstruktion, som fig. 52 visar); vid den sammansatta teodoliten (fig. 50) är den åter genom armar fast förenad med en hylsa *G,* som äfven spelar rol af tapp i förhållande till fotställningens hylsa. Härigenom är horisontalcirkeln vridbar i förhållande till fotställningen.

Det är med tillhjelp af horisontalcirkeln som horisontalvinklar mätas; den bör derför vid mätningen vara horisontel.

Alhidaden E, som deltager uti tubens rörelse, och genom hvilken afläsning eger rum, består i sin enklaste gestalt af en visare; men utgöres vanligen af en med horisontalcirkeln koncentrisk, genom alhidadtappen vridbar, rund skifva, som noggrant smyger sig intill horisontalcirkelns innerkant och som i två eller fyra diametralt motsatta ställen uppbär skrufmikroskoper eller nonier. Nonierna äro äfven graderade på i alhidaden infälda silfverbågar.

Alhidadtappen F är i fig. 48 och 50 fast förenad med alhidaden och den rörliga delen af teodoliten. Den är till formen konisk och bör vara ytterst väl inslipad uti fotställningens eller horisontalcirkelns hylsa. På det att alhidaden må kunna vridas i horisontalcirkelns plan och nonierna röras koncentriskt med horisontalcirkeln, måste nyssnämnda hylsas geometriska axel stå vinkelrätt mot horisontalcirkeln och gå genom dess medelpunkt samt alhidadtappens geometriska axel (alhidadaxeln) stå vinkelrätt mot alhidaden och gå genom noniebågarnes medelpunkt Vid konstruktionen i fig. 52 är förhållandet omvändt. Tappen är fästad vid horisontalcirkeln och hylsan vid alhidaden. Om man vid ett sådant instruments teoretiska behandling talar om alhidadaxeln, så menas påtagligen alhidadhylsans geometriska axel..

En teodolits godhet beror i väsendtlig mån på att dessa vilkor äro uppfylda samt på en noggrann inslipning af tappen i hylsan. För att underlätta en sådan inslipning, brukar man blott upp- och nedtill låta tappen beröra hylsan, som tör ändamålet har lämplig urtagning. För öfrigt göres tappen af hårdare material (stål) än hylsan (af brons) för att nötningen må företrädesvis drabba den senare.

På det att ej för stor friktion må uppkomma vid tappens rörelse, så låter man den vid stora, tunga teodoliter till en del hvila på en fjederplatta, som med tillhjelp af en skruf *t* kan spännas mer eller mindre. Denna fjedring anordnas föröfrigt på mångahanda satt.

Fig. 50.

Repititionstappen G. Vid den sammansatta teodoliten (fig. 50) måste äfven horisontalcirkeln kunna vridas. Dess hylsa *G* spelar derför utvändigt rol af tapp i förhållande till fotställningens hylsa, Vid ett felfritt instrument måste alhidadaxeln sammanfalla med repititionsaxeln.

Härför erfordras, förutom exakt inslipning af de båda tapparne, att hylsans *G* inre och yttre kon hafva samma geometriska axel. Äfven repititionstappen brukar man understödja med ön fjederinrättning *t.*

Horisontatexeln H, kring hvilken tuben vid mätningen vrides i vertikalplanet, hvilar vanligen genom sina båda tappar i en vid alhidaden fastskrufvad lagerbock, som har V-formade eller runda lagergångar. De båda tapparne (af stål) beröra, såsom i fig. 48 synes, dessa lagergångar (af brons) utefter två generatriser. När på tapparne, såsom vid ifrågavarande konstruktion, hvilar ett omställbart ryttarvattenpass, böra de vara så noga som möjligt svarfvade till exakt samma diameter.

För att instrumentet skall mäta riktigt måste horisontalaxeln bilda rät vinkel med alhidadaxeln. Emedan, äfven om detta är fallet vid ett nytt instrument, den minsta nötning föranleder rubbning, så finner man på alla större teodoliter och isynnerhet på sådane med V-formade lagergångar en justerinrättning anbringad, hvarigenom den ena lagergången kan höjas eller sänkas. Fig. 48 visar ett enkelt sätt, vid hvilket metallens fjedringsbegär motverkas af en skruf. Det medgifver obetydlig, men tillräcklig rörelse. Vid större teodoliter torde en justerinrättning med två vertikala stödskrufvar och en dragskruf lemna större stadga.

Tuben är fästad vid horisontalaxeln, vare sig placerad midt imellan lagren eller utanför dem *(teodolit med excentrisk tub).* Emedan kollimationsaxeln (syftlinien) endast, när han bildar rät vinkel med horisontalaxeln, kommer att röra sig uti ett plan, så måste hårkorset vid en teodolit vara justerbart i horisontel led. Hos de teodoliter, vid hvilka kollimationsaxeln måste lämpas efter ett på tuben anbringadt vattenpass eller efter vertikalcirkelns nonie, likasom hos sådane med vridbar tub, måste äfven i vertikal led justerskrufvar finnas.

Nästan alla moderna teodoliter äro inrättade för *genomstegning,* d. v. s. horisontalaxeln är antingen så högt förlagd, att tuben med okularändan går fritt mellan stöttorna, eller ock tuben lagd utanför en af stöttorna; äfven kan, såsom i fig. 52, lagerlocken slås upp, horisontalaxeln med tub upplyftas samt efter tubens genomslagning i luften nedläggas. Vid teodoliten med vridbar tub (fig. 51) hvilar tuben vanligen i två med horisontalaxeln förbundna V-formade lager. Genomslagningen ersättes vid dessa instrument med att tuben *ändvändes,* så att tubringarne byta lager. Genomslagningen eller andvändningen medgifver mätning i två lägen, de i det följande ofta åberopade *första och andra läget.*

Omläggning kallas det förfarande, då horisontalaxeln upplyftes ur lagren och så nedlägges, att tapparne byta lager.

Såsom i det följande skall visas, bidrager mätning i två lägen i väsendtlig mån till oskadliggörandet af teodolitens felaktigheter.

Fig. 51.

Vertikalcirkeln J (fig. 48) bildar rät vinkel med och är fastläst vid horisontalaxeln. Af skäl, som framdeles komma att anföras, bör vertikalcirkeln kunna löskopplas från och vridas kring horisontalaxeln. Man behöfver för detta ändamål blott uppskrufva muttern *u.* Vertikalcirkelns gradering (den graderade sidan bör vara belagd med silfver eller försilfrad) finner man besiffrad på olika sätt, såsom 0°—90°—0°—90°—0, 0°—90°—180°—90°—0° eller 0°—360°. Den bästa besiffringen är 0°—360°. Alhidaden motsvaras vid vertikalcirkeln af två eller fyra från den ena lagerstöttan utgående armar, hvilka uppbära nonierna. Likasom vid horisontalcirkeln får ej vid vertikalcirkeln några excentricitetsfel förefinnas. Derför fordras att horisontalaxelns medellinie går såväl genom vertikalcirkelns som noniebågarnes medelpunkt.

För att horisontalaxelns båda lagergångar må blifva lika belastade finnes vanligen en motvigt *W* anbringad.

Vid fig. 51 (engelsk konstr.) hvila tublagren på den vid horisontalaxelns midt fastade halfva vertikalcirkeln.

Vattenpassen. En teodolit har vanligen flera vattenpass. Förutom det mindre känsliga, oftast vid en af lagerstöttorna fästade *uppställningsvattenpasset* finner man på alla teodoliter, inrättade för trigonometrisk höjdmätning, ettkänsligt *höjdmätningsvattenpass* i tubens riktning, vare sig hvilande på tuben eller, hvad som är bättre, fästadt vid alhidaden. Dessutom har konstruktionen i fig. 48 ett omställbart *ryttarvattenpass* på horisontalaxelns tappar. Tillvaron eller frånvaron af ett sådant vattenpass bestämmer, såsom i det följande kommer att visas, i väsendtlig mån gången af justeroperationerna vid en teodolit.

Uppställningsvattenpasset användes vid teodolitens uppställning för horisontalmätning; höjdmätningsvattenpasset för att man vid trigonometrisk höjdmätning må kunna noga bestämma alhidadaxeln felställning eller oskadliggöra inflytandet af en sådan felställning. Ett omställbart vattenpass på horisontalaxeln underlättar instrumentets pröfning och justering.

Ehuru alhidadaxeln kan ställas lodrätt med ett ojusteradt vattenpass, så böra dock vattenpassen vara justerade i förhållande till alhidadaxeln (det på tuben, om ett sådant finnes, justeras i förhållande till kollimationsaxeln). Hvarje vattenpass måste således hafva erforderlig justerinrättning.

Inställningsmekanismen. I och för en skarp inställning af tuben på föremålet bör dess finare rörelse såväl i horisontel som vertikal led ske med en fint gängad skruf.

Vid horisontalcirkeln är mekanismen förbunden med en bromsinrättning, hvarmed man, sedan tuben blifvit för hand närmevis instäld, kan på ett eller annat sätt fastläsa den eljest i alhidadens rörelse deltagande mekanismen vid horisontalcirkeln, för att sedermera genom skrufvens vridning få den fina rörelsen mellan alhidaden och horisontalcirkeln. En repititionsteodolit måste äfven hafva dylik mekanism mellan fotställningen och horisontalcirkeln; ty vid repititionsmätning skall tuben äfven inställas under vridning kring repititionstappen.

Hithörande mekanismer finnas på flera sätt anordnade, I fig. 48 (se båda projektionerna) består bromsinrättningen af två plattor *p* och $p_,$, af hvilka den ena löper uti ett i horisontalcirkeln insvarfvadt spår, och den andra uppbär en dubb *d*, på hvilken inställningsskrufven verkar. Dessa båda plattor kunna med tillhjelp af klämskrufven *k* fastläsas vid horisontalcirkeln. Inställningsskrufven *m* samt den motverkande fjedern *f* hvila uti en vid alhidaden fastskrufvad arm *a.* När inställning sker för hand, är *k* uppskrufvad; när inställning skall ega rum med skruf, fastläsas plattorna och således äfven dubben vid horisontalcirkeln. Om skrufven då vrides, måste alhidaden röra sig. I fig. 52, der mekanismen är förenklad, användes, för att större finhet i rörelsen må erhållas, en differentialskruf. Muttern vid de finare

venstergängorna — i och för erforderlig svajning klotformig — är fästad vid alhidaden; muttern för de gröfre högergängorna — äfvenledes klotformig — kan på samma sätt som dubben i föregående fall fastläsas vid horisontalcirkeln.

De båda inställningsmekanismerna vid den sammansatta teodoliten (fig. 50) äro på likartadt sätt inrättade.

Fig. 52.

Vid inställningsmekanismen i vertikal led (fig. 52) sker inställning genom att man vrider på en med en hafstång förbunden och af en fjeder motverkad skruf, sedan förut häfstången blifvit genom en klämskruf fastläst vid horisontalaxeln. Äfven här förekomma olika anordningar.

Lupper. Alla finare teodoliter med nonier böra vara försedda med lupper. Vanligen finner man såväl vid horisontalcirkeln som vid vertikalcirkeln två eller fyra diametralt

motsatta lupper *l,* hvilka för att kunna flyttas oberoende af nonierna, äro fastade vid armar *b,* som utgå från en vridbar ring. För att afläsningar må kunna ske vid lämplig dager, är framför hvardera nonien en pappersskärm *v* anbringad.

Enkel teodolit af Pistor och Martins. Fig. 52 visar en för praktiska ändamål afsedd teodolit af nyare konstruktion, från Pistor och Martins i Berlin. Vid horisontalcirkeln (diam. 180 m.m.) är nonieutslaget 10″ och vid vertikalcirkeln (diam. 120 m.m.) 1′. Tubens genomslagning sker, sedan han blifvit upplyftad ur de med fjedrade charnierlock försedda lagergångarne. Horisontalaxelns gradering, skyddad af en vid alhidadaxeln fästad skifva, är endast blottad vid nonierna. Instrumentet kan, i anseende till sin kompendiösa och solida, konstruktion, äfven användas som afvägningsinstrument, och. finnes för detta ändamål tubvattenpasset anbringadt Teknologiska Institutet eger två teodoliter af denna konstruktion, som visat sig förtjena att särskildt rekommenderas för noggranna praktiska mätningar. Priset för instrument med stativ är c:a 500 kronor. .

Teodolitens uppställning öfver en stationspunkt.

50. Man skiljer härvid mellan instrumentets *centrering* öfver punkten samt *alhidadaxelns inställning i lodlinien.*

Centreringen, ehuru understundom besvärlig, är ej svår att utföra. Den består uti att man med tillhjelp af ett lodsnöre bringar horisontalcirkelns medelpunkt i stationspunktens lodlinie. Många teodoliter hafva för att underlätta denna operation en i alhidadaxelns förlängning anbringad krok eller ögla, uti hvilken snöret kan upphängas.

En del geodeter undvika centreringsbesväret, i det de mäta med excentriskt uppstäldt instrument och sedermera göra erforderlig korrektion. Härom framdeles.

Alhidadaxelns inställning i lodlinien är äfvenledes en enkel operation. Förutsatt att vattenpasset är justeradt har man blott att med fotskrufvarne bringa det till inspelning i två mot hvarandra vinkelräta riktningar. Hvilar instrumentet på fyra fotskrufvar, föres vattenpasset under vridning kring alhidadaxeln först öfver det ena och sedan öfver det andra paret diametralt motsatta skrufvar; och i båda lägena bringas blåsan att spela in. För att vinna tid brukar man (fig. 53) samtidigt röra båda skrufvarne, som för att samverka skola vridas åt motsatta håll (båda armbågarne samtidigt från (1 · 2) kroppen eller till (3 · 4) kroppen).

Om instrumentet, som oftast är fallet, blott hvilar på tre fotskrufvar (fig. 54), föres vattenpasset *först* öfver

(parallelt med) två fotskrufvar och *sedan* öfver den tredje. Att operera i omvänd ordning vore att fördröja inställningen; ty om man först bragte blåsan till inspelning öfver skrufven 3 (vattenpasset parallelt med *a*3), så skulle, när man sedan sökte bringa henne till inspelning i läget 1—2, vid minsta vridning af skrufvarne 1 eller 2 äfven ändring (rörelse kring axlarne 2—3 eller 1—3) ske uti första läget, der blåsan således ej vidare kom att spela in.

Fig. 53, 54.

Vare sig att instrumentet har 4 eller 3 fotskrufvar, får man alltid upprepa ofvannämnde förfaranden 2 eller 3 gånger (vid ytterst noggrann inställning med det känsliga höjdmätningsvattenpasset oftast ännu flera gånger); ty under den första grofinställningen kan man ej hindra, att vid rubbning uti ena läget äfven sådan förorsakas i det andra.

Om alhidadaxeln står lodrätt, så intaga vid ett felfritt instrument horisontalcirkeln och vertikalcirkeln sina för mätningsoperationerna erforderliga lägen, och kollimationsaxeln projicerar i vertikalplanet.

Teodolitens fel.

51. Vore det möjligt att åstadkomma en helt och hållet felfri teodolit, och våra ögon medgåfvo erforderlig skärpa vid syftning och afläsning, så vore mätningen med detta instrument ytterst enkel. Man hade då för att mäta en vinkel blott att ställa in tuben på de båda signalerna och att taga skilnaden mellan afläsningarne. Nu är det imellertid ej möjligt att åstadkomma en önskvärdt felfri teodolit. Vi äro med anledning såväl häraf som af våra synorganers ofullkomlighet hänvisade till att genom upprepade och på lämpligt sätt

verkstälda mätningsoperationer söka dels oskadliggöra inflytandet af teodolitens fel på mätningsresultatet, dels förskaffa oss ett tillräckligt rikligt material, för att med sannolikhetskalkylen till hjelp kunna komma sanningen så nära som möjligt. Vid den lägre geodesien behöfver man ej tränga så djupt in i hithörande förhållanden som vid den högre geodesien, der kapitlet om

teodoliten nästan uteslutande söker utreda huru en ofullkomlig observator bör gå till väga för att med ett felaktigt instrument nå det bästa resultatet; men äfven den lägre geodesien fordrar, att teodoliten underkastas en temligen fullständig matematisk kritik. Då vi nu gå att undersöka teodolitens fel och sättet att oskadliggöra dem, hafva vi att beakta:

I) fel, som kunna genom anbringad justerinrättning bortskaffas samt

II) fel, som vid teodolitens tillverkning hvarken kunna undvikas eller sedermera bortskaffas, och som således äro af konstant natur.

I. De teodolitens fel, som kunna bortskaffas,

52. Af en justerad teodolit fordras, att

1) *kollimationsaxeln bildar rät vinkel med horisontalaxeln,* att

2) *horisontalaxeln bildar rät vinkel med alhidadaxeln,* samt att

3) *alhidadaxeln bildar rät vinkel med vattenpassets axel.*

Vid teodoiiter, som hafva vattenpass på tuben, tillkommer:

4) *tubvattenpassets axel och kollimationsaxeln böra vara parallela;* och vid en del för trigonometrisk höjdmätning inrättade små teodoiiter:

5) *indexfelet bör bortskaffas.*

I en allmän redogörelse för teodoliters pröfning och justering med afseende på ofvannämnde vilkor, torde det vara förmånligast att behandla följande konstruktioner hvar för sig:

Konstr. a: Teodolit som har fast tub, men saknar ryttarvattenpass på horisontalaxeln.

Konstr. b: Teodolit med fast tub och ett omställbart ryttarvattenpass på horisontalaxeln.

Konstr. c: Teodolit med en kring sin axel vridbar tub, som derjemte kan ändvändas.

I och för utförandet af de i det följande beskrifna justeroperationerna väljer man helst en plats, der instrumentet ej är utsatt för solstrålar (om dessas inflytande på vattenpasset: se 7), och från hvilken man i två motsatta riktningar har något så när plan terräng. Man börjar med att pröfva och bortskaffa de tre axelfelen.

53. Konstruktionen *a* (fig. 52): *Teodolit, som har fast tub, men saknar ryttarvattenpass på horisontalaxeln.*

Vid justering af de tre axlarnes lägen, bör man hos denna konstruktion börja med alhidadaxeln (alhidadvattenpassen) och sist justera horisontalaxeln.

1) *Alhidadaxeln.* Alhidadvattenpassen böra vara justerade med hänsyn till denna axel; först då låter det sig beqvämt göra att ställa den lodrätt.

Sedan en förberedande uppställning blifvit gjord genom att, på sätt som i 50 blifvit visadt, bringa vattenpasset att spela in i två med hvarandra rät vinkel bildande riktningar, företages justeringen enligt 9 i en af dessa riktningar, vare sig att man, efter att hafva afläst utslagen a och $a_{,}$ i två motsatta lägen, med vattenpassets justerskruf bringar vattenpasset att gifva det ur formeln (4) beräknade utslag, som motsvarar alhidadaxelns för tillfället varande lutning mot lodlinien, eller att man, efter att hafva med fotskrufvarne bringat blåsan att skarpt spela in och sedermera hafva vridit alhidaden 180°, bortskaffar halfva utslaget med vattenpassets justerskruf.

Vid en teodolit med tre fotskrufvar företages justeringen lämpligast öfver den tredje fotskrufven.

I och för mätningen i horisontalplanet möter det ingen svårighet att med erforderlig skärpa justera vattenpasset; ej heller att med detsamma tillräckligt noggrant inställa alhidadaxeln. Så är ej förhållandet vid det fina, i tubens riktning förlagda höjdmätningsvattenpasset, hvilket är besvärligt att justera och omöjligt att länge bibehålla justeradt. Såväl på grund häraf som af andra orsaker (hvarom mera framdeles), är det vid höjdmätning lämpligare att med detta vattenpass mäta alhidadaxelns lutningsvinkel mot lodlinien än att söka med önskvärd skärpa inställa nämnde axel (se teodolitens användning vid höjdmätning).

Om inflytandet af alhidadaxelns felställning m. m. se 56.

2) *Kollimationsaxeln* skall bilda rät vinkel med horisontalaxeln. En afvikelse härifrån kallas för *kollimationsfel*

En del författare förstå, som det vill synas oegentligt, med kollimationsfel afvikelsen mellan noniens och vertikalcirkelns nollstreck, då kollimationsaxeln bildar rät vinkel med alhidadaxeln. Detta fel, som längre fram kommer att behandlas, torde lämpligare böra benämnas *indexfel.* .

Om detta vilkor ej är uppfyldt, så kommer kollimationsaxeln vid vridning kring horisontalaxeln att alstra en kon och instrumentet att gifva alla med denna kons generatriser sammanfallande linier *samma* projektion på horisontalplanet; ty som ej någon vridning af alhidaden behöfves för att syfta utefter dessa linier, så blir afläsningen vid horisontalcirkeln densamma för dem alla.

Man kan på ej mindre än fem sätt pröfva kollimationsaxelns läge i förhållande till horisontalaxeln. Vid intetderabehöfves någon synnerligen noggran uppställning af instrumentet. Vi öfvergå till de olika pröfningssätten och dermed i samband stående justeroperationer.

Fig. 55, 56, 57, 58.

α) Man inställer (fig. 55) tuben på en signal s (lämpligen en spik eller en nål på en träpåle), utsatt på 100 à 150 meters afstånd från instrumentet, och *omlägger* horisontalaxeln, så att tapparne byta lager. Träffar då hårkorset ånyo in på signalen, så finnes intet kollimationsfel; i motsatt fall inriktas en signal $s_{,}$. s i $s_{,}$ är tydligen dubbla kollimationsfelet. Om derför en tredje signal $ss_{,,}$ uppsattes midt imellan s och $s_{,}$, så har man blott att flytta hårkorset med tillhjelp af dess horisontela justerskrufvar tills det träffar in på $s_{,,}$. Då det är af vigt att alhidaden ej vrides under dessa operationer, så bör den hela tiden vara fastläst.

β) Man inställer (fig. 56) tuben på en staksignal s utsatt på 100 à 150 meters afstånd; *genomslår* tuben och utsätter en annan staksignal $s_{,}$ i motsatt riktning och ungefär på samma afstånd från instrumentet som s. Om detsamma ej är behäftadt med kollimationsfel, så böra från s eller $s_{,}$ sedt punkterna $s_{,}$ i och $s_{,}$ ligga i rät linie. I motsatt fall inriktas en tredje signal $s_{,,}$ i linien s i. Vinkeln $s_{,}$ i $s_{,,}$ utvisar då tydligen dubbla kollimationsfelet. Sedan en signal $s_{,,,}$ blifvit utsatt midt imellan $s_{,}$ och $s_{,,}$ utföres justeroperationen som i föregående fall.

γ) Man inställer (fig. 57) tuben på en signal s (spiksignal), utsatt på 100 à 150 meters afstånd; *genomslår* den och vrider alhidaden på grund af noggran afläsning 180°. Om instrumentet ej är behäftadt med kollimationsfel, inträffar hårkorset ånyo på s. I motsatt fall inriktas en annan signal s. I likhet med föregående fall utvisar vinkeln s i $s_{,}$ dubbla kollimationsfelet. Sedan en signal $s_{,,}$ blifvit utsatt imellan s och $s_{,}$ utföres justeroperationen som ofvan.

δ) Man inställer (fig. 58) tuben på en signal s; *genomslår* den och inriktar en annan signal $s_{,}$; inställer tuben vid detta hans andra läge genom vridning kringalhidadaxeln ånyo på signalen s (horisontalaxeln får då läget $b_{,}$ $a_{,}$); *genomslår* den för andra gången och inriktar en tredje signal $s_{,,}$. Vinkeln $s_{,}$ i $s_{,,}$ utvisar kollimationsfelet fyra gånger förstoradt. Man utsätter derför en signal $s_{,,,}$ på afståndet ($s_{,}$ $s_{,,}$)⁄4 från $s_{,,}$ räknadt (i $s_{,,,}$ bildar rät vinkel med $b_{,}$ $a_{,}$) och utför justeroperationen som ofvan. Det må i händelse af ompröfning erinras, att s och $s_{,,,}$ ej svara mot samma läge af horisontalaxeln och att de således ej ligga i linie med instrumentet.

Fig, 59, 60.

ε) Är teodoliten hvarken inrättad för genomslagning eller omläggning, så kan man förfara på följande sätt: Alhidaden vrides tills horisontalaxeln kommer att närmevis ligga öfver två fotskrufvar eller öfver den tredje. I tubens riktning upphänges på 5 à 6 meters afstånd ett fint 5 à 6 meter långt lodsnöre vid någon trädgren etc. Derefter ändras med tillhjelp af

fotskrufvarne horisontalaxelns läge tills man finner att hårkorset, när tuben vrides kring denna axel, såvidt möjligt låter sig göra täcker snöret. Lyckas man ej bringa det derhän, utan synes hårkorset, efter att hafva täckt snöret vid dess öfre ände, under fortsatt vridning af tuben beskrifva en kroklinie (*ab* i fig. 59), så är kollimationsfel för handen. Det egendomliga hos denna afvikelse [se hvad i 3) är anfördt rörande horisontalaxelns felläge] observeras bäst, om man utser en sådan plats för instrumentet, att dess horisont delar snöret midt itu. Hårkorset, inställdt på en punkt upptill af snöret, synes då vid tubens vridning nedåt aflägsna sig från detsamma tills tuben är horisontel, hvarefter det synes närma sig och slutligen i en relativt till föregående symmetrisk punkt träffa in på snöret. Vid justeringen måste hårkorset försöksvis flyttas, så att det synes röra sig åt samma håll som dess krokliniga bana buktat sig (i verkligheten [fig. 60] flyttas det åt motsatt håll). Riktigheten häraf inses lätt, om man t. ex. låter en blyertspenna under spetsig vinkel skära en bordkant och på samma gång upptill beröra en vinkelrätt mot bordskifvans plan stående blyertspenna. Vrides den första blyertspennan kring bordkanten under bibehållande af nämnde vinkel, så får man ett begrepp om afvikelsens beskaffenhet.

Af de i det föregående afhandlade pröfningssätten äro α och γ de beqvämaste och fordra dessutom endast syftning i en riktning. Deremot torde δ lemna det skarpaste resultatet, om det verkställes med nödig varsamhet. För teodoliter med excentrisk tub lämpa sig endast β och ε.

Kollimationsfelet blir utan inflytande, om man, vare sig att tuben genomslås eller horisontalaxeln omlägges, mäter i två lägen Ej genom ändvändning. och tager aritmetiska mediet af de två aflästa vinklarne; ty af fig. 58 synes, att syftkonen vid det andra läget kommer att ligga på motsatt sida om vertikalplanet *s i* mot vid första läget. Projicerar tuben i det ena läget till höger, så projicerar den i det andra till venster och tvärtom, eller med andra ord: vinkeln fås i ena läget lika mycket för stor eller för liten som i det andra för liten eller för stor. För en närmare utredning såväl häraf som af kolli-mationsfelets inflytande se 56.

3) *Horisontalaxeln* skall bilda rät vinkel med alhidadaxeln. Om detta vilkor ej är uppfyldt, så kommer horisontalaxeln ej att vara horisontel, när alhidadaxeln är inställd, och kollimationsaxeln således ej att röra sig i vertikalplanet. För att pröfva och justera instrumentet uti ifrågavarande afseende, kan man gå till väga enligt något af nedan angifne sätt.

Fig. 61, 62.

α) Man upphänger (fig. 61) ett lodsnöre på ungefär 5 à 6 meter från instrumentet och undersöker, sedan alhidadaxeln blifvit *ytterst noggrant* inställd, om hårkorset vid tubens vridning alltid täcker snöret. Är ej så händelsen, och synes hårkorset i motsats till hvad som inträffar, när kollimationsfelet föranleder afvikelsen, hafva en rätlinig rörelsebana, som mer och mer aflägsnar sig från snöret, så är påtagligen horisontalaxeln ej horisontel; den bildar således ej rät vinkel med alhidadaxeln.

Felet afhjelpes genom att man med den härför afsedda justerinrättningen (se 48) höjer eller sänker det ena lagret tills hårkorset följer snöret. Att härvid gå försöksvis till väga föranleder tidspillan, och man behöfver det ej, ty ett sätt gifves att direkt finna felutslaget, som skall bortskaffas. Kollimationsaxeln röner vid horisontelt läge af en sådan justerlagrets höjning eller sänkning ejannat inflytande, än att den, flyttande sig parallelt med sig sjelf, alstrar en cylindrisk yta, hvars axel berör det fasta lagret. Som imellertid justerlagrets rubbning är ytterst obetydlig, så kommer den alstrade ytan att sammanfalla med vertikalplanet. Inställes derför en tub horisontelt på ett lodsnöre, så kan man flytta justerlagret långt mer än hvad i allmänhet är behöfligt, utan att hårkorset (kollimationsaxeln) synes afvika från snöret. Häraf följer, om den på snöret horisontelt inställda tuben vrides kring horisontalaxeln, tills man i tuben ser snörets öfre ände, och felutslaget derpå bortskaffas genom justerlagrets höjning eller sänkning (tills hårkorset träffar in på snöret), att det äfven träffar snöret, om tuben återfår sitt förra läge. Men som ifrågavarande fel endast kan föranleda rätlinig afvikelse, måste alltså, om tuben vrides, hårkorset följa snöret, hvilket åter förutsätter att horisontalaxeln är horisontel. Inställde man tuben först på snörets öfre ände och sedan sökte göra justeringen då tuben stod horisontel, så kunde man höja eller sänka justerlagret huru mycket som helst, utan att få hårkorset att täcka snöret.

β) Man lägger (fig. 62) horisontelt på marken och vinkelrätt mot syftlinien en stång; syftar, sedan alhidadaxeln blifvit vederbörligen inställd, på en högt belägen och skarpt markerad punkt$p$ och projicerar med instrumentet denna punkt på stången; genomslår tuben och projicerar ånyo. Finner man då att för tubens båda lägen punkten p får samma projektion, så är horisontalaxeln horisontel. Erhålles deremot två olika projektioner $p_,$ och $p_{,,}$ så har den lutat mot horisonten — och påtagligen åt motsatt håll i första mot i andra läget. Kollimationsaxeln har således rört sig i två på ömse sidor om punktens vertikalplan symmetriskt lutande planer, hvilka skära stången i $p_,$ och $p_{,,}$. Den midt imellan dem belägna punkten p' är påtagligen den sanna projektionen af p.

Äfven här har man att höja eller sänka justerlagret, tills i båda lägena tuben gifver samma projektion på stången. Af samma orsak, som i föregående fall påpekats, kommer man lättast till målet, om stången förlägges i jemnhöjd med tuben. Sedan man i så fall på nyss anfördt sätt funnit p', ställes tuben in på denna punkt och vrides sedan tills hårkorset kommer i jemnhöjd med p. Bortskaffas derpå felutslaget *op* genom justerlagrets höjning eller sänkning, så är justeringen på en gång afslutad.

Horisontalaxelns felläge blir utan inflytande, om man, vare sig med genomslagning eller ändvändning (ej med omläggning) mäter i två lägen och tager aritmetiska mediet

af de båda afläsningarne. Man får då, enligt hvad fig. 62 angifver, vid syftning på en punkt p den ena afläsningen lika mycket för stor som den andra för liten. Det aritmetiska mediet motsvarar tydligen midtläget p'. Mätes en vinkel, så angifves påtagligen i öfverensstämmelse härmed den sanna vinkeln af aritmetiska mediet mellan de båda lägenas vinklar. För en närmare redogörelse såväl härför som för inflytandet af horisontalaxelns felläge se 56.

4) Vid de teodoliter af hithörande konstruktion, som hafva vattenpass på tuben, hvilket egentligen endast borde vara fallet med smärre sådane, tillika afsedda för afvägning, böra vattenpassets axel och kollimationsaxeln vara parallela. For huru härmed förbunden justering verkställes, hänvisas till hvad som finnes anfördt rörande denna justering vid afvägningsinstrumentet.

5) *Indexfel.* Härmed förstås den felvinkel, hvarmed noniens nollstreck afviker från vertikalcirkelns motsvarande streck Detta streck kan, allt efter som nonien är placerad, vara besiffrad med 0°, 90°, 180° eller 270°., när kollimationsaxeln bildar rät vinkel med alhidadaxeln. Denna felvinkel kommer påtagligen att addera sig till eller subtrahera sig från höjdvinkeln, allt efter som vertikalcirkelns streck ligger på ena eller andra sidan om noniens nollstreck.

Med anledning af det mätningssätt, som vid trigonometrisk höjdmätning vanligen användes, har indexfelet endast betydelse vid teodoliter, hvilkas tuber ej kunna genomslås eller ändvändas.

För att undersöka indexfelets storlek samt för att bortskaffa detsamma, inställer man noggrant alhidadaxeln med tillhjelp af det i tubens riktning förlagda höjdmätningsvattenpasset; syftar på en i vertikal led skarpt markerad signal och afläser; genomslår och inställer tuben samt afläser ånyo. Man erhåller då, om indexfel förefinnes, olika värden i första och i andra läget, och om skilnaden mellan de båda afläsningarne halfveras, så erhålles indexfelet.

Fig. 63.

Riktigheten af det ofvan sagda torde lätt inses af fig. 63. Sedan man syftat på signalen p, afläst och genomslagit tuben, måste alhidaden vridas 180° kring alhidadaxeln för att man ånyo skall kunna i andra läget

syfta på p. Nonien n får efter denna vridning läget $n_,$, och kollimationsaxeln, som omedelbart efter vridningen innehaft det streckade läget, får vid den förnyade syftningen sitt förra läge. Om man betecknar indexfelet med i, den sanna höjdvinkeln med v, och i första läget afläses w och i det andra $w_,$, så är

$$i = w - v$$

och

$$i = v - w_,$$

Elimineras v, så erhålles

$$i = (w - w_,)/2 \text{ .... } (27).$$

Elimineras i, så erhålles

$$v = (w + w_,)/2 \text{ .... } (28).$$

Formeln (27) gifver oss indexfelets storlek; formeln (28) lär oss, att den riktiga vinkeln erhålles, äfven om indexfel finnes, ur aritmetiska mediet mellan de i båda lägena gjorda

afläsningarne.

Af det nyss anförda framgår att indexfelet ej utöfvar något menligt inflytande, om instrumentet rätt användes. Vill man imellertid bortskaffa detsamma, så låter det sig göra på följande sätt: Sedan man af formeln (28) fått veta storleken af den riktiga höjdvinkeln v, flyttas nonien eller nonierna, om flera finnas, med sina ställskrufvar tills nämnde vinkel afläses. Man har härvid att tillse, det hårkorset fortfarande skarpt täcker signalen och att höjdvattenpassets blåsa ej ändrat läge. Vid en del teodoliter är ej nonien flyttbar, men i stället finnas vertikala justerskrufvar för hårkorset. I så fall bringar man, efter att med vertikalcirkelns inställningsskruf hafva vridit vertikalcirkeln tills v afläses, med ofvannämnde justerskrufvar hårkorset att täcka signalen. Det sista sättet är oanvändbart då flera nonier finnas, ty hårkorset kan blott bringas att öfverensstämma med en nonie.

Har teodoliten på tuben ett vattenpass, hvars axel är parallel med kollimationsaxeln, så behöfver man påtagligen, när alhidadaxeln är inställd, blott bringa blåsan att spela in för att direkt afläsa indexfelet.

Af redogörelsen längre fram för teodolitens användning vid höjdmätning framgår, att man i allmänhet ej fäster något afseende vid indexfelet, utan i stället genom lämpligt mätningssätt gör det betydelselöst eller oskadligt.

54. Konstruktionen *b* (fig. 48): *Teodolit med fast tub och omställbart ryttarvattenpass på horisontalaxeln.*

Vid ifrågavarande konstruktion, som medgifver lättare justeroperationer än föregående konstruktion, bör man börja med att justera horisontalaxeln.

1) *Horisontalaxeln.* För att justera horisontalaxeln, har man först att bringa ryttarvattenpassets axel till parallelism med horisontalaxeln och sedan, under bibehållande af nämnde parallelism, att laga, det ryttarvattenpasset bildar rät vinkel med alhidadaxeln.

För huru ett omställbart vattenpass justeras med hänsyn till underlaget är redogjordt i 9, hvartill vi rörande ryttarvattenpassets justering hänvisa. Det återstår att visa huru ryttarvattenpasset och således äfven horisontalaxeln bringas att bilda rät vinkel med alhidadaxeln. Detta försiggår enligt 9 genom justerlagrets höjning eller sänkning, vare sig att man, efter att hafva afläst utslagen a och $a_{,}$ i två motsatta lägen (vridning kring alhidadaxeln), med justerlagrets (ej ryttarvattenpassets) skruf bringar ryttarvattenpasset att gifva det ur formeln (4) beräknade utslag, som motsvarar alhidadens för tillfället varande lutning mot lodlinien, eller att man, efter att hafva med fotskrufvarne bringat blåsan att skarpt spela in och sedermera hafva vridit alhidaden 180°, bortskaffar halfva felutslaget med justerlagrets skruf.

Horisontalaxelns felläge göres genom mätning i två lägen oskadligt på samma sätt vid denna som vid föregående konstruktion.

2) *Alhidadaxeln.* Alhidadvattenpassen justeras med hänsyn till alhidadaxeln på samma sätt vid denna som vid föregående konstruktion.

3) *Kollimationsfelet* pröfvas, bortskaffas eller oskadliggöres vid denna som vid föregående konstruktion.

4—5) För *tubvattenpass* och *indexfel* gäller vid denna konstruktion hvad som är sagdt vid föregående under 4) och 5).

55. Konstruktionen *c* (fig. 51): *Tuben, vridbar kring sin geometriska axel, kan ändvändas* Vi skulle ej egnat denna konstruktion, som egentligen förekommer på engelska instrument, någon större uppmärksamhet, om den ej vore temligen allmänt spridd vid svenska jernvägar..

1) *Kollimationsaxeln* måste vid denna konstruktion vara centrerad och bilda rät vinkel med horisontalaxeln.

Först efterser man, om kollimationsaxeln är centrerad, och utför i motsatt fall centreringsoperationen på sätt, somi 28 blifvit visadt. Sedan pröfvas om kollimationsfel förefinnes enligt fallen γ) och ε) vid konstruktionen a.

Kollimationsfelet kan vid ifrågavarande konstruktion i allmänhet ej bortskaffas (på hårkorsets skrufvar får man ej vidare röra, såvida man ej vill uppoffra centreringen för att få bort kollimationsfelet vid ett visst läge hos tuben), och dess inflytande på mätningsresultatet kan, alldenstund dessa instrument vanligen ej äro inrättade för genomslagning eller omläggning, ej heller genom något mätningssätt kringgås. Visserligen kan tuben ändvändas men det är lätt att inse att denna operation, hvilken eljest ersätter genomslagningen, i det den medverkar till att excentricitetsfel, horisontalaxelns felläge, indexfel m. m. blifva oskadliga, om aritmetiska mediet tages mellan afläsningar vid tubens båda lägen, ej medför likartad verkan, då det är fråga om kollimationsfelet. Ehuru i allmänhet kollimationsfelet utöfvar ett temligen oskyldigt inflytande, så kan det dock vid noggranna mätningar i kuperad terräng anses som en brist hos denna konstruktion, att man ej kan eliminera detsamma. Vid stakningar inverkar deremot kollimationsfelet hos denna konstruktion mindre menligt än hos de båda föregående konstruktionerna (se teodolitens användning vid stakning).

2) *Alhidadaxeln.* Finnes ett vattenpass på alhidaden, så justeras det med hänsyn till alhidadaxeln på vanligt sätt (se 9). Om tubvattenpassets förhållande till alhidadaxeln se 5.

3) *Horisontalaxeln.* Sedan man med noggranhet inställt alhidadaxeln, pröfvas horisontalaxelns läge i öfverensstämmelse med något af de sätt, som finnas anförda vid konstr. a, hvarvid dock är att bemärka, att vid fallet β) genomslagningen ersättes af tubens ändvändning. Justeringen verkställes äfven här genom det ena lagrets höjning eller sänkning. Äfven vid ifrågavarande konstruktion oskadliggöres horisontalaxelns felläge, om man mäter i två lägen (genom ändvändning).

4) Teodoliter af hithörande konstruktion hafva oftast ett under den vridbara tuben fästadt vattenpass. Dettas axel bör vara parrallel med kollimationsaxeln. Innan någon pröfning eller justering med hänsyn till detta vilkor företages, måste tuben först vara centrerad.

Om vattenpasset (fig. 51) för båda de lägen, som tuben genom ändvändning kan få, spelar in eller gifver samma utslag åt samma håll, så är vattenpassets axel parallel med underlaget, d. v. s. med de tubringarnes generatriser, hvilka beröra gaffellagren, och således, alldenstund tuben är

centrerad, parallel med kollimationsaxeln. Ifrågavarande justering består alltså uti att med vattenpassets justerskruf (se 9) bringa vattenpassets blåsa att spela in eller att gifva samma utslag åt samma håll för båda de lägen, som genom tubens ändvändning erhållas. Vill man grunda justeringen på blåsans inspelning, så är det förmånligt att använda vertikalcirkelns inställningsskruf i stället för fotskrufvarne.

5) *Indexfel.* Är nonien flyttbar, så har man (tubvattenpassets axel och kollimationsaxeln förutsättas parallela), att noga inställa alhidadaxeln, att med vertikalcirkelns inställningsskruf bringa tubvattenpasset att skarpt spela in samt att flytta nonien, tills dess nollstreck kommer midt för vertikalcirkelns motsvarande streck.

Ofta är nonien ej flyttbar vid dessa instrument, men i stället kan hela lagerställningen förmedelst de skrufvar, hvarmed den är fästad vid alhidadskifvan, förställas uti tubens riktning. Är ett instrument på detta sätt konstrueradt, så vrider man vertikalcirkeln tills noniens och vertikalcirkelns nollstreck komma midt för hvarandra; bringar, efter en förberedande inställning af alhidadaxeln med någon af fotskrufvarne, tubvattenpassets blåsa att skarpt spela in; vrider alhidaden 180° och borttager blåsans halfva utslag med lagerställningens ena fästskruf. Behöfver operationen upprepas, så bringas blåsan först att spela in med någon af fotskrufvarne, o. s. v. När man slutligen på detta sätt fått tubvattenpassets axel (kollimationsaxeln) att bilda rät vinkel med alhidadaxeln, så är indexfelet bortskaffadt, ty vertikalcirkelns och noniens nollstreck stå fortfarande midt för hvarandra.

Förutsatt att tubringarne hafva samma diameter Om inflytandet af att de båda tubringarne hafva olika diametrar, se hvad som härom finnes anfördt vid afvägningsinstrument med vridbar tub., så blir äfven vid denna konstruktion indexfelet oskadligt, om man genom att ändvända tuben mäter i två lägen och tager aritmetiska mediet mellan de båda afläsningarne.

56. Inflytandet af de tre axelfelen vid vinkelmätning.

Kollimationsaxeln. Om (fig. 64) kollimationsaxeln $k\ o$ ej bildar rät vinkel med horisontalaxeln $h\ a$ utan en felvinkel α förefinnes, så kommer $k\ o$, när tuben vrides, att alstra en kon, som skär horisontalplanet efter två räta linier $k_{,}\ o$ och $k_2\ o_{,}$, hvilka tydligen hvar för sig bildar vinkeln α med den mot $h\ a$ vinkelräta linien $c\ d$. Emedan vid syftning på

alla punkter k, $k_{,}$, k_p, o. s. v., som ligga på nämnde koniska yta, det ej behöfves någon vridning af alhidaden, så erhålles samma nonieafläsning vid horisontalcirkeln för samtlige dessa punkter. Vid syftning på k_p afläses derför e, under det att, om kollimationsfelet ej förefunnes, man påtagligen skulle afläsa g. Betecknas det af kollimationsaxelns felställning föranledda projektionsfelet med f, så är

$$f = g\ o\ c - \alpha.$$

Fig. 64.

Om en storcirkel $h\ e_{,}\ c_{,}\ a$, som går genom skärningspunkten $e_{,}$ uppritas, så är $c_{,}\ e_{,} = c\ e$. Af figuren framgår, att, om $c_{,}\ e_{,}$ vore bågelement i en genom $e_{,}$, gående parallelcirkel till $c\ h\ a$, vinklarne $e_{,}\ o'\ c_{,}$ och $g\ o\ c$ vore lika stora. Som imellertid kollimationsaxelns lutningsvinkel v mot horisonten i allmänhet ej är någon stor vinkel — sällan uppgående till 8 à 10°, öfverstiger den endast undantagsvis 20° — och dessutom vinkeln α är ytterst liten, så kunna vi med för ändamålet tillräcklig noggranhet äfven anse $c_{,}\ e_{,}$ såsom bågelement uti en parallelcirkel med radien $e_{,}\ o' = r \cos v$ och således äfven sätta: $c_{,}\ o'\ e_{,} = g\ o\ c$, eller, emedan de bågar, hvilka i olika cirklar svara mot lika stora vinklar, förhålla sig som cirklarnes radier,

$$r/(r \cos v) = (c\ g)/(c_{,}\ e_{,}) = (c\ g)/(c\ e) = (g\ o\ c)/\alpha,$$

hvaraf $g\ o\ c = \alpha/\cos v$

och $f = \alpha[(1/\cos v) - 1]$ .... (29).

Af fig. 64 framgår att f alltid har samma tecken för samma läge hos tuben. Man behöfver således uti ofvanstående formel ej fästa afseende vid huruvida v är höjd- eller djupvinkel. Formeln utvisar föröfrigt att, för ett gifvet värde på α, $f = 0$ endast inträffar för $v = 0$ och att f ökas, när v ökas.

För att efterse i hvad mån kollimationsfelet inverkar menligt vid mätning af horisontalvinklar, må det antagas, att horisontalvinkeln mellan två signaler har blifvit mätt och att kollimationsaxelns lutningsvinklar vid syftning på nämnde signaler varit $v_{,}$ och $v_{,,}$. Emedan vinkeln bestämmes af skilnaden mellan de båda afläsningarne, så kommer påtagligen densamma att blifva behäftad med ett fel δ, som, emedan projektionsfelen $f_{,}$ och $f_{,,}$ hafva samma tecken, fås ur

$$\delta = f_{,} - f_{,,} = \alpha[(1/(\cos v_{,}) - 1)] - \alpha\ [(1/(\cos v_{,,}) - 1)] = \alpha[(1/(\cos v_{,}) - 1/(\cos v_{,,})] \text{ ...... (30).}$$

Af denna formel framgår, $\delta = 0$ för $v_{,} = v_{,,}$. Man kan derför säga: När de båda vinkelbenen hafva samma lutning mot horisonten, vare sig att signalerna ligga på samma eller på hvar sin sida om horisonten, så är kollimationsfelet utan inflytande vid mätning af horisontalvinklar. Föröfrigt framgår af formeln, att δ ökas, när det ena vinkelbenet närmar sig horisonten och det andra närmar sig lodlinien. Det största värde, som δ kan få, är enligt fig. 64 $90° - \alpha$. Formeln lemnar ett oegentligt maximum. Detta har sin grund uti dess approximativa härledning, vid hvilken smärre värden på v förutsattes.

Trots det stora fel, hvartill kollimationsaxelns felställning kan gifva upphof, så har denna felorsak ringa betydelse vid mätning af horisontal- och vertikalvinklar, ty vinkelbenens lutningsvinklar äro i allmänhet små, synnerligen vid triangelmätningar af första och andra ordningen, vid hvilka v mycket sällan öfverstiger 1°.

För att gifva ett begrepp om kollimationsfelets betydelse, har i följande tabell, enligt formeln (29), sammanförts motsvarande värden på v, α och f. Vill man t. ex. med tillhjelp af denna tabell söka δ för $v_{,} = 5°$, $v_{,,} = 2°$ och $\alpha = 1'$, så fås $\delta = 0'',23 - 0'',04 = 0'',17$.

Tabell 1.

α \ v	1°	2°	5°	10°	45°
1'	0″,01	0″,04	0″,23	0″,93	24″,8
2'	0,02	0,07	0,46	1,85	47″,7
5'	0,05	0,18	1,15	4,63	2′ 4″,0
10'	0,09	0,36	2,30	9,26	4′ 9,0
1°	0,55	2,15	13,78	55,5	24′51,0

Att kollimationsfelet blir utan inflytande, om horisontalvinklar mätas i två lägen (genomslagning eller omläggning) och aritmetiska mediet tages mellan de i båda lägena erhållna vinklarne, har redan förut blifvit påpekadt och torde i fig. 64 ytterligare finna belysning.

På höjdvinklar har kollimationsfelet ännu mindre inflytande än på horisontalvinklar. En teoretisk betraktelse gifver, om man betecknar felet med f' och om v samt α uttryckas i sekunder,

$$f' = \alpha^2 \tan v/412530 \text{ sek. .... (31).}$$

Farligast inverkar kollimationsfelet, då man vid liniestakning (se teodolitens användning vid stakning), efter att hafva stakat i en riktning, genomslår tuben för att fortsätta i motsatt riktning. Har kollimationsaxeln i ena läget haft riktningen oe får den vid horisontel syftning i andra läget riktningen ok_2. Linien blir i så fall bruten med 2α.

Horisontalaxeln. Om (fig. 65) horisontalaxeln $h\ a$ afviker från horisonten med vinkeln φ, då alhidadaxeln är instäld, så kommer kollimationsaxeln att röra sig i det med vinkeln φ mot lodlinien lutande planet $c\ b\ k\ d$. Emedan vid syftning på alla punkter k, $k_{\cdot}$ o. s. v., som ligga i nämnde plan, det ej behöfves någon vridning af alhidaden, så erhålles vid horisontalcirkeln samma afläsning för dessa punkter. Instrumentet projicerar alltså oriktigt.

Fig. 65.

Om horisontalaxeln ej afviker från horisonten, då tuben är instäld på signalen p, så afläses c. Vrider man

horisontalaxeln i vertikalplanet tills den lutar vinkeln φ mot horisonten, så afläses fortfarande c, men kollimationsaxeln får läget $k\ o$. Den vinkel f, som alhidaden behöfver vridas kring alhidadaxeln, för att kollimationsaxeln ånyo må få läget $p\ o$, angifver det projektionsfel, som horisontalaxelns lutning med vinkeln φ mot horisonten föranleder, då kollimationsaxeln lutar med vinkeln v mot horisonten.

Emedan vinklarne α och f förekomma mycket små, så kan man vid dem, med bibehållande af för ändamålet erforderlig noggranhet, tillåta sig ett utbyte af kordan eller tangenten mot bågen. Följande relationer låta (alldenstund $g\ i = r \cos v$ och $g\ o = r \sin v$) i så fall härleda sig i trianglarne $i\ b\ g$ och $o\ g\ e$:

$$r \cos v \cdot f = i\ b = g\ e = r \sin v \cdot \varphi$$

hvaraf

$$f = \varphi \tan v \text{ .... (32).}$$

Af fig. 65 framgår att projektionsfelet får olika tecken, allt efter som signalen ligger öfver eller under instrumenthorisonten, d. v. s. allt efter som v är höjd- eller djupvinkel. Formeln (32) lemnar, då horisontalaxeln lutar med en viss vinkel, $f = 0$ endast för $v = 0$ och visar att f växer när v ökas.

För att få utrönt i hvad mån horisontalaxelns felläge inverkar menligt vid mätning af horisontalvinklar, må det antagas, att horisontalvinkeln mellan två signaler blifvit mätt och att kollimationsaxelns lutningsvinklar vid syftning på nämnde signaler varit $v_{,}$ och $v_{,,}$. Som vinkeln bestämmes af skilnaden mellan afläsningarne, så blir den behäftad med ett fel δ som erhålles ur

$$\delta = \varphi\ (\tan v_{,} - \tan v_{,,}) \text{ .... (33).}$$

I denna formel gifves i öfverensstämmelse med hvad nyss blifvit påpekadt åt $v_{,}$ och $v_{,,}$ samma eller motsatta tecken (i förra fallet δ = skilnaden mellan, i senare fallet δ = summan af de båda projektionsfelen) allt efter som signalerna ligga på samma eller motsatta sidor om instrumenthorisonten.

Af formeln framgår vidare, att $\delta = o$ inträffar för $v_{,} = v_{,,}$, d. v. s., när de båda lutningsvinklarne äro lika stora och signalerna ligga på *samma* sida om instrumenthorisonten; och af figuren, att $\delta_{max} = 180°$ inträffar för $v_{,} = - v_{,,} = 90°$. Formeln lemnar oegentligt maximivärde i anseende till dess approximativa härledning under förutsättning af smärre värden på v. Följande tabell, innehållande motsvarande värden på v, φ och f, visar att horisontalaxelns felläge utöfvar ett

vida menligare inflytande vid mätning af horisontalvin klar än kollimationsfelet. För $v_{,} = 10°$, $v_{,,} = -2°$ och $\varphi = 1'$ är $\delta = 10'',58 + 2'',10 = 12'',68$.

Tabell 2.

φ \ v	1°	2°	5°	10°	45°

10″	0″,17	0″,35	0″,87	1″,76	10″
30″	0 ,52	1 ,05	2 ,62	5 ,29	30″
1′	1 ,05	2 ,10	5 ,25	10 ,58	1′
5′	5 ,23	10 ,48	26 ,24	52 ,90	5′
10′	10 ,47	20 ,95	52 ,49	1′46″	10′

Att horisontalaxelns felläge blir utan inflytande vid mätning af horisontalvinklar i två lägen (genomslagning eller ändvändning), om aritmetiska mediet tages mellan de i båda lägena erhållna vinklarne, har redan förut blifvit påpekadt och torde af fig. 65 ytterligare finna belysning.

På höjdvinklar utöfvar horisontalaxelns felläge ett försvinnande inflytande. En teoretisk betraktelse gifver, om felet betecknas med f',

$f' = (\varphi^2 \tang v)/412530$ .... (34).

Fig. 66.

Alhidadaxeln. Om (fig. 66) alhidadaxeln, vare sig af att vattenpasset ej är tillräckligt känsligt eller ej är bragt att

med erforderlig skärpa spela in, afviker från lodlinien med en vinkel $\varphi_{,}$ och samtlige axlar föröfrigt hafva riktiga lägen i förhållande till hvarandra, så kommer horisontalaxeln, då alhidaden vrides kring alhidadaxeln, att alstra ett plan $h\ a,\ a\ h_{,}$, som lutar med vinkeln $\varphi_{,}$ mot horisontalplanet, och kollimationsaxeln vid företagna mätningar att projicera på det lutande planet i stället för på horisontalplanet. Kände man horisontalaxelns lutningsvinkel φ för ett visst läge — tydligen kommer horisontalaxeln att luta med alla möjliga vinklar mellan 0 och $\varphi_{,}$, då vridning eger rum kring alhidadaxeln — så hade man blott att insätta detta värde på φ uti formlerna (32) och (33) för att erhålla det sökta projektions- och vinkelfelet, som svarar mot detta läge.

Om horisontalaxeln, när den innehar läget $h\ a$, vrides en vinkel γ kring alhidadaxeln, så kommer den att intaga läget $d\ o$ och att luta med vinkeln φ mot horisontalplanet. Emedan man utan märkbart fel kan sätta $bc = de$, och emedan $b0 = r \sin \gamma$ samt φ och $\varphi_{,}$ äro ytterst små vinklar, så är $r\varphi = \varphi_{,} r \sin \gamma$, hvaraf $\varphi = \varphi_{,} \sin \gamma$. Insättes detta värde på φ uti formlerna (32) och (33), så erhållas

$f = \varphi_{,} \sin \gamma \tang v$ .... (35),

och

$\delta = \varphi_{,} (\sin \gamma_{,} \tang v_{,} - \sin \gamma_{,,} \tang v_{,,})$ .... (36).

Uti dessa formler räknas v positiv eller negativ allt eftersom den är höjd- eller djupvinkel och tecknet för $\sin \gamma$ bestämmes på vanligt sätt.

Af formeln framgår, att $\delta = 0$ inträffar för $\gamma_{,} = \gamma_{,,} = 0$ eller 180 samt att $\delta_{max.}$ inträffar för $\gamma_{,} = \gamma_{,,} = 90°$ eller 270°, då $v_{,} = -v_{,,} = 90°$. Föröfrigt visar formeln att alhidadaxelns felställning i allmänhet har oskyldigare inverkan än horisontalaxelns felläge vid mätning af horisontalvinklar. Den förstnämnde felorsaken är imellertid så till vida farligare, att dess inflytande ej oskadliggöres genom mätning i två lägen.

De värden på f, som svara mot kända värden på $\varphi = \varphi_{,} \sin \gamma$ och v, erhållas i tabellen 2 på sid. 79.

Utöfva kollimationsfelet och horisontalaxelns felläge i allmänhet ej något beaktansvärdt inflytande vid mätning af vertikalvinklar, så är alhidadaxeln felställning så mycket farligare. Det projektionsfel f', som uppkommer deraf, att alhidadaxeln lutar en obetydlig vinkel mot horisonten, erhålles ur

$f' = \varphi_{,}^2 \tang v \sin^2 \gamma / 412530$ sek. .... (37).

Detta fel är af försvinnande betydelse, och härom är ej fråga, utan om den direkta inverkan af alhidadaxelns afvikelse från lodlinien vid mätning af vertikalvinklar.

Om (fig. 66) alhidadaxeln lutar med vinkeln $\varphi_{,}$ mot lodlinien, och kollimationsaxeln intager läget $h\ a$ (horisontalaxeln intager då läget $h_{,}\ a_{,}$) samt noniens och vertikalcirkelns nollstreck stå midt för hvarandra, så kommer vid alhidadens vridning kollimationsaxeln att alstra planet $h\ a,\ a\ h_{,}$. Tydligen pekar sistnämnde axel öfver horisonten, då alhidadens vridningsvinkel ligger mellan 0° och 180°, deremot under horisonten, när vridningsvinkeln ligger mellan 180° och 360°. Kollimationsaxeln kommer alltså på grund af alhidadaxelns felställning att luta mot horisonten med vinklar, som af nonien ej alls angifvas. Om kollimationsaxeln derför intager ett läge $d\ o$, svarande mot vinkeln γ, så lutar den oaktadt noniens och vertikalcirkelns nollstreck stå midt för hvarandra med vinkeln φ mot horisontalplanet. Vid alla mätningar i planet $d\ q\ s$ blifva således vinklarne felaktiga med vinkeln φ ($= \varphi_{,} \sin \gamma$ enligt det föregående). Om den aflästa höjdvinkeln betecknas med w och om såsom vanligt vid trigonometrisk höjdmätning zenitvinkeln mätes samt betecknas med u, så fås de med φ korrigerade höjd- och zenitvinklarne ur

$v = w \pm \varphi$ och $z = u \pm \varphi$ ...... (38).

$\varphi = 0$ inträffar för $\gamma = 0$ eller $\gamma = 180°$; $\varphi_{max} = \varphi_{,}$ inträffar för $\gamma = 90°$ eller $\gamma = 270°$.

Alhidadaxelns afvikelse från lodlinien kan således hafva ett ganska farligt inflytande vid mätning af vertikalvinklar, detta så mycket mer, som felet ej elimineras genom mätning på vanligt sätt i två lägen. Det framgår tydligen af figuren att man, om tuben inställes på en signal p, efter genomslagning och behörig vridning af 180° samt förnyad inställning får samma afläsning som i första läget. Naturligtvis har man i sin makt att kunna justera vattenpasset och med tillhjelp af detsamma närmevis inställa alhidadaxeln; men dels af att ett känsligt vattenpass sällan bibehåller sig justeradt, dels af andra skäl, är det nödvändigt att genom lämpligt mätningssätt göra sig oberoende af detta fel. Man kan nå målet på två sätt; men båda förutsätta, att instrumentet är försedt med ett mycket känsligt, i *tubens riktning förlagdt vattenpass,* som lämpligast bör vara fästadt vid alhidaden.

1) Man mäter för hvarje signal det motsvarande värdet på φ enligt 10—3) (att det är φ eller vinkeln mellan lodliniens projektion på syftplanet och alhidadaxeln, som blir uppmätt på detta sätt, torde (fig. 66) väl ej behöfva bevisas)

och ökar eller minskar härmed höjd- eller zenitvinkeln, allt efter som vattenpasset angifvit att alhidadaxeln lutar åt ena eller andra hållet. Af fig. 66 framgår, att φ adderas till zenitvinkeln och subtraheras från höjdvinkeln, när alhidadaxeln lutar mot signalen, och att förhållandet blir omvändt, då den lutar från signalen. Som vertikalvinklar alltid mätas i två lägen, så behöfvas inga särskilda operationer för mätning af φ.

2) Man mäter i två lägen och bringar för hvardera läget, sedan tuben blifvit inställd i syftplanet, höjdmätningsvattenpasset att spela in. Med ledning af fig. 67 och 68 kan lätt bevisas, att höjdvinkeln v erhålles oberoende af φ ur det aritmetiska mediet mellan de båda aflästa vinklarne w och $w_{,}$.

Fig. 67. Fig. 68.

Om (fig. 67) $a\ o$ är alhidadaxelns projektion på syftplanet, när det i tubens riktning förlagda vattenpasset spelar in, så kommer, då tuben genomslås (ändvändes) och ånyo inställes på signalen, nämnde vattenpass att vridas 180° och således att gifva utslag för 2φ; bringar man med fotskrufvarne blåsan att ånyo spela in, så vrides alltså $a\ o$ vinkeln 2φ och intager (fig. 68) läget $a_{,}\ o$. I första läget är $w = v - \varphi$; i andra läget $w_{,} = v + \varphi$. Alltså är

$v = (w + w_{,}) / 2$ .... (39).

Det säger sig sjelf, att genom detta mätningssätt äfven zenitvinkeln fås oberoende af alhidadaxelns lutningsvinkel.

Sammanfattning af föregående betraktelser. Kollimationsfelet är det minst farliga vid vinkelmätning, men det mest farliga vid räta liniers stakning (vid tubens genomslagning) af de tre axelfelen. Horisontalaxelns felläge är i allmänhet farligare än alhidadaxelns felställning vid mätning

af horisontalvinklar. Föröfrigt göra sig de tre axelfelen mera gällande i samma mån som terrängen är kuperad.

Alhidadaxelns felställning oskadliggöres ej såsom de båda öfriga axelfelen, om horisontalvinklar mätas i två lägen.

Vid triangel- eller bruten liniemätning för praktiska ändamål äro axelfelen i plan terräng utan betydelse; i mycket kuperad terräng fordras god inställning af alhidadaxeln och, om man ej mäter i två lägen, äfven god justering af de båda öfriga axlarne. Vid triangelmätning af 1:sta och 2:dra ordningen fordras noggrann inställning af alhidadaxeln och noggrann

justering af de båda öfriga axlarne.

Vid mätning af vertikalvinklar utöfvar alhidadaxelns felställning ett mycket farligt direkt inflytande, hvaraf man genom lämpligt mätningssätt måste göra sig oberoende. Härföre erfordras ett känsligt, vid alhidaden fästadt och i tubens riktning förlagdt vattenpass. De projektionsfel, som de tre axelfelen föranleda vid mätning af vertikalvinklar, hafva deremot under vanliga förhållanden ej något beaktansvärdt inflytande.

II. Teodolitens konstanta fel.

57. Undersökningen af hithörande fel hos en teodolit måste en gång för alla utföras. De vigtigaste bland dessa fel må i det följande belysas.

58. Excentricitet mellan horisontalcirkeln och alhidadaxeln. Detta fel föranledes vid de teodoliter, som hafva tapphylsan fästad vid horisontalcirkeln (fig. 48), af att hylsan och horisontalcirkeln ej blifvit svarfvade kring samma axel; och vid de teodoliter, som hafva alhidadtappen fästade vid horisontalcirkeln (fig. 52), af att horizontalcirkeln och alhidadtappen ej blifvit svarfvade kring samma axel.

Fig. 69.

Om i fig. 69 o är horisontalcirkelns medelpunkt och a är alhidadaxeln, så kommer alhidaden (nonien) att vridas kring a under det att horisontalcirkelns gradering hänför sig till c. Excentricitetsfelet e föranleder derför, att det afläses en annan vinkel än den som mätes; af fig. 69 framgår nämligen, om en vinkel $p\ a\ p_, = n\ a\ n_, = v$ mätes och nonien dervid öfverfar

bågen $n\ n_,$, att denne båge ej svarar mot $n\ a\ n_,$ utan mot den aflästa vinkeln $n\ c\ n_, = v_,$. Skilnaden $v_, — v$ är tydligen det sökta vinkelfelet f, hvartill ifrågavarande excentricitet har gifvit upphof, och som vi till en början hafva att bestämma.

Emedan trianglarne $a\ i\ n_,$ och $c\ i\ n$ hafva vinklarne vid i lika stora, så är $v + \alpha = v_, + \alpha_,$ och således

$$f = v_, - v = \alpha - \alpha_,.$$

I trianglarne $a\ c\ n_,$ och $a\ c\ n$ finner man vidare, om den graderade bågens radie betecknas med r,

$$\sin \alpha = (e/r) \sin \varphi$$

och

$$\sin \alpha_, = (e/r) \sin (\varphi - v).$$

Som excentriciteten e är en ytterst liten storhet och vinklarne α och $\alpha_,$ äro ytterst små, så kan för dessa vinklar sinus utbytas mot bågen; och emedan $x^{\text{sek}} = 206265\ x^{\text{båge}}$, så erhålles

$$\alpha^{\text{sek}} = 206265\ (e/r) \sin \varphi$$

och

$$\alpha_,^{\text{sek}} = 206265\ (e/r) \sin (\varphi - v).$$

Insättas dessa värden på α och $\alpha_,$ uti den första eqvationen, så fås

$$f^{\text{sek}} = \alpha - \alpha_, = 206265\ (e/r)\ [\sin \varphi - \sin (\varphi - v)]$$

eller efter en enkel trigonometrisk transformation

$$f^{\text{sek}} = 412530\ (e/r) \sin (v/2) \cos (\varphi - v/2) \text{ .... (40).}$$

$f = 0$ inträffar för $\cos (\varphi - v/2) = 0$, d. v. s. för

$$\varphi = 90° + v/2 \text{ och } \varphi = 270° + v/2.$$

Vid en blick på fig. 70 finna vi alltså, att *excentricitet mellan horisontalcirkeln och alhidadaxeln föranleder ej något fel, när nonien öfverfar bågar, hvilkas itudelningslinie (i l) bildar rät vinkel med excentricitetslinien (a c).*

Vid gifvet värde på v blir f störst för $\cos (\varphi - v/2) = 1$, d. v. s. för $\varphi = v/2$; f_{max} inträffar för $\sin (v/2) \cos (\varphi - v/2) = 1$ I många geodetiska läroböcker har slentrianmessigt insmugit sig ett fel, bestående uti, att f_{max} säges inträffa för $\cos (\varphi - v/2)$. Häraf oreda vid denna frågas behandling., d. v. s. för $\varphi = v/2 = 90°$ eller 270°. Häraf framgår (fig. 71), *att excentricitet mellan horisontalcirkeln och alhidadaxeln inverkar menligast, när nonien öfverfar bågar, som af excentricitetslinien (a c) halfveras, och att felet blir större i samma mån som v närmar sig 180 °.*

Fig. 70. Fig. 71.

Antages $\varphi = v/2 = 30$, excentriciteten $e = 0{,}1_{\text{m.m.}}$ (= 0,037 linie) och radien $r = 100_{\text{m.m.}}$ (= 33,68 linier), så är enligt formeln (40)

$$f = 412530 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}5/100 = 206'' = 3'26''.$$

För $\varphi = v/2 = 90°$, då f når sitt maximivärde, blir vid samma excentricitet och samma radie $f = 2 \cdot 206'' = 6'52''$. Man ser häraf, att äfven en så obetydlig excentricitet som 0,1 m.m. föranleder vid ofördelaktiga lägen hos nonien ett så stort fel, att det ej ens vid de gröfsta mätningar kan tillåtas. Lyckligtvis kan man på två sätt göra sig oberoende af detta fel, vanligen det farligaste hos en teodolit.

Om instrumentet är försedt med två diametralt motsatta nonier, så gifver oaktadt ifrågavarande excentricitet aritmetiska mediet mellan de af båda nonierna angifna

vinkelvärdena den sanna vinkeln; ty om i fig. 69 de streckade linierna dragas, så är $v = n\ a\ n_, = a\ n'\ n_, + a\ n_,\ n' = = (n\ c\ n_, + n'\ c\ n_,')/2$.

Äfven när blott en nonie finnes på instrumentet kan förevarande excentricitetsfel göras oskadligt, såvida tuben är inrättad för genomslagning eller ändvändning; ty om vinkeln $p\ a\ p_,$ mätes i ena läget, hvarvid $n\ c\ n_,$ avläses, och tuben genomslås eller ändvändes samt ånyo inriktas på p och $p_,$, så får nonien diametralt motsatta lägen mot förut och angifver således $n'\ c\ n_,'$. Aritmetiska mediet af de båda under mätning i två lägen af nonien angifna vinkelvärdena lemnar tydligen i öfverensstämmelse med föregående fall den sanna vinkeln.

Vill man undersöka i hvad mån en teodolit med två diametralt motsatta nonier är behäftad med excentricitet mellan horisontalcirkeln och alhidadaxeln, samt dessutom finna excentricitetsliniens läge, så kan man gå tillväga på nedan beskrifne sätt, hvars riktighet framgår ur formeln (40), men som torde förtydligas af följande betraktelser.

Fig. 72.

Tänker inan sig (fig. 72) de båda nonierna ersatta af en indexlinie $n\ n_,$ som svänger kring a och dervid öfverfar horisontalcirkeln, så förblir påtagligen skilnaden mellan afläsningarne vid liniens båda ändar ej konstant när a ej sammanfaller med c, d. v. s. när ifrågavarande excentricitet förefinnes. Vi vilja först söka den lag, enligt hvilken denna skilnad till- och aftager, samt sedan visa, huru man på grund häraf kan finna excentricitetsliniens läge.

Om indexlinien sammanfaller med excentricitetslinien $a\ c$, så är afläsningsskilnaden 180°. Vrides indexlinien åt det håll som pilen angifver, så aftager denna skilnad Afläsningsskilnaden antages härvid konseqvent representerad af den båge, som ligger till höger om $n\ n_,$, då man, deltagande i rörelsen hos punkten n, har ansigtet vändt mot $n_,$. (för läget $b\ b_,$ är den $180 - b\ c$; för läget $c\ c_,$ är den $180° - b_,\ c$, o. s. v.) tills den i läget $d\ d_,$ bildar rät vinkel med $a\ c$, då skilnaden har minimivärdet $180 - 2\ d\ t$.

Fortsattes sedan vridningen, så ökas afläsningsskilnaden tills indexlinien ånyo, fast ändvänd, sammanfaller med $d_,\ d$. Häraf framgår att afläsningsskilnaden blir 180° när indexlinien

sammanfaller med excentricitetslinien samt att den når sitt minimum, då vridningsvinkeln är 90° och sitt maximum då vridningsvinkeln är 270°.

För att med ledning af det ofvan sagda pröfva i hvad mån teodoliten är behäftad med ifrågavarande excentricitetsfel, inställer man den ena nonien på jemna tiotal af grader, tills man med den gått rundt hela cirkeln, och afläser för hvarje inställning vid den diametralt motsatta nonien. Visar det sig då att för alla 36 fallen nonierna skilja sig med 180° eller, om deras nollstreck ej ligga exakt på samma diameter, med 180 ± *en konstant,* så förefinnes ej ifrågavarande excentricitet; visar det sig deremot att afläsningsskilnaden symmetriskt till- och aftager, så är teodoliten behäftad med detta fel, och excentricitetsliniens riktning angifves af det noniernas läge, för hvilket afläsningsskilnaden är 180° eller ett medium af samtlige afläsningsskilnaderna. På hvilken sida om horisontalcirkelns medelpunkt alhidadaxeln är belägen, angifves, om man mäter en vinkel, som af excentricitetslinien halfveras, af den nonie som lemnar minsta värdet.

Det säger sig sjelf att afläsnings- och delningsfel m. m. skola verka derhän, att en dylik observationsserie ej får en matematiskt noggrann karakter. Några afläsningar visa sig derför mer eller mindre afvika från seriens allmänna lag. Vid nästan alla teodoliter, som äro fint och väl graderade, kan man dock vid omsorgsfulla inställningar och observationer vanligen få en afläsningsserie, som temligen noga utvisar excentricitetsliniens läge.

Vill man taga reda på maximifelet, så har man att ställa noniernas diameter (den som sammanbinder nollstrecken) vinkelrätt emot excentricitetslinien och, sedan afläsning egt rum, att vrida alhidaden, tills den ena nonien öfverfarit 180°. Den andra nonien visar sig då på grund af excentriciteten hafva öfverfarit 180 ± 2 $d\,t$. Den sanna vinkeln, som alhidaden vridits, erhålles enligt föregående ur $(180 + 180 \pm 2d\,t)/2 = 180 \pm dt$ och $f_{\max}$ tydligen ur $180 \pm dt - 180 = \pm dt$. Insattes detta värde i formeln $f^{\text{sek}} = 412530\, e/r$ så kan e beräknas.

Tillvaron af förevarande excentricitet gifver sig föröfrigt tillkänna, om den ljusrand, som ögat vid lämplig dager förmår skönja mellan alhidaden och horisontalcirkeln, är olika

bred vid *samma* ställe (nonie) af alhidaden, då alhidaden vrides.

Det stora inflytande, som ifrågavarande excentricitet utöfvar, gör att alla instrument, som endast hafva en nonie och med hvilka man ej kan mäta i två lägen, i allmänhet lemna mycket felaktiga vinklar.

Det behöfver väl knapt påpekas, att hvad ofvan är sagdt, under förutsättning att teodoliten har diametralt motsatta nonier, gäller äfven om nonierna utbytas mot skrufmikroskop.

59. Excentricitet mellan noniebågarne och alhidadaxeln är af vida oskyldigare beskaffenhet än föregående excentricitetsfel. Om (fig. 73) a och $a_,$ äro alhidadaxeln och alhidadens (noniebågarnes) medelpunkter, så få nonierna excentriska lägen i förhållande till horisontalcirkeln. Något annat fel föranleder ej denna excentricitet. Visserligen kommer, om såsom i föregående fall nonierna ersättas af en indexlinie, denna linie ej att gå genom a — den tangerar en cirkel — då rörelse eger rum kring a; men af figuren framgår att de öfverfarna bågarne $n\, n'$ och $n_,\, n_,'$ svara mot alhidadens vridningsvinkel v och att afläsningsskilnaden förblir 180 ± en konstant (konstant = 0, om indexlinien sammanfaller med excentricitetslinien $e\, l$). Då det i allmänhet står uti instrumentmakarens makt att göra denna excentricitet så liten, att noniernas excentriska lägen i förhållande till horisontalcirkeln blir utan beaktansvärdt inflytande, så må en matematisk kritik här lemnas åsido, detta så mycket mer som den troligen ej skulle leda till något praktiskt resultat.

Tillvaron af denna excentricitet gifver sig likasom den föregående tillkänna genom en olika bredd hos ljusranden mellan alhidaden och hororisontalcirkeln; men man skiljer den från föregående deruti, att ljusranden, då alhidaden vrides, ej ändrar bredd vid samma ställe (nonie) af alhidaden.

Förevarande excentricitet förlorar all betydelse vid instrument med skrufmikroskop.

60. Excentricitet mellan vertikalcirkeln och horisontalaxeln är af samma natur som excentricitet mellan horisontalcirkeln och alhidadaxeln. Vi hänvisa derför till 58. Förevarande excentricitet göres oskadlig, om man mäter höjd- eller zenitvinklar med *två* nonier; men ej — och i detta afseende skiljer den sig från excentriciteten mellan horisontalcirkeln och alhidadaxeln — om man mäter i två lägen med blott en nonie. Denna nonie kommer nämligen, såsom längre fram skall visas, vid höjdmätning ej att öfverfara diametralt motsatta bågar, hvilket enligt 58 är ett vilkor för att en excentricitet af ifrågavarande natur skall blifva oskadligI många geodetiska läroböcker påstås oriktigt att eliminering af felet eger rum, då man mäter höjdvinklar med *en* nonie i två lägen.. En teodolit, som ej har minst två nonier vid vertikalcirkeln, är med anledning häraf oduglig för noggrann trigonometrisk höjdmätning.

61. Excentricitet mellan vertikalcirkeln och noniebågarne har likasom motsvarande excentricitet vid horisontalcirkeln och dess noniebågar (se 59), under vanliga förhållanden ett temligen oskyldigt inflytande. Afvikelsen är dock i allmänhet större vid vertikalcirkeln än vid horisontalcirkeln med anledning af det sätt, hvarpå den förres nonier äro fästade. Det torde i samband härmed vara på sin plats att påpeka nödvändigheten af, att med största försigtighet ändra läget af dessa, ofta medelst två justerskrufvar flyttbara nonier, då t. ex. indexfel skall genom noniernas flyttning bortskaffas. Det händer nämligen lätt vid en sådan operation, att åt nonierna gifvas så skefva lägen, att ifrågavarande felorsak får stor betydelse.

62. Excentricitet mellan tuben och alhidadaxeln består uti att kollimationsaxeln ej skäres af alhidadaxeln, hvadan den förra, när alhidaden vrides, tangerar en cirkel med excentriciteten till radie. Härigenom uppkommer ett fel, alldenstund (fig. 74) vinkeln $p\, a\, p_, = v_,$ mätes i stället för $p\, c\, p_, = v$. Om detta fel betecknas med f, så är $f = v - v_,$ och emedan trianglarne $p_,\, c\, i$ och $p\, i\, a$ hafva vinklarne vid i lika stora, så är $v + \beta = v_, + \alpha$ eller

$$f = v - v_, = \alpha - \beta.$$

Fig. 74.

Betecknas vidare $c\, p$ och $c\, p_,$ med l och $l_,$ samt excentriciteten med e, så är

$$l \sin \alpha = e$$

och

$$l_, \sin \beta = e.$$

Som α och β påtagligen äro mycket små, så kan för dem sinus utbytas mot bågen, hvarvid, om de derjemte uttryckas i sekunder, erhålles

$$\alpha^{sek} = 206265\, e/l$$

och

$$\beta^{\text{sek}} = 206265\, e/l_,.$$

Insättas dessa värden i den första eqvationen, så fås

$f^{\text{sek}} = 206265\, e(1/l - 1/l_,)$ ......</sp) (41).

Som e vid den vanliga teodoliten *(ej vid den med excentrisk tub)* är en ytterst obetydlig storhet (öfverstiger sällan en m.m.) vid sidan af afstånden l och $l_,$ mellan stationen och signalerna, och som l och $l_,$ dessutom i allmänhet ej till storlek mycket afvika från hvarandra, så utvisar ofvanstående formel, att denna excentricitet ej har farligt, ej ens beaktansvärdt inflytande. Felet försvinner föröfrigt för $l = l_,$ och göres helt och hållet oskadligt om mätning verkställes i två lägen med genomslagning eller ändvändning. Vid tubens andra läge afläses nämligen $v_{,,}$; och emedan trianglarne $a_,\, p_,\, i_,$ och $c\, i_,\, p$ hafva vinklarne vid $i_,$ lika stora, så kan, om den för första läget funna eqvationen medtages, skrifvas

$$v + \beta = v_, + \alpha$$

och

$$v + \alpha = v_{,,} + \beta,$$

hvaraf, om addition företages på ömse sidor om likhetstecknet,

$v = (v_, + v_{,,})/2$ .... (42).

Med anledning af att ifrågavarande fel låter fullkomligt eliminera sig och att vinklar i allmänhet mätas i två lägen, finner man många instrument med tuben utanför ett af lagren med excentrisk tub. Man undviker vid denna konstruktion höga lagerstöttor och vinner i öfrigt förenkling. Det säger sig sjelf, att man med ett sådant instrument alltid måste mäta vinklar i två lägen.

63. Delningsfel eller fel vid cirklarnes och noniernas gradering äro de bland teodolitens konstanta fel, som i väsendtlig mån inverka menligt. Dessa fel kunna aldrig i önskvärd mån undvikas; man är derför hänvisad till att så vidt möjligt är söka kringgå deras skadliga inflytande. Detta sker genom att använda flera nonier (skrufmikroskop) samt genom att mäta en vinkel flera gånger och på olika ställen af cirklarne. Härigenom utjemnas påtagligen bristerna hos graderingen, och den sökta vinkeln blir riktigare i samma mån, som den är ett medium af flera afläsningar.

Den enkla teodoliten, hos hvilken horisontalcirkein ej är vridbar, medgifver, äfven om genomslagning användes, ej mer än två lägen för hvarje nonie. Häri ligger orsaken till den enkla teodolitens oanvändbarhet vid finare mätningar. Visserligen kan instrumentet omställas på stativet eller jemte detsamma, men härmed förbundna inställningar af alhidadaxeln m. m. göra ett sådant sätt att mäta med teodolit ytterst besvärligt. Vid multiplikationsteodoliten kan man påtagligen utan besvär mäta vinkeln hvar som helst på horisontalcirkeln.

64. Axlarne ej vinkelräta mot cirklarnes planer. Om alhidadaxeln ej bildar rät vinkel med horisontalcirkelns plan, eller horisontalaxeln ej bildar rät vinkel med vertikalcirkelns plan, så föranledas fel, hvilka dock vanligen ej äro af någon betydelse, emedan dessa afvikelser äro relativt lätta att hålla inom de gränser, der de ej utöfva något farligt inflytande. En sådan afvikelse inverkar i allmänhet menligast vid afläsning.

65. Afvikelse mellan repetitionsaxeln och alhidadaxeln förefinnes i mer eller mindre mån vid nästan alla sammansatta teodoliter. Om de båda axlarne ej sammanfalla, utan äro med hvarandra parallela, så är visserligen excentricitet för handen, men denna excentricitet har ej beaktansvärd betydelse. Den motsvarar tydligen endast en ytterst obetydlig excentrisk uppställning af instrumentet öfver stationspunkten. Farligare är förhållandet, då de båda axlarne ej äro parallela. I så fall kommer alhidaden att alstra en kon eller en hyberboloid, allt efter som de båda axlarne skära eller icke skära hvarandra. Alhidadaxeln får således ej bibehålla sin lodräta ställning, och med anledning häraf uppkommer det fel, som i 56 blifvit närmare afhandladt.

Man upptäcker lätt, om de båda axlarne luta mot hvarandra, genom att ställa alhidadaxeln lodrätt; visar det sig sedan vid vridning kring repetitionsaxeln, att vattenpassets

blåsa fortfarande spelar in, så är instrumentet uti ifrågavarande afseende felfritt; i motsatt fall kan man på grund af utslagets storlek närmevis uppskatta felets storlek.

Ifrågavarande fel får vid mätning af horisontalvinklar naturligtvis endast betydelse vid upprepad mätning, d. v. s. när repetitionsaxeln användes. Lyckligtvis oskadliggöres det då, om man ställer så till, att vinkeln mätes jemnt fördeladt öfver horisontalcirkeln; ty har alhidadaxeln vid en afläsning lutat åt ett visst håll, så kommer han vid den diametralt motsatta afläsningen med samma nonie att luta åt motsatt håll. Härigenom utjemnas felen, och mediet af samtliga aflästa vinklarne gifver den sökta horisontalvinkeln temligen oberoende af ifrågavarande fel.

Vid mätning af vertikalvinklar äro förevarande fel farligast. För huru man härvid gör sig oberoende af alhidadaxelns lutning mot lodlinien se 56.

66. Inflytandet af olika ringdiametrar vid instrument med vridbar tub. För en närmare belysning af denna fråga hänvisas till hvad härom iinnes anfördt vid afvägningsinstrument med vridbar tub. Detta fel gör sig endast gällande vid höjdmätning.

Teodolitens användning för mätning af horisontalvinklar.

67. En horisontalvinkel kan mätas på följande olika sätt:

1) *Enkel mätning i ett läge.* Sedan instrumentet blifvit vederbörligen centreradt och inställdt öfver stationspunkten (i händelse af multiplikationsteodolit fastläses först horisontalcirkeln), syftar man på signalen til! venster och afläser; syftar sedan på signalen till höger och afläser ånyo; subtraherar slutligen den första afläsningen från den sista. Har nonien under tubens vridning från den venstra till den högra signalen gått öfver strecket 360° (nollstrecket), så måste påtagligen 360° adderas till den sista afläsningen innan skilnaden tages. Egentligen är det likgiltigt på hvilken signal man först inställer tuben; men för undvikande af misstag är det förmånligt, att här likasom vid mätningar i allmänhet följa en bestämd regel.

Afläses vid två diametralt motsatta nonier och aritmetiska mediet tages mellan de af dem angifna vinkelvärdena, så erhålles den sökta vinkeln fri från det fel, som excentriciteten mellan alhidadaxeln och horisontalcirkeln eljest förorsakar.

Detta mätningssätt användes endast undantagsvis och då vid underordnade mätningar.

2) *Tvåfaldig mätning i två lägen.* Man verkställer mätningen som i föregående fall; genomslår tuben — den vridbara tuben ändvändes — och upprepar mätningen i 2:dra läget. Ett medium af de båda vinkelvärdena gifver den sökta vinkeln. Finnas flera nonier, så har man att taga mediet mellan de af dem samtligen angifna vinkelvärdena.

Protokollet kan föras enligt följande schema:

Läge.	Nonie.	Signal till venster.	Signal till höger.	Skilnad.
1	I	65° 59′ 40″	184° 54′ 50″	118° 55′ 10″
	II	245 59 30	4 54 50	« « 20
2	I	246 0 0	4 55 40	« « 40
	II	66 0 10	184 55 40	« « 30
			Medium	118° 55′ 25″

Af schemat framgår, att nonien II vid mätningen i tubens 1:sta läge har öfverfarit nollstrecket; dess motsvarande vinkelvärde har derför erhållits ur

$360° + 4° 54'50'' - 245° 59'30'' = 118° 55'20''$.

Genom mätning i två lägen göras, äfven om blott en nonie begagnas, följande fel oskadliga: excentricitet mellan alhidadaxeln och horisontalcirkeln, excentriskt läge hos tuben (har endast betydelse vid teodoliten med excentrisk tub), kollimationsfel (ej genom ändvändning), horisontalaxelns felläge.

3) *Multiplikationsmätning.* Detta mätningssätt, som förutsätter en multiplikationsteodolit, består uti att upprepa det näst föregående flera gånger, och att hvarje gång förställa (vrida) horisontalcirkeln, på det att vinkeln i fråga må mätas (afläsas) på olika ställen af horisontalcirkeln. Huru mycket som horisontalcirkeln bör förställas beror i allmänhet på antalet gånger, som mätningen kommer att upprepas. Skall detts ske n gånger, så bör man för att hvardera nonien må komma rundt hela horisontalcirkeln ungefär förställa denna cirkel $360°/n$ för hvarje gång.

Vill man vid en teodolit med två eller fyra nonier lägga ofvannämnde regel till grund for horisontalcirkelns förställning, så är det förmånligast att upprepa mätningen ett udda

antal gånger; ty en nonie kommer då ej att intaga lägen som någon af de öfriga innehaft. Mätes t. ex. en vinkel 8 gånger tvåfaldigt, och horisontalcirkeln för hvarje gång förställes $360/8 = 45°$, så kommer för en teodolit med fyra nonier vid de 6 sista mätningarne hvarje nonie att intaga lägen, som någon af de öfriga innehaft. Vinkeln blir således endast uppmätt på 8 ställen af horisontalcirkeln, då den borde hafva blifvit det på $4 \times 8 = 32$ ställen, och felaktig delning oskadliggöres ej i möjlig mån.

Protokollet föres här i öfverensstämmelse med det vid föregående mätningssätt anförda schemat, och den sökta vinkeln erhålles, om mediet af samtlige angifna vinkelvärden tages.

Genom detta mätningssätt oskadliggöras naturligtvis samma fel, som vid det föregående; men härtill kommer att delningsfel, fel vid tubens inställning på signalerna, afläsningsfel m. m. utjemnas i samma mån, som mätningen flera gånger upprepas.

4) *Repetitionsmätning.* Detta mätningssätt erfordrar en repetitionsteodolit och försiggår, om v är vinkeln som skall mätas, på följande sätt:

α) Man fastläser horisontalcirkeln och inställer (fig. 75) tuben på signalen till venster s samt afläser a_0 (för enkelhets skull förutsättes vid förklaringen blott en nonie). β) Man inställer, fortfarande hafvande horisontalcirkeln fastläst, tuben på signalen till höger $s_,$.

γ) Man fastläser alhidaden vid horisontalcirkeln, lösgör horisontalcirkeln och inställer tuben under tillbakavridning (fig. 76) kring repetitionsaxeln ånyo på s.

Fig. 75. Fig. 76.

δ) Man lösgör alhidaden, fastläser horisontalcirkeln och inställer tuben under vridning kring alhidadaxeln ånyo på $s_,$, o. s. v.

I och med den sista operationen har vinkeln v tydligen blifvit mätt 2 gånger på horisontalcirkeln. Har man derför vid andra inställningen på $s_,$ afläst a_2, så är $v = (a_2 - a_0)/2$; och påtagligen kommer, när man så fortsätter att vrida tuben, vinkeln v åt ett håll kring alhidadaxeln och åt motsatt håll

kring repetitionsaxeln, denna vinkel att för hvarje vridning kring förstnämnde axel adderas till den föregående vinkelsumman. Om man n gånger repeterat förfarandet och vid n:te inställningen på $s_,$, afläst a_n så är alltså den sökta vinkeln $v = (a_n - a_0)/n$.

Det är klart att för hvarje gång nonien passerat gradtalet 360° (nollstrecket) detta tal måste adderas till a_n. Har detta skett m gånger, så blir den allmänna formeln $v = (m \cdot 360° + a_n - a_0)/n$ .... (43).

Hvad här blifvit sagdt om en nonie gäller naturligtvis för de öfriga.

Som synes kan man på detta sätt mäta en vinkel huru många gånger som helst, utan att behöfva mer än två afläsningar för hvarje nonie. Härigenom vinnes två fördelar: inbesparing af en af de mest tidsödande sysselsättningarne vid vinkelmätning samt undvikandet af afläsningsfel. I likhet med vid föregående mätningssätt utjemnas äfven här delningsfel och fel vid tubens inställning, o. s. v.

Man utför oftast repetitionsmätning med genomslagning (ändvändning) och det på så sätt, att af det antal gånger, som vinkeln skall mätas, repeteras halfva antalet i första och halfva antalet i andra läget, hvarvid naturligtvis hvarje läge får sin begynnelse- och slutafläsning. För utjemning af de fel, som ensidig vridning föranleder, är det förmånligt att i 2:dra läget *repetera åt motsatt håll* mot 1:sta läget.

Man brukar vid repetitionsmätning vanligen första gången afläsa vinkeln, ty man har derigenom ett medel att kontrollera huruvida något gröfre fel blifvit begånget: såsom att man missräknat sig på antalet gånger, som nonien passerat nollstrecket eller i distraktion rört vid oriktig mikrometerskruf, o. s. v. För nybörjare torde det till och med vara skäl att göra flera mellanafläsningar.

Mätningsprotokollet kan för hvardera läget föras enligt följande schema:

1:sta läget.

Nonie.	Begynnelse avläsning.	Slutafläsning.	Enkelt mätt.	Anmärkningar.
I	0° 0′ 0″	265° 58′45″	62° 35′45″	10-faldig repetition.
II	90 0 10	355 58 55		
III	180 0 0	85 58 50		
IV	269 59 55	175 58 45		

2:dra läget. o. s. v.

Som man första gången afläst 62° 35′ 45″ och repetitionen varit 10-faldig, så följer, att för nonierna I och II måste sättas $m = 1$ och för nonierna III och IV $m = 2$, således för

Nonien I. $v = (360° + 265° 58'45'' - 0° 0'0)/10 = 62° 35'52'',5$

II. $v = (360° + 355° 58'55'' - 90° 0'10'')/10 = 62° 35'52'',5$

III. $v = (2 \cdot 360° + 85° 58'50'' - 180° 0'0'')/10 = 62° 35'53'',0$

IV. $v = (2 \cdot 360° + 175° 58'45'' - 269° 59'55'')/10 = 62° 35'53'',0$.

Tages mediet af dessa resultat, så erhålles vid mätningen i 1:sta läget

$v_, = 62° 35'52'',8$.

Gaf nu en 10-faldig repetition i 2:dra läget till resultat

$v_{,,} = 62° 35'54'',3$

så är den sökta vinkeln

$(v_, + v_{,,})/2 = 62° 35'5'',6$.

Ehuru repetitionsmätningen från teoretisk synpunkt borde gifva skarpare resultat än något annat mätningssätt, så lemnar den dock, såsom längre fram skall visas, i praktiken ej samma skärpa som multiplikationsmätning.

5) *Riktningsmätning.* Om man från en station har mer än två signaler att syfta på, såsom vanligen är fallet vid *triangelmätning*, så hänföras samtlige vinklarne till en enda riktning. Man mäter härvid antingen hvarje vinkel för sig med repetition eller ock alla samfäldt genom *gyrusmätning* på sätt som följer.

Fig. 77.

Man syftar (fig. 77) först på utgångssignalen, hvartill man, för att följa en bestämd regel, vanligen väljer den mest sydliga signalen. Efter att hafva afläst vid nonierna (skrufmikroskopen) inställer man, vridande alhidaden i graderingens riktning, tuben på samtlige signalerna i den ordning (s 1, 2, 3, 4 s), som de följa och afläser för hvarje signal. För att förvissa sig att ingen rubbning egt rum, så inställer man ånyo på

första signalen och efterser om samma afläsning som förut erhålles. En sådan kretsgång af observationer kallas för en *gyrus*.

Har mätningen sålunda blifvit verkständ i ena läget, så genomslås (ändvändes) tuben och inställes först på utgångssignalen och sedan, men under vridning i motsatt led mot förra gången, på de öfriga signalerna (s, 4, 3, 2, 1, s) i den ordning de följa, hvarvid afläsning eger rum för hvarje signal. Äfven denna gång göres en kontrollinställning på utgångssignalen. En sådan tillbakagående kretsgång af observationer i 2:dra läget kallas för *en korresponderande gyrus* till den första.

På detta sätt blir hvarje vinkel mätt två gånger. Skall den mätas flera gånger, så förställes (vrides) horisontalcirkeln efter hvarje gyruspar en vinkel, större eller mindre, beroende af det antal gånger, som vinklarne skola mätas — detta för att hvarje nonie må mäta rundt hela horisontalcirkeln. I öfverensstämmelse med och på sätt som under 3) förut blifvit påpekadt söker man med hänsyn till en förmånlig utjemning af delningsfelen såvidt möjligt är undvika, att en nonie kommer att intaga lägen, som någon af de föregående innehaft. En del geodeter bruka förställa horisontalcirkeln efter hvarje enkel gyrusmätning.

Orsaken hvarför man brukar mäta i motsatt led vid hvarje korresponderande gyrus är, att ensidiga förvridningar och nötningar, som i längden kunna uppkomma, om man oupphörligen vrider alhidaden åt samma håll, härigenom undvikas.

Mätningsprotokollet kan för hvarje gyrus föras enligt följande schema:

Stationens namn.........................
Observatorns namn .... *1:sta läget.* *Gyrus № 9.*

Signaler.		Afläsning.				Medium	Vinklarne.	Anm:r.
N:r	Namn.	Nonie I.	II.	III.	IV.			
9	Taberg	57° 18′ 20″	25″	18″	22″	57° 18′ 21″,2		Luften
10	Seberg	121 53 45	50	54	52	121 53 48	64° 35′ 26″,8	klar.
11	Omberg	215 34 25	30	20	25	215 34 25	158 16 3,8	

Ofvanstående sätt att föra protokollet förutsätter en teodolit med så fin gradering, att skilnaden mellan de af olika nonier angifna vinkelvärden understiger en minut. Man kan nämligen i så fall anse de vid första nonien aflästa grad- och minuttalen såsom giltiga äfven för de öfriga, och

protokoll föres således endast för sekunderna. Att man under sådane förhållanden går riktigt till väga, när man subtraherar *mediet* af samtlige afläsningarne för utgångssignalen från *mediet* af samtlige afläsningarne för hvar och en af de följande signalerna, torde väl ej behöfva förklaring, Det säger sig sjelf, om sekundtalet är stort eller litet, att minuttalet kan blifva olika för den första nonien och någon af de öfriga. I så fall bör man likväl skrifva samma minuttal. Afläses t. ex. vid nonien I 17′50″ och vid nonien II 18′10″, så skrifves 17′70″ för nonien II, o. s. v.

68. Noggrannhet vid mätning af horisontalvinklar. Det för olika slag af mätningar lämpliga instrument och mätningssätt samt de mätningsfel f, man dervid har att befara, äro ungefärligen:

1) Vid bruten liniemätning (polygonmätning): enkel teodolit med horisontalcirkel-diameter från 10—20 c.m. och nonieafläsning; tvåfaldig mätning i två lägen; f = 10″— 30″.

2) Vid triangelmätning af 4:de ordningen: föregående instrument; tvåfaldig eller ett fåtal gånger upprepad gyrusmätning med genomslagning; f = 10″à 30″.

3) Vid triangelmätning af 2:dra och 3:dje ordningen: repetitionsteodolit med horisontalcirkel-diameter från 15—25 c.m. och nonieafläsning; mätning med repetition i två lägen och i motsatta riktningar; f = 1″— 3″.

4) Vid triangelmätning af l:sta ordningen: multiplikationsteodolit med horisontalcirkel-diameter från 25—40 c.m. och mikroskopafläsning; många gånger upprepad gyrusmätning i två lägen; f = 1/2″— 1″.

Jemför man de båda sammansatta mätningssätten, så framgår genast repetitionsmätningens teoretiska öfverlägsenhet framför den upprepade gyrusmätningen i två lägen; ty, i öfrigt likstäld med sistnämnde mätningssätt hvad beträffar borteliminering af fel, har repetitionsmetoden påtagligen företräde med hänsyn till afläsningstel och delningsfel. Huru många gånger man än repeterar, är man blott beroende af två afläsningsfel, då deremot vid det andra mätningssättet lika många afläsningsfel förekomma som dubbla antalet gånger vinkeln blifvit mätt. Visserligen må det ej förglömmas, att dessa afläsningsfel ej hafva samma tecken — den ena gången afläses för mycket, den andra gången för litet — men i allmänhet har man sannolikhet för att skilnaden mellan de positiva och de negativa afläsningsfelens summor är större än afläsningsfelet vid de två afläsningarne, då repetitionsmätning användes.

Imellertid har praktiken visat att gyrusmätningen gifver skarpare resultat än repetitionsmätningen. Orsaken härtill torde få sökas dels deri, att vid fast- och lösläsningen af horisontalcirkeln rubbningar uppkomma, dels deri att fastläsningen af horisontalcirkeln eller alhidaden ej är så säker, att ej förskjutningar uppstå, då vridning åt ena eller andra hållet eger rum. Observationer gjorda af Struve hafva visat, att vid repetitionsmätning i graderingens riktning en större vinkel erhålles än vid dylik mätning i motsatt led. Han fann denna skilnad i medeltal vexla mellan 2 à 3 sekunder. Det är med anledning häraf, som man repeterar åt motsatt håll i andra mot i första läget.

Om ock repetitionsmätningen måhända bör gifva vika för gyrusmätningen vid noggranna vetenskapliga mätningar, så förblir den dock genom tidsbesparing förmånlig, då det ej är fråga om att mäta skarpare än på 2 à 3 sekunder när.

Teodolitens användning för mätning af vertikalvinklar.

69. Vid höjdmätningsteodoliter torde den besiffring vara att föredraga, som fortlöper från 0° till 360°. Denna besiffring är föröfrigt den enda användbara, om vertikalcirkeln i och för afläsning på olika ställen å densamma kan lösläsas från och vridas kring horisontalaxeln, d. v. s. är afsedd för upprepad mätning af samma vinkel. — Alla höjdmätningsteodoliter böra hafva ett känsligt vattenpass i tubens riktning — lämpligast fast förenadt med alhidaden.

Vid den trigonometriska höjdmätningen blifva mätningsoperationerna desamma antingen zenitvinklar eller höjdvinklar mätas; deremot blir protokollsförningen olika i båda fallen. Vanligen söker man zenitvinkeln.

Fig. 78.

Om (fig. 78) alhidadaxeln stod lodrätt, så vore mätningen af zenitvinkeln z ytterst enkel. Man inställde tuben på p och afläste a; genomslog (ändvände vid lös tub) och inställde den ånyo samt afläste $a_,$. Tuben hade vridits vinkeln $2z$ i syftplanet, och z kunde erhållas ur

$z = (a - a_,)/2$ Det förutsättes att vertikalcirkeln är besiffrad från 0 till 360°..

Man kan imellertid, alldenstund det ytterst känsliga höjdmätningsvattenpasset ej bibehåller sig justeradt, ej påräkna att alhidadaxeln står lodrätt. Af hvad redan blifvit anfördt vid redogörelsen för inflytandet af *alhidadaxelns felställning* i 56 framgår två sätt att göra mätningsresultatet oberoende af denna felställning. Med anledning häraf må ock två sätt att trigonometriskt höjdmäta här nedan beskrifvas.

1) Efter en förberedande inställning af alhidadaxeln, inställes tuben på signalen och bringas höjdmätningsvattenpasset med någon af fotskrufvarne att så skarpt som möjligt spela in. Man inställer tuben ånyo på signalen för den händelse sistnämnde operation föranledt någon rubbning, och afläser; upprepar sedan samma förfarande med tuben i 2:dra läget (inställer tuben, bringar blåsan att skarpt spela in, korrigerar inställningen och afläser). Tages sedan för hvarje nonie halfva skilnaden mellan afläsningarne i båda lägena (360° adderas till den ena afläsningen när nonien öfverfarit nollstrecket), så erhålles, alldenstund alhidadaxeln i ena läget lutat lika mycket från (fig. 67) som i det andra mot (fig. 68) signalen, zenitvinkeln oberoende af alhidadaxelns lutningsvinkel. Slutligen tages mediet af de sålunda för alla nonierna erhållna vinkelvärdena.

2) Sedan man blott ungefärligen inställt alhidadaxeln, så inställer man tuben på signalen och afläser såväl vid nonierna som vid höjdmätningsvattenpasset [enligt 10—3) vid blåsans båda ändar]. Derefter företagas samma operationer i 2:dra läget, allt under aktgifvande pä att alhidadaxelns läge ej rubbas. Tages sedan för hvarje nonie halfva skilnaden mellan afläsningarne i båda lägena (360° adderas till när nonien öfverfarit 0-strecket) och korrigeras mediet af de sålunda för alla nonierna erhållna vinkelvärdena enligt 56: *alhidadaxeln* 1) med alhidadaxelns lutningsvinkel φ, bestämd enligt formeln (6), så erhålles den sökta vinkeln oberoende af alhidadaxelns för tillfället varande lutning mot lodliniens projektion på syftplanet.

φ adderas till eller subtraheras från slutmediet allt efter som alhidadaxeln lutat mot (fig. 68) eller lutat från (fig. 67) signalen; man skulle äfven kunna säga: *allt efter som blåsan gifvit båda eller det största af utslagena a och* $a_,$ *från eller till signalen.*

Hänvisande till 10—3) och till hvad ofvan är sagdt må under antagande af att vinkelvärdet för en skaldel är 5″ följande exempel på bestämning af φ meddelas.

Ex. 1. Normalpunkten i båda lägena inom blåsan; a och $a_,$ *från* signalen, alltså ökning med φ;

$a = (5{,}9 - 3{,}7)\ 2 = 1{,}4,\ a_, = (5{,}1 - 3{,}9)/2 = 0{,}6,\ \varphi = [(1{,}4 + 0{,}6)/2] \cdot 5 = 5''.$

Ex. 2. Normalpunkten i 1:sta läget *inom,* i 2:dra läget *utom* blåsan; a *från* och $a_,$ *till* signalen:

$a = (6{,}2 - 2{,}8)/2 = 1{,}7,\ a_, = (9{,}5 + 0{,}5)/2 = 5,\ \varphi = [(5 - 1{,}7)/2] \cdot 5 = 8'',2$

$a_,\ a$, alltså minskning med φ.

Af dessa båda sätt att trigonometriskt höjdmäta, är det sista att föredraga. Det går mycket fortare och lemnar skarpare resultat att mäta felvinkeln och att taga den med i räkning, än att för hvarje syftning bringa det känsliga vattenpasset att spela in, isynnerhet som detta utan olägenhet endast låter sig göra, om vattenpasset händelsevis ligger parallelt med två fotskrufvar eller öfver den tredje.

Protokollet kan föras enligt följande schema. Korrektionsvinkeln φ förekommer naturligtvis endast vid det sist anförda sättet.

Station.

Signal.	Nonie.	1:sta läget.	2:dra läget	Skilnad.	Anmärkningar.
Halleberg	I	3° 59′ 40″	176° 0′ 30″	172° 0′ 50″	
	II	183 59 20	356 0 30	172 1 10″	
			Medium	172° 1′ 0″	
				$\varphi = -7''$	
				$z = (172°1'0'' / 2) - 7'' = 86° 0' 23''$	

Mot $z < 90$ svarar påtagligen alltid en positiv höjdvinkel.

Är vertikalcirkeln såsom vid en del små teodoliter så graderad och besiffrad, att den ej lämpar sig för afläsning af dubbla zenitvinkeln, så afläses höjdvinkeln. I så fall införes halfva summan af de båda aflästa höjdvinklarne vid hvarje nonie i stället för afläsningarnes halfva skilnad och korrektionsvinkeln φ med motsatt tecken mot vid zenitvinkeln.

Genom att mäta vertikalvinklar i två lägen oskadliggöres, enligt formeln (28) indexfelet (vid mätning af dubbla zenitvinkeln aflägsnas hvarje tanke på indexfel), men (se 60) excentricitetsfel mellan horisontalcirkeln och alhidadaxeln endast för den händelse att två diametralt motsatta nonier finnas, zenitvinkeln blir påtagligen vid mätning i två lägen med en nonie blott en gång afläst och således ej

oberoende af detta excentricitetsfel. Detta gäller ock om hojdvinkeln, alldenstund mätningsoperationen är densamma, vare sig att zenit- eller höjdvinklar mätas.

Vill man göra sig oberoende af vertikalcirkelns delningsfel och af afläsnings- och inställningsfel, med andra ord motse så skarpt resultat som möjligt, så mätes höjd-eller zenitvinkeln flera gånger, hvarvid för hvarje i två lägen verkstäld mätning vertikalcirkeln förställes (vrides) på horizontalaxeln. Emedan denna förställning är svår att verkställa, utan att instrumentet rubbas, så bör för hvarje gång alhidadaxeln lutningsvinkel mätas. Huru mycket vertikalcirkeln bör förställas för hvarje gång beror på antalet gånger, som vinkeln skall mätas. I öfverensstämmelse med hvad i 67—3) blifvit sagdt, bör man laga att mätningen blir jemnt fördelad rundt hela vertikalcirkeln och såvidt möjligt är undvika, att nonierna komma att mäta på samma ställen som förut. Som vid detta mätningssätt indexfelet får alla möjliga vinkelvärden, så är för undvikandet af misstag förmånligare att afläsa zenitvinklar än höjdvinklar, när detsamma användes.

Repetitionsmätning af vertikalvinklar med härför inrättade teodoliter har endast undantagsvis försökts.

Vid mätning af höjd- och zenitvinklar vinnes för lika gradering på cirklarne och under i öfrigt likartade förhållanden ej samma skärpa som vid mätning af horisontalvinklar. Mätningen får upprepas flera gånger äfven med ett fint instrument, om mätningsfelet skall understiga 5 sekunder. Noggrannheten är i väsendtlig mån beroende af vattenpassets känslighet och godhet. — En felkälla utom instrumentet är ljusstrålarnes refraktion. Vi återkomma framdeles i samband med redogörelsen för den trigonometriska höjdmätningsformeln härtill.

Stakning af räta linier med teodolit.

70. Ehuru egentligen afsedd för vinkelmätning, användes teodoliten med stor fördel vid stakning af räta linier, isynnerhet i kuperad terräng. I allmänhet går man tillväga på följande sätt.

Teodoliten lodas (fig. 79) öfver en förut bestämd punkt *c* (vid teodolit med *excentrisk tub* lodas den vertikalt stälda tuben öfver punkten); derefter inställes tuben (först för hand och sedan med fastläst alhidad genom mikrometerskrufven) i stakplanet genom tillbakasyftning på en annan i linien

liggande punkt *s*. Skall punkter mellan *c* och *s* inriktas, så för en medhjelpare en fin pikstake efter observatorns kommando tills piken täckes af hårkorset. Man syftar nämligen vid teodolitstakning alltid direkt på punkten. Vid noggrann stakning inriktas först en träpåle, och sedan denne blifvit nedslagen, bestämmes under förnyad syftning punkten, som utmärkes på pålen genom en nedslagen spik eller ett ritskors. Skall stakningen fortsättas på andra sidan om instrumentet, så genomslås eller ändvändes tuben allt efter som instrumentets konstruktion föreskrifver. Med hänsyn till det sätt, hvarpå man i ena eller andra fallet söker bringa tuben i stakplanet, d. v. s. söker göra sig oberoende af kollimationsfelets direkta inflytande (kollimationsfelet är af lätt insedda skäl det farligaste vid stakning) torde det vara skäl att behandla hvar for sig följande stakningssätt.

Fig. 79.

1) *Stakning med afläsning och vridning af alhidaden 180°* företages på samma sätt vid alla teodoliter. Man afläser, när tuben är instäld på *s*, vrider alhidaden 180°, fastläser densamma och bestämmer punkter framåt på förut angifvet sätt.

2) *Stakning med genomslagning och omläggning.* Man genomslår (alhidaden fastläst) den på *s* instälda tuben, som, om (fig. 80) kollimationsfelet α förefinnes, erhåller riktningen *c* $s_{,}$, hvilken med 2α afviker från *c s*. Omlägges sedan tuben, d. v. s. låter man horisontalaxelns tappar *t* och $t_{,}$ byta plats, så återfår kollimationsaxeln sitt förra läge *c s*; strängt taget dock endast, om den lutar med samma vinkel mot horisonten som vid tillbakasyftning på *s*; ty af de från kollimationsfelet äfvensom af horisontalaxelns felläge härrörande projektionsfelen (se 56) är man eljest ej oberoende. Sedan tuben sålunda i omvänd riktning kommit i stakplanet, inriktas behöfliga mellanpunkter på förut anfördt sätt.

Fig. 80, 81

3) *Stakning med genomslagning och syftning i två lägen.* Man genomslår (fig. 81) den på *s* instälda tuben och inriktar signalen $s_{,}$; lössläser alhidaden och inställer sedan i detta läge tuben på *s*; genomslår tuben ånyo samt inriktar signalen *s*. Halfveras sedan $s_{,}$ $s_2$och tuben inställes på s_3, så är den i och med detsamma instäld i stakplanet och detta i motsats till de öfriga fallen oberoende af de från kollimationsfelet eller horisontalaxelns lutning härrörande projektionsfelen. Vill man derför i kuperad terräng vara riktigt noga, så inriktas alla följande punkter på samma sätt som s_3.

4) *Stakning med ändvändning* förekommer endast med lös tub, och består helt enkelt uti, att man ändvänder tuben och sedan fortsätter med stakningen som i första läget. Kollimationsaxeln kommer, äfven om kollimationsfel förefinnes, efter ändvändningen ej att ändra riktning. Detta förhållande, ofördelaktigt vid vinkelmätning, är således förmånligt vid stakning. Centreringsfel hos kollimationsaxeln är, som lätt torde inses, äfven utan inflytande. Af de från kollimationsfelet och horisontalaxelns lutning härrörande projektionsfelen blir man dock ej oberoende.

Jemförelse mellan de olika stakningssätten. Af det föregående synes, att man endast genom att bestämma hvarje punkt på sätt som s_3i fallet 3) kan vid stakning göra sig helt och hållet oberoende af kollimationsfelet och horisontalaxelns lutning mot horisonten. Ehuru teoretiskt riktigt är imellertid detta stakningssätt i allmänhet tillämpadt ganska besvärligt och fordrar stor försigtighet, för att under fast-och lössläsningar af alhidaden samt genomslagningar det ej må uppkomma rubbningar hos instrumentet. Det är derför endast tillbakasyftnings- och stationspunkter, som på detta sätt bestämmas. De projektionsfel, som man genom detsamma afser att oskadliggöra, hafva, om instrumentet är väl justeradt och terrängen ej är synnerligen kuperad, ej något farligt inflytande. Äfven fallet 2) förutsätter stor varsamhet isynnerhet vid omläggningen af horisontalaxeln. Fallet 4) är det beqvämaste; dock fordras för ett noggrant resultat att tubringarne och de gaffelformade lager som uppbära tuben äro synnerligen väl utarbetade och att ej smuts kommer imellan dem och tubringarne. Fallet 1) förutsätter för att lemna ett skarpt resultat en finare gradering än den, som på stakteodoliter vanligen förekommer.

Vinkeltrumman.

71. Detta instrument (fig. 82) består af två cylindrar *a* och *b*, hvilka hafva samma diameter (80 à 120 m.m.) samt äro så stälda, att deras axlar sammanfalla. Den undra cylindern är vid öfverkanten graderad och vid bottenplattan försedd med en hylsa, genom hvilken instrumentet kan fästas vid en stativkäpp; den öfre cylindern är vridbar kring den gemensamma axeln och uppbär ett dioptersigte eller lämpligare två mot hvarandra vinkelräta sådane. Den har vid beröringskanten med den undre cylindern en eller två nonier, med tillhjelp af hvilka man kan afläsa de vinklar som vridas. För att beqvämt och säkert kunna inställa dioptern på signalen, uppbär den öfre cylindern en invändigt fästad kuggring, och den undre cylindern ett motsvarande dref. Cylindrarne böra vara invändigt svärtade, på det att ej reflektionsstrålar må förvirra ögat.

Fig. 82.

72. Användning. Sedan man uppstält instrumentet i stationspunkten och förvissat sig, att stativstaken står lodrätt, inställes dioptern först på den ena och sedan på den andra signalen. Skilnaden mellan de båda afläsningarna gifver den sökta vinkeln. Finnes två diametralt motsatta nonier, så gifver likasom vid teodoliten det aritmetiska mediet af de båda vinkelvärdena den sökta vinkeln oberoende af förhanden varande excentricitet mellan cylindrarnes axlar.

Med vinkeltrumman, som är ett billigt, lätt transportabelt och för rent praktiska ändamål mycket användbart instrument, kan man ej påräkna större noggrannhet än att felet belöper sig till 2′— 4′. Instrumentets användbarhet förhöjes i ej ringa mån, om det har två mot hvarandra vinkelräta dioptersigten, alldenstund det då medgifver beqväm utstakning af mot hvarandra vinkelräta linier.

För pröfning med hänsyn till de väsendtliga felaktigheter, hvarmed detta instrument kan vara behäftadt, såsom oriktig ställning af okularsprickan och objektivtråden, excentricitet mellan cylindrarne, hänvisas till hvad härom finnes, anfördt vid diopterlinialen och teodoliten.

Vinkelmätningskompassen.

73. Som bekant intager en fritt hängande magnetnål en bestämd riktning i förhållande till den geografiska meridianen. Afvikelsen mellan den magnetiska och den geografiska meridianen är imellertid ej densamma på alla ställen af jordytan. I en del orter är den vestlig; i en del östlig. Den linie som sammanbinder de orter, i hvilka magnetnålen för närvarande ej afviker från den geografiska meridianen, delar jordytan i två hälfter: den europeiskt-afrikanska och den asiatiskt-amerikanska. I den första afviker nålens nordände åt vester; i den senare åt öster.

Ifrågavarande afvikelse (deklination) är, som redan blifvit nämndt, ej oföränderlig. Efter att under en lång tidrymd hafva i Europa varit ostlig, var den omkring år 1700 0° för att

sedermera blifva vestlig. Afvikelsen kan vara betydligt olika för temligen närbelägna orter. Den varierar i Sverige mellan 7° och 18°. Vårt land lider brist på deklinationsbestämningar. Uppgifter för några af kustorterna och trakterna kring Venern finner man i öfversigten af Vetenskaps-akademiens förhandlingar för år 1856. Såsom ett medium för trakterna kring Venern anföres 16°.

Förutom de långsamt försiggående *sekulärafvikelserna,* har man äfven observerat en *daglig svajning* hos magnetnålen, som, alldenstund den är mindre om natten än om dagen, mindre om vintern än om sommaren, antagligen beror af solljuset. Denna dagliga svajning uppgår i medeltal till 5 à 8 minuter. Oaktadt denna föränderlighet i magnetnålens läge, betjenar man sig af henne för vinkelmätning.

Ett instrument, som förmår angifva vinkeln mellan den magnetiska meridianen och en riktning hvilken som helst, kan påtagligen användas för att bestämma horisontalvinkeln mellan två riktningar hvilka som helst. Ett sådant instrument är vinkelmätningskompassen (boussole topografique). Lemnar man utan afseende att hvarje ort har sin särskilda magnetiska meridian — och detta kan man, der ej särskilda magnetiska förhållanden råda, tillåta sig vid de mätningar, hvarför ifrågavarande instrument — så har detta instrument en fördel framför andra vinkelmätningsinstrument deri, att man med det kan direkt mäta två riktningars horisontalvinkel, utan att behöfva stationera i vinkelspetsen. Instrumentet är på följande sätt inrättadt.

I en cirkelrund dosa (fig. 83), som invändigt har en graderad ring, hvilar en med karniolcentrum försedd

magnetnål på en fin stålspets i ringens medelpunkt. Magnetnålen, som bör vara ytterst noga balanserad, har, då ringen är horisontel, sina med indexstreck försedda ändar i graderingens plan. Härigenom möjliggöres afläsning vid hvardera ändan af den vinkel, som den magnetiska meridianen bildar med ringens nollstreck. Ofvannämnde dosa är så fästad vid en diopter, att syftplanet skär den graderade ringen efter strecken 0°—180°. Man afläser således äfven vinkeln mellan den magnetiska meridianen och nämnde syftplan. I och för diopterns inställning på signaler är hela instrumentet vridbart kring en tapp, som, hvilande i ett stativhufvud, kan medelst ställskrufvar ställas lodrätt.

Fig. 83.

För att nålens centrum och spetsen hvarpå det hvilar, ej må nötas, kan nålen, då instrumentet ej begagnas, förmedelst en enkel mekanism upplyftas. Till ytterligare skydd för dessa ömtåliga delar är dosan täckt med en glasskifva. Eör öfrigt är det förmånligt vid instrumentets transport, om dioptrarne kunna nedfällas. Det säger sig sjelf att instrumentet förutom stålspetsen, hvarpå nålen hvilar, ej får innehålla sådane metaller (jern, nickel), som på den kunna inverka störande, och att den, som mäter med detsamma, ej får hafva föremål af dessa metaller på sig.

Vi komma längre fram att omnämna orienteringskompassen.

74. Pröfning och justering. Vid vinkelmätningskompassen böra följande vilkor uppfyllas.

1) *Dosan bör ej innehålla jern- eller nickelpartiklar.* Man upphänger nålen på en särskild spets och undersöker om dosan utöfvar något inflytande på nålen, då den föres i dess närhet.

2) *Nålen bör vara väl balanserad.* Man ställer dosan horisontel med tillhjelp af ett vattenpass och efterser om de båda nåländarnes öfre ytor ligga i den graderade ringens

plan; hvarom icke, fastklibbas en erforderlig qvantitet vax vid den lättare nålhalfvan.

3) *Nålen bör vara känslig.* Man sätter nålen, med tillhjelp af en magnet, flera gånger i svajning och efterser om för hvarje gång nålen stannar på samma ställe; hvarom icke, måste nålen ommagnetiseras eller centrumspetsen göras finare.

4) *Nålens magnetiska axel bör gå genom indexstrecken.* Man lösgör nålen från agathylsan (låter sig ej göra vid alla instrument), vänder och fäster den i hylsan, så att den öfre sidan kommer nedåt samt lägger den på centrumspetsen. Erhålles då samma utslag som förut, så är nålen felfri uti ifrågavarande afseende. Detta fel har egentligen blott betydelse, då en linies vinkel med den magnetiska eller geografiska meridianen åstundas.

5) *Diopterns syftplan bör bilda rät vinkel med den graderade ringens plan.* Man ställer dosan horisontel med ett vattenpass och undersöker på sätt som för diopterlinialen finnes anfördt, om vilkoret är uppfyldt.

6) *Syftplanet bör skära den graderade ringen efter strecken 0—180.* Detta vilkor är endast nödigt, om en linies vinkel med den magnetiska eller den geografiska meridianen åstundas; ty om horisontal vinkeln mellan två riktningar, hvilka som helst, mätes, så elimineras för handen varande afvikelse, då skilnaden tages mellan afläsningarne.

Eör att pröfva om detta vilkor är uppfyldt, spänner man (så långt ner som möjligt) en ytterst fin tråd mellan diopterns spricka och tråd samt undersöker syftande genom dioptern (ögat så högt som möjligt), om tråden täcker de ifrågavarande strecken.

7) Ingen excentricitet mellan centrumspetsen och den graderade ringen. Man vrider dosan och efterser om skilnaden mellan afläsningarne vid de båda nåländarne alltid är 180°. Felet oskadliggöres vid vinkelmätning, om aritmetiska mediet tages mellan afläsningarne.

75. Användning. Skall vinkeln mellan två riktningar mätas i vinkelspetsen, så uppställes och centreras instrumentet öfver denna punkt. Horisontalinställningen är härvid tillräckligt noggrann, om nålens båda ändar — det förutsattes att nålen är väl balanserad — ligga i den graderade ringens plan. Derefter inställes under samtidig afläsning dioptern först på den ena och sedan på den andra signalen.

Tydligen gifver skilnaden mellan de båda afläsningarne vid samma ände den sökta vinkeln. Tages aritmetiska mediet mellan de vid båda ändarne angifna vinkelvärdena, så blir resultatet oberoende af excentricitetsfel mellan nålens hvilspets och ringen.

Vill man deremot söka vinkeln mellan två linier, utan att stationeras i dess spets, så har man att under stationering i hvardera linien söka liniernas vinklar med den magnetiska meridianen. Skilnaden mellan dessa vinklar (räknade åt samma led) gifver den sökta vinkeln.

Alldenstund vinkeln mellan den magnetiska och den geografiska meridianen är känd, så medgifver ock fältmätningskompassen bestämning af *azimutvinklar,* d. v. s. liniers vinklar med den geografiska meridianen.

Det är egentligen med hänsyn till de båda sistnämnde uppgifterna, som ifrågavarande instrument förtjenar omnämnas; ty vid mätning af en vinkel i dess spets äro de öfriga vinkelmätningsinstrumenten, såsom ej varande beroende på en svajande nål, lämpligare att använda.

Då numera jernvägar ofta torde komma att begagnas såsom baser för vinkelmätningar, må erinras att kompassen härvid kan användas, om den uppställes midt imellan skenorna. De lokala krafterna upphäfva då hvarandra.

76. Noggrannhet. Det torde knapt behöfva påpekas, att man vid ifrågavarande instrument ej kan påräkna någon större noggrannhet. Deklinationens betydliga olikhet understundom äfven för närbelägna orter i förening med magnetnålens dagliga svajningar och dess störningar af lokala magnetiska krafter föranleda ojemnhet och osäkerhet vid mätningen. Härtill kommer svårigheten att skarpt afläsa. Med anledning häraf är vinkelmätningskompassen egentligen blott ett rekognoserings-instrument, som, när ej lokala störningar (närvaro af höga berg, norrsken etc.) äro för handen, förmår i medeltal lemna vinkeln riktig på 10′à 20′när.

Sextanten.

77. Detta instrument, till hvilket redan Newton skall hafva angifvit idén, utfördes först 1731 genom engelsmannen John Hadley, hvilken anses hafva varit omedveten om Newtons utkast. Emedan sextanten egentligen är afsedd för mätningar till sjös och endast undantagsvis finner användning vid geodetiska mätningar, så inskränka vi oss till en kortfattad belysning af dess teori och användning.

Om (fig. 84) två plana speglar *a* och *b* äro uppställda på och vinkelrätt mot samma plan, och derjemte äro så vända mot hvarandra, att de från en signal *s* på *a* infallande strålarne reflekteras till *b* för att af denna spegel ånyo reflekteras, så bilda de för andra gången reflekterade strålarne *b ö* med de infallande strålarne *s a* en vinkel ψ, som är dubbelt så stor som den vinkel φ, hvilken speglarnes reflekterande ytor bilda med hvarandra; ty i trianglarne *a b c* och *a b ö* erhålles * $\varphi + 90 + \beta + (90 - \alpha) = 180$ * och $\psi + 2\beta + (180 - 2\alpha) = 180$,

hvaraf $\psi = 2\varphi$ ..... (44).

Fig. 84.

Ställer man derför så till, att en af speglarne kan vridas kring en mot grundplanet vinkelrät axel och att vinkeln, som de båda reflekterande ytorna bilda med hvarandra, kan afläsas, så har man ett vinkelmätningsinstrument, som kan på följande sätt användas, om en vinkel *s ö* $s_,$ skall mätas. Man håller instrumentet så att grundplanet sammanfaller med vinkelns plan (sextanten mäter alltid positionsvinklar) och vrider spegeln *a* tills de af *b* reflekterade *s*-strålarne sammanfalla med de direkt vid sistnämnde spegels öfverkant till ögat kommande $s_,$-strålarne, d. v. s. med andra ord tills bilden af *s* i spegeln *b* sammanfaller med den direkt sedda signalen $s_,$. Afläses sedan vinkeln *φ*, som de reflekterande ytorna bilda med hvarandra och denna vinkel fördubblas, så fås den sökta vinkeln *s ö* $s_,$.

Af fig. 85 framgår huru detaljerna vanligen äro anordnade vid en sextant. Spegeln *b* är förmedelst justerskrufvar fästad vid den ena sektorsarmen och spegeln *a* är på samma sätt fästad vid alhidadarmen. Den senare är försedd med nonie jemte åtföljande lupp *z*. När speglarne äro parallela måste naturligtvis noniens 0-streck stå midt för bågens 0-streck. För att man må slippa fördubbla den aflästa vinkeln är ofta graderingen jemte dess besiffring så anordnad, att den sökta vinkeln kan afläsas direkt. Finare instrument hafva en mot spegeln *b* riktad och vid sektorn fästad tub *t* och äro derjemte försedda med skymglas *g*, afsedda att

användas, då ett starkt lysande föremål, t. ex. solen observeras. För att beqvämt kunna hålla instrumentet under mätningsoperationen, så är uti sektorns tyngdpunkt och vinkelrätt emot dess plan ett handtag *h* anbringadt.

78. Sextantens pröfning och justering. Utan att befatta oss med pröfningen af de fel, som ej kunna justeras, såsom excentricitet mellan alhidadaxeln och cirkelbågens medelpunkt, buktiga spegelytor o. s. v., vilja i det följande endast sysselsätta oss med de felaktigheter, som genom befintlig juster-inrättning kunna bortskaffas.

Fig. 85.

1) *Speglarne måste stå vinkelrätt mot bågens plan.* Först pröfvas alhidadspegeln *a*. Man kan dervid gå till väga på följande sätt: Alhidaden vrides ungefär midt på bågen, och derefter föres hela sextanten med alhidadspegeln vänd åt ögat, tills man samtidigt ser bilden a£ bågens ytterkant (i närheten af *c)* och en annan del af nämnde kant direkt (i närheten af *d)* vid sidan af spegeln. Synes bilden i jemnhöjd med den direkt vid spegelns kant sedda delen af bågen, så bildar spegeln rät vinkel med bågens plan. Skulle deremot så ej vara händelsen, så får man röra vid alhidadspegelns ställskrufvar tills detta förhållande inträffar. Det enkla beviset för riktigheten af ofvannämnde förfaringssätt, torde väl ej behöfva anföras.

När alhidadspegeln står riktigt, kan man lätt förvissa sig, om den andra spegeln står vinkelrätt mot bågens plan. För den skull observerar man en stjerna eller en aflägsen och lysande punkt, samt efterser om det är möjligt, att få bilden af denna stjerna att täcka (vid spegelkanten) stjernan, när alhidaden föres till eller i närheten af 0-strecket.

Lyckas man ej häri, så får man röra vid spegelns *b* ställskrufvar tills detta förhållande eger rum. Riktigheten af detta förfarande torde väl ej heller behöfva bevisas.

2) *Intet indexfel bör finnas,* d. v. s. med andra ord: noniens 0-streck bör stå midt för bågens 0-streck, då speglarne äro parallela. För att pröfva om detta vilkor är uppfyldt, så ställas nämnde indexstreck midt för hvarandra, och derefter undersökes, om den i spegeln (vid dess kant) sedda bilden af en aflägsen punkt täcker punkten. Eljest vrides spegeln *b* medelst den härför befintliga justerinrättningen tills detta förhållande inträffar. Finnes ej justerinrättning, så får felet en gång för alla bestämmas och sedan tagas med i räkning.

79. Sextantens användning. Sextanten hålles vid mätningar till sjös alltid med fri hand; vid geodetiska mätningar kan man understundom med fördel fästa dess handtag vid en lodstake. Då sextanten alltid mäter positionsvinkeln, så följer, att den vid horisontalmätning endast är användbar i plan terräng. Om (fig. 85) *a* ställes öfver vinkelspetsen, och det således är vinkeln *s a* $s_,$ som skall mätas, så angifver instrumentet i stället den mindre vinkeln *s ö* $s_,$; Sextanten mäter i så fall alltid excentriskt. Felet, som vid de geodetiska mätningar, för hvilka sextanten användes, kan lemnas utan afseende, blir mindre i samma mån som venstra vinkelbenet är stort.

För att med sextanten till lands mäta höjdvinklar måste man tillika betjena sig af en reflekterande och horisontel yta, Till lands användes sextanten mera sällan och vanligen endast vid rekognoseringsmätning.

80. Noggrannhet. Af sextanten kan ej någon synnerlig skärpa påräknas; många omständigheter bidraga till att göra mätningsresultatet felaktigt. Isynnerhet må i detta afseende framhållas, att exentriciteten mellan alhidadaxeln och bågens medelpunkt ej kan oskadliggöras, alldenstund blott en nonie finnes — och denna excentricitet behöfver, enligt hvad i 58 blifvit visadt, ej vara stor för att ganska menligt inverka. När vid en sextant noniens utslag understiger 20″, torde i allmänhet ej mätningsförmågan i öfrigt hos instrumentet svara mot graderingens finhet.

81. Douglas' sextant, hvilken är en modifikation af den vanliga, torde vara den sextant, som bäst lämpar sig för geodetiska mätningar — detta på grund af dess egenskap att äfven vara en vinkeltransportör.

Fig. 86.

Fig. 86 är en skisserad teckning af en i Teknologiska Institutets samlingar befintlig af Douglas tillverkad sextant, hvilken visat sig mäta ganska säkert, på samma gång den är synnerligt beqväm att hafva till hands vid vissa grafiska mätningar. Den består af en vanlig vinkeltransportör, kring hvars centrum *c* alhidaden *A* med alhidadspegeln *a* är vridbar, samt af en stång *b ö*, hvilken jemte den derpå fästade spegeln *b* kommer genom en vid alhidaden fästad dubb *d* att försättas i rörelse kring en punkt *(b)* på den graderade cirkelns centrum, då alhidaden vrides. Emedan, enligt en känd sats, centrivinkeln är för samma båge dubbelt så stor som periferivinkeln, kommer härvid spegeln *a* att vridas dubbelt så stor vinkel som spegeln *b*. Har man derför stält speglarne parallela, när linealkanterna *c f* och *c e* beröra hvarandra, så blir vid mätning vinkeln mellan dessa linealkanter alltid lika stor med den uppmätta vinkeln, som således omedelbart kan afsättas på papperet. Syftningen sker med tillhjelp af en i *ö* anbringad diopter. Alhidaden är äfven försedd med nonie för den händelse man vill afläsa vinkeln.

Spegelcirkeln.

82. Detta instrument är grundadt på samma princip som sextanten och skiljer sig från den hufvudsakligen genom en annan anordning af de mätande organen — en anordning, afsedd att undvika eller förmildra inflytandet af de olägenheter, som vidlåda sextanten. Sålunda finna vi hos spegelcirkeln, hvaraf fig. 87 visar en skisserad teckning, en hel graderad cirkel och två diametralt motsatta nonier. Härigenom blir det möjligt att oskadliggöra excentriciteten mellan alhidadaxeln och cirkelns medelpunkt. Likasom vid sextanten är en spegel *a* fästad med ställskrufvar vid

alhidaden, så att alhidadaxeln går genom den reflekterande ytan. Denna yta bildar ungefär en vinkel af 20° med linien, som sammanbinder de båda 0-punkterna. Observationsspegeln vid sextanten är deremot ersatt med en likbent och rätvinklig prisma, som för öfrigt gör samma tjenst som nämnde spegel, men som, i synnerhet då stora vinklar mätas, gifver klarare bilder än spegeln. Denna prisma har sin hypotenusyta folierad, för att främmande ljus må utestängas. I likhet med hvad hos sextanten vanligen är fallet, så är spegelcirkeln försedd med en astronomisk tub, som kan höjas eller sänkas, men hvars axel alltid bildar samma vinkel med prismans mot den vända katederyta. Då spegelcirkeln är afsedd för samma ändamål som sextanten, och således starkt lysande föremål ofta skall med den observeras, så är den äfvenledes försedd med skymglas. Vid mätningen hålles instrumentet uti ett från cirkelns medelpunkt och vinkelrätt mot dess plan utgående handtag.

Fig. 87.

Ehuru spegelcirkeln hvilar på samma princip som sextanten, anse vi oss dock böra underkasta den en kortfattad teoretisk belysning. Emedan tubens axel alltid är riktad efter *e f,* och mot *e f* svarar en på prisman i riktningen *a e* infallande stråle, så kan man i skärningspunkten *e* tänka sig en spegelyta *cd,* som ersätter prisman. Påtagligen måste denna imaginära spegelyta vara parallel med alhidadspegeln, då alhidadens (noniernas) 0-streck stå midt för cirkelns 0-streck. Den linie, som sammanbinder noniernas

nollpunkter, bildar alltså med linien *o o* lika stor vinkel *φ* som alhidadspegeln med den imaginära spegelytan *c d.* Enligt den allmänna teorien för två mot samma grundplan vinkelrätt stående spegelytor, måste vinkeln *ψ,* som en på den ena spegeln infallande stråle bildar med sig sjelf, sedan han äfven blifvit af den andra spegeln reflekterad, vara dubbelt så stor som vinkeln *φ* mellan spegelytorna. Inställer man derför tuben (syftande öfver prisman) direkt på en signal $s_,$ och sedan vrider alhidaden tills i prisman bilden af en

annan signal s täcker $s_{,}$ och slutligen tager aritmetiska mediet mellan de båda nonieafläsningarne, så erhålles den sökta vinkeln, om delningsafståndet för graden är (periferien)/(2 · 360).

83. Pröfning och justering af spegelcirkeln försiggår alldeles på samma sätt som motsvarande operationer vid sextanten.

84. Spegelcirkelns användning. Spegelcirkeln hålles vid mätningsoperationen med fri hand, eller ock fastbindes han vid en lodstake. Den afvikelse mellan alhidadaxeln och spetsen hos den vinkel, som instrumentet mäter, hvilken vid sextanten blifvit anmärkt, förefinnes äfven vid spegelcirkeln. Det häraf föranledda felet, som försvinner, när det venstra vinkelbenet är oändligt stort, får, om detta vinkelben är kort och ett noggrant resultat åstundas, beräknas. I likhet med sextanten mäter spegelcirkeln alltid positionsvinkeln, och har derför jemförelsevis mindre betydelse vid geodetisk mätning. Den medgifver imellertid vida större noggrannhet äfvensom mätning af större vinklar än sextanten. De vinklar som ligga i närheten af 180° kunna likväl endast med spegelcirkeln mätas, om tuben är försedd med prism-okular, ty eljest kommer observatorn i vägen för signalen. Deremot kunna vinklar, som äro större än 180° mätas (för $\psi < 180$ har man signalen s till höger; för ψ 180 har man den till venster). Nonieutslaget vid finare spegelcirklar uppgår till 20 sek. En motsvarande noggrannhet hos mätningsresultatet kan vid detta instrument påräknas. För öfrigt gäller om spegelcirkeln hvad som förut blifvit sagdt om sextanten.

*

Fjerde kapitlet.

Instrument för afståndsmätning.

Basapparater.

85. När baslinien för ett vetenskapligt triangelnät skall uppmätas, betjenar man sig af ett system basstänger — vanligen fyra till antalet. Dessa basstänger, som, på det att deras temperatur och lutning mot horisonten må kunna uppmätas, hvar för sig äro försedda med termometrar och vattenpass, läggas på en slags bockar efter hvarandra uti basliniens riktning. Då dessa instrument hafva en rent vetenskaplig karakter, vilja vi endast i korthet redogöra för två olika konstruktioner.

86. Bessels apparat. Denna apparat, som först användes vid gradmätningen i Ostpreussen och som sedermera blifvit använd flerstädes, består af 4 basstänger, af hvilka hvar och en är sammansatt af en jernskena och en zinkskena. Genom att använda två metaller med olika utvidgningskoefficient anser man sig noggrannare kunna bestämma stångens af temperaturen beroende längdförändringar än med qvicksilfvertermometrar. Fig 88 visar de båda ändpartierna af en sådan stång.

Fig. 88.

Hvar och en af de fyra basstängerna består af en parallelipipedisk jernskena j, 2 toiser lång 1 meter = 413,296/854 toise.,

12 (27 m.m.) pariserlinier bred och 3 pariserlinier (7 m.m.) tjock. Ofvanpå denna skena ligger en lika tjock, men hälften så bred zinkskena z. Denna, som blott är till i och för uppmätning af jernstångens längdförändringar, är vid sin ena ände a fastskrufvad och fastlödd vid jernskenan. Zinkskenans båda ändar äro beväpnade med kilformiga stålstycken s och s', som sluta med horisontela eggar, och jernskenan är vid sin fria, zinkskenan öfverskjutande ände äfven försedd med ett stålstycke $s_{,}$, utlöpande i två vertikala eggar, af hvilka den ena är vänd mot den beväpnade zinkskenan och den andra afsedd att föras mot eggen hos en följande stång. För att mäta det af temperaturen beroende afståndet $b_{,}$ mellan eggarne s och $s_{,}$ af hvars storlek, såsom längre ner skall visas, man kan sluta sig till stångens längdförändring i och med förändring i temperaturen, betjenar man sig af en noggrant slipad mätkil k af glas, och för att undvika stängernas sammanstötning och deraf förorsakade rubbningar, brukar man blott föra stångändarne i närheten af hvarandra och äfven här mäta afståndet mellan eggarne med mätkilen Om mätkilen (stympad kil) har bredderna b och $b_{,}$ samt längden l, så erhålles för ett afstånd y från den stympade änden kilens bredd x ur $(b - b_{,}):l = (x - b_{,}):y$ eller $x = y\,[(b - b_{,})/l] + b_{,}$. Enligt denna formel är kilen graderad..

Fig. 89, 90.

Hvarje stång är innesluten i en trälåda och hvilar på 7 par vid en styf jernskena m (13,5 m.m. bred och 27 m.m. hög) fästade rullar r. För att beqvämt kunna gifva små rörelser åt stången finnes en mikrometermekanism anbragt. Ofvanpå stången står ett med mikrometerskruf vridbart vattenpass (fig. 89 och 90), som, när det bringas att spela in, utpekar stångens vinkel med horisonten.

Fig. 91.

Stånglängdens reduktion med hänsyn till temperaturen. Emedan zinken har större utvidningskoefficient än jernet, så kan man ställa så till, att vid en ej synnerlig hög temperatur eggarne s och $s_{,}$ beröra hvarandra. Beteckna vi (fig. 91) denna temperatur, som naturligtvis är högre än den vanliga, med T, vidare jern- och zinkskenans för temperaturen T noggrant bestämda längder med l och z samt jernets och zinkens utvidgningskoefficienter med a och $a_{,}$ Som dessa koefficienter äro olika för olika zink- och jernsorter, måste de bestämmas särskildt för hvar och en af de fyra basstängerna. , så erhålles den temperatur t, som svarar mot det med mätkilen uppmätta afståndet b mellan de båda eggarne, ur

$$bz = a_{,}\, z\, (T - t) - a\, l\, (T - t)$$

och längdförändringen δ af jernstången ur

$$\delta = a\, l\, (T - t),$$

hvaraf, om det i första eqvationen erhållna värdet på $T - t$ insättes i den senare

$$\delta = (l\, a\, b)/(a_{,}\, z - a\, l) = \text{konst. } b \text{ .... (45).}$$

Man beräknar i detta likasom vid alla de mätningsoperationer, der en stor mängd små korrektioner förekomma — således äfven vid följande reduktion — aldrig direkt den reducerade storheten utan alltid korrektionstalet. Man kan nämligen i så fall vid räkneoperationerna tillåta sig approximationer, som eljest ej vore tillåtna.

Reduktion till horisonten. Har stången bildat vinkeln α med horisonten, och med $l_{,}$ betecknas dess med hänsyn till temperaturen korrigerade längd samt med $\delta_{,}$ det sökta korrektionstalet för reduktionen till horisonten, så är

$\delta_{,} = l_{,}\, (1 - \cos \alpha) = 2\, l_{,} \sin^2 (\alpha/2)$ Man använder, alldenstund vid små vinklar sinus växer hastigare än cosinus, hellre sinus än cosinus. Se för öfrigt Tab. 3, sid. 124. ..... (46).

87. Torneåapparaten, använd vid Öfre Torneå, består af 4 jernstänger om ungefär 2 toisers längd. Vid den ena

änden (den fasta) af hvarje stång är ett stycke stål fastsvetsadt och sedan utsvarfvadt till en 3,5 m.m. tjock cylinder; den andra änden (den rörliga) afslutas med en afrundad, en fyhlhebel tillhörande anslagsyta, mot hvilken den följande stångens fasta ände föres. Härigenom undvikes sammanstötning och deraf följande rubbningar. Den med bomull eller annat dåligt värmeledande ämne omlindade stången är innesluten uti en med termometrar försedd trälåda; och för att man må kunna varsamt närma den ena stången till den andra, finnes uti lådan en särskild mekanism anbringad. Skulle vid de båda stångändarnes sammanförande fyhlhebelns indexstreck ej ställa sig midt för det streck (lämpligast strecket 20) på skalan, hvilket motsvarar stångens normala längd, så kan man på grund af föregående undersökning af de små längder, som svara mot visarens förflyttning af en eller flera skaldelar, lika väl bestämma stångens längd. Det säger sig sjelf, att äfven hvar och en af dessa stänger är försedd med vattenpass.

Korrektionen med anledning af temperaturförändringar beräknas enligt de vanliga formlerna; korrektionen i händelse af stångens lutning som vid föregående apparat.

88. Basstängers användning. Utgående från ena ändpunkten af den på förhand utstakade baslinien lägger man den första stången i liniens riktning och så, att dess fasta ände sammanfaller med denna punkt, lägger sedan på för ändamålet lämpliga bockar de öfriga stängerna och inriktar dem uti linien. I händelse af Bessels apparat föras stångändarne så nära hvarandra, att afstånden kunna bestämmas med mätkil. Sedan stängerna blifvit inpassade, mätas med mätkilen termoterafståndet b samt afståndet mellan stångändarne, och

med vattenpasset lutningsvinkeln. Härefter flyttas den 1:sta stången framför den 4:de och, sedan afläsning egt rum, den 2:dra framför den 1:sta o. s. v. undan för undan, tills basliniens andra ändpunkt är uppnådd. Som läget af denna punkt ännu är godtycklig, lagar man att den sammanfaller med den sist utlagda stångens främre ände.

89. Noggrannhet. För att gifva ett begrepp om den skärpa, hvilken ofvanbeskrifne eller likartade basapparater lemna, må nämnas, att på grund af verkstäld kontrollmätning mediefelet för 8 på senare tider i Europa företagna basmätningar ungefärligen visat sig vara $1/1000000$ af afståndet.

Mäthjul.

90. Man har på senare tider upptagit idén att låta ett rullande hjul uppmäta baslinier.

Det Steinheilska mäthjulet (0,922 meter i diameter) är af koppar och styres af en liten vagn. Detsamma, som fordrar utläggning af en särskild skensträng, är för närvarande, på uppdrag af den europeiska gradmätningskommissionen, foremål för undersökning af Prof. Bauernfeind i München. Hvad man specielt vill utröna är temperaturens inflytande på hjulringens dimensioner.

Wittmans enklare mäthjulsapparat är äfven afsedd att föras utefter en jernvägsskena. Bauernfeind har funnit, att man med detta hjul nästan kan påräkna samma noggrannhet som vid mätning med enkla träbasstänger (se 95). Det är sannolikt att mäthjulen endast på skensträngar och i plan terräng kunna vara förmånliga att använda.

Enkla mätstänger.

91. För noggranna praktiska mätningar betjenar man sig af 2 mätstänger, gjorda af torrt furuträ. Dessa stänger, hvilkas längd lämpligen kan vara 3 eller 5 meter (10, 15 eller 20 fot), hafva antingen qvadratisk eller korsformig genomskärning och äro graderade. Mest lätthandterliga och för praktiken passande torde i allmänhet de vara, som hafva 35 à 45 m.m. (12 à 15 linier) i fyrkant. För att undvika

Fig. 92. nötning är det lämpligt att, som fig. 92 visar, beslå dem med tjock messingsplåt för ändarne. Det säger sig sjelf att vid mätning stängerna skola läggas så, att de något afrundade eggarne bilda rät vinkel med hvarandra. Som dessa stänger användas parvis, så är det särdeles förmånligt att hafva dem olika målade. Den, med hvilken man börjat — man bör taga för regel att alltid börja med samma stång — angifver då udda, den andra jemna stånglängder. Härigenom är man i väsendtlig mån skyddad for missräkning. Ifrågavarande stänger begagnas på olika sätt. Man lägger dem direkt på marken efter hvarandra, eller man låter dem hvila på klotsar, skjutbara på i marken nedstuckna stakar, eller man mäter med dem utefter spända snören.

92. Direkt mätning på terrängen förutsätter att terrängen ej är kuperad. Mätningen utföres lämpligast af en person, som i den utstakade liniens riktning lägger stängerna så efter hvarandra, att deras afrundade eggar bilda rät vinkel med hvarandra. Naturligtvis erhålles mätningen på detta sätt utförd med större skärpa i samma mån som terrängen är jemn. En buktande terräng föranleder, att det uppmätta afståndet kommer att angifvas större än det i verkligheten är.

93. Staffelmätning. När terrängen är kuperad betjenar man sig af stakar, som äro försedda med skjutbara klotsar (fig. 93). Man höjer eller sänker dessa klotsar tills de på dem hvilande stängerna ligga horisontelt, och betjenar sig härvid antingen af ett löst eller af ett enligt fig. 90 vid hvarje stång fästadt vattenpass. I allmänhet torde dock horisontalläge efter ögat vara tillfyllest. När terrängen sluttar så mycket, att stängerna ej kunna läggas mot hvarandra, så lodar man sig på sätt fig. 92 antyder. Sistnämnde mätningssätt, betydligt lättare att verkställa i fallande än i stigande terräng, är tidsödande och fordrar försigtighet, såvida man vill ernå större noggrannhet. Det kan med fördel användas i mycket branta sluttningar, men i öfrigt förtjenar nedanbeskrifne mätningssätt företräde.

Fig. 93.

94. Mätning efter spända snören. Härvid föras stängerna varsamt utefter spända snören. Det är klart att snörena blott tjena till ledning och att de endast indirekt, d. v. s, genom den sträckning de lida under sjelfva

mätningsoperationen, inverka på mätningen. För ifrågavarande mätningssätt lämpar sig bäst gröfre hyssing af ungefär 3 m.m. (1 linie) i diameter. Man torde lämpligast medföra två partier, hvardera af ungefär 100 meters längd.

Fig. 94.

Medgifver ej terrängen att snöret spännes horisontelt, så måste efter mätningen en reduktion till horisonten göras. En reduktion förutsätter, att höjdskilnaden mellan snörets ändpunkter eller att dess lutningsvinkel är känd. Snöret fästes (fig. 94) vid snedt i marken nedstuckna pikstakar och lägges så spändt som utan farliga rubbningar låter sig göra öfver i terrängens brytningspunkter nedslagna, starka och långa pålar eller, hvad som är bättre — isynnerhet då terrängen är ojemn — på de i nämnde punkter nedstuckna klotsstakarnes klotsar. I brytningspunkter med sådant läge som *c* måste snöret i allmänhet omspännas, såvida man ej, såsom nyss blifvit förordat, har två snören till sitt förfogande. I så fall spännes, innan mätningen börjar, äfven det andra snöret på sätt som fig. 94 visar. Man undviker härigenom de rubbningar af pålen *c* (staken), hvilka eljest så lätt kunna uppstå vid snörets omspänning.

Skall nu afståndet mellan ett kors på pålen *a* och ett dylikt på pålen *d* uppmätas, så föras stängerna af två personer utefter snöret från *a* till *d*. Hållande händerna 3 à 4 fot i sär, omfattar man såväl stången som snöret och bemödar sig om att varsamt föra stångändarne mot hvarandra samt att ej oroa snöret.

Måste mätningen af en eller annan anledning afbrytas vid en påle, så göres ett märke på stången midt för ett dylikt på pålen. Man har då vid operationens fortsättning blott att tillse, det dessa märken komma midt för hvarandra och kan sedan fortfarande räkna jemna stånglängder. Vid hvarje brytningspunkt antecknar man det uppmätta afståndet från *utgångspunkten* räknadt. Afståndet

mellan två på hvarandra följande pålar erhålles sedan genom en enkel subtraktion Det är förmånligare att så gå tillväga än att uppmäta hvarje sträcka för sig. Man är mindre utsatt för att förvilla sig och behöfver ej så noga uppmäta bråkdelar af stånglängden vid hvarje brytningspunkt; ty äfven om man skulle räkna den ena sträckan till godo på den andras bekostnad, så utöfvar detta endast ett försvinnande inflytande på reduktionen till horisonten. Totalsträckan blir i alla fall rätt uppmätt..

För att kunna reducera de uppmätta sträckorna till horisonten, så måste man känna höjdskilnaderna h, h', h'' o. s. v. mellan pålarne eller ock snörets lutningsvinklar. Det totala reduktionstalet vid en flera gånger bruten linie erhålles i förra fallet ur

$\sum \delta = \sum [l - (l^2 - h^2)]^{0,5}$ .... (47)

och i senare fallet ur

$\sum \delta = \sum l(1 - \cos \alpha) = \sum 2\, l \sin^2 (\alpha/2)$ .... (48).

Värdena på h, h', h'' o. s. v. bestämmas antingen genom brytningspunkternas afvägning eller på annat sätt. Vid lindriga sluttningar kan ofta ett vandt öga med erforderlig noggrannhet uppskatta dessa höjdskilnader, ty af en längre ned befintlig tabell framgår, att i så fall ett mindre fel hos dem föga inverkar på det reducerade afståndet.

Finner man fördel i att mäta vinklarne $\alpha, \alpha', \alpha''$ etc. i stället för h, h', h'' etc., så kan detta, såvida snöret är väl spändt, i de flesta fall göras med erforderlig noggrannhet under användning af ett vattenpass, så anbringadt på en af stängerna som i fig. 90 är angifvet. Stången lägges då på snöret, eller ock inriktas den medelst syftning från en af pålarne i lutningslinien, och, sedan blåsan bragts att spela in, afläses vinkeln. Vill man i händelse af mycket kuperad terräng för att vinna största möjliga noggrannhet utföra vinkelmätningen med teodolit, så centreras teodoliten öfver en af pålarne, mätes och utmärkes på en stång instrumentets höjd öfver pålen och uppställes denna stång på den andra pålen (klotsen). Inställes då tuben på stångens märke, så är syftlinien parallel med förbindningslinien mellan pålarne, och den sökta vinkeln afläses.

Följande tabell lemnar reduktionstalet δ för 100 meter (fot) vid gifvet värde på *a* eller *h* och i allmänhet för hvilka längder som helst, om den användes på sätt nedanstående exempel utvisa: Reduktionstalet är 0,61 för 100 och 6°20′ samt 0,61 + 5 · 0,003 för 100 och 6°25′. Reduktionstalet för 130 och 6°25′ är alltså 1,3 (0,61 + 5 · 0,003) = 0,813 meter (fot). För 160 meter (fot) och h = 20,4 meter (fot) är reduktionstalet 1,6(1,95 + 4 · 0,019) = 3,242 meter (fot), o. s. v.

Tabell 3.

Reduktion af 100 meter (fot) till horisonten.

a		h	δ	Diff. Δ δ i m.m. (0,1 lin.) för da = 1′	Diff. Δ δ i m.m. (0,1 lin.) för dh = 0′,1	a		h	δ	Diff. Δ δ i m.m. (0,1 lin.) för da = 1′	Diff. Δ δ i m.m. (0,1 lin.) för dh = 0′,1
Gr.	Min.					Gr.	Min.				
0		0,0	0,00			9	0	15,8	1,23		
	20	0,6	0,00	00	2		20	16,4	1,32	4,5	15
	40	1,2	0,01				40	17,0	1,42		
1	0	1,8	0,02			10	0	17,6	1,52		
	20	2,3	0,03	0,5	2		20	18,2	1,62	5	17
	40	2,9	0,04				40	18,8	1,73		
2	0	3,5	0,06			11	0	19,4	1,84		
	20	4,1	0,08	1	4		20	20,0	1,95	5,5	19
	40	4,7	0,11				40	20,6	2,07		
3	0	5,2	0,14			12	0	21,3	2,19		
	20	5,8	0,17	1,5	5		20	21,9	2,31	6	20
	40	6,4	0,20				40	22,5	2,43		
4	0	7,0	0,24			13	0	23,1	2,56		
	20	7,6	0,28	2	7		20	23,7	2,70	6,5	22
	40	8,2	0,33				40	24,3	2,83		
5	0	8,8	0,38			14	0	24,9	2,97		
	20	9,3	0,43	2,5	9		20	25,5	3,11	7	24
	40	9,9	0,49				40	26,2	3,26		
6	0	10,5	0,54			15	0	26,8	3,40		
	20	11,1	0,61	3	10		20	27,4	3,56	7,5	25
	40	11,7	0,68				40	28,0	3,72		
7	0	12,3	0,75			16	0	28,6	3,88		
	20	12,9	0,82	3,5	12		20	29,3	4,04	8	26
	40	13,5	0,89				40	29,9	4,20		
8	0	14,0	0,97			17	0	30,6	4,37		
	20	14,6	1,06	4	14		20	31,2	4,54	8,5	
	40	15,2	1,14				40	31,8	4,72		

95.Noggrannhet. Vid undersökning af den noggrannhet som med ifrågavarande mätstänger, på något af ofvannämnde sätt använda, kan ernås, har man att fästa afseende vid det fel, som härleder sig af att stängernas längder ej äro fullt riktiga samt det fel, som under mätningen af en eller annan anledning ej kunnat undvikas. Det senare utgör totalsumman af sådane under mätningen begångna fel, hvilka dels kunna hafva en ensidig riktning, dels

af slumpen bestämmas än positiva än negativa. Funnes ej ensidigt verkande felkällor, så vore totalfelet proportionelt mot qvadratroten ur afståndet. Tillvaron af sådana felkällor bekräftas; ty praktiska rön visa i allmänhet, att felet växer hastigare än med qvadratroten ur afståndet.

Vid direkt mätning på terrängen kan naturligtvis någon formel för felets beräkning ej angifvas.

Vid staffelmätning uti mer eller mindre sluttande terräng torde, om afståndet betecknas med l, det sannolika felet ungefärligen angifvas af $f = 0{,}01 \cdot (l)^{0,5}$.

Noggrannheten vid mätning efter snören är större än hvad man är benägen att tro. Under öfningarne med Teknologiska institutets elever, hafva mångfaldiga sträckor om flera hundra fot blifvit uppmätta, utan att feldifferensen uppgått till en linie. En felorsak, som kan matematiskt undersökas, är att mätningen sker efter ett mer eller mindre bågformigt snöre. Söker man skilnaden δ mellan kordan och bågen, så får man genom serieutveckling och under bibehållande af första termen med tillräcklig noggrannhet

$\delta = \frac{8}{3} \cdot p^2/l$ ....(49),

hvarvid p betecknar sänkningen på midten och l betecknar snörets längd. Antages $l = 100'$ samt $p = 0',3$, så är

$\delta = (8 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3)/(3 \cdot 100) = 0',0024$.

I allmänhet torde felet vid en väl utförd mätning efter snöre angifvas af $f = 0{,}002 \cdot l^{0,5}$. Som man vid basmätningar af 2:dra och 3:dje ordningen oftast tolererar, att felet uppgår till $0{,}005 \cdot l^{0,5}$, så kan ifrågavarande mätningssätt för dessa mätningar användas.

Vid verkstäld kontrollmätning har det minsta resultatet största sannolikhet för sig; ty om man undantager fel genom snörets dragning åt ena eller andra hållet, så samverka de öfriga mätningsfelen till ett för stort resultat.

Landtmäterikedjan.

96. Rent praktiska längdmätningar verkställas oftast med landtmäterikedjan. Denna är som bekant sammansatt af jerntrådslänkar. I Sverige äro dessa kedjor 50 fot långa och hvarje länk är antingen en eller en half fot lång.

Förutom alla jemna fotantal är hvar 10:de fot markerad på ett i ögonen fallande sättVi hafva i det följande förutsatt den svenska landtmäterikedjan, emedan man ännu ej tyckes vara ense om den lämpligaste kedjelängden för det metriska systemet. Antagligen torde man komma att välja mellan 15 meter (50,52 fot) och 20 meter (67,36 fot). Om ock den förra längden understundom kan vara beqvämare, så är den senare med hänsyn till det decimala systemet att föredraga..

Liniemätning med kedja utföres af två personer, af hvilka den ena lägger till vid en förut bestämd punkt, under det att den andre, sedan han riktat in sig eller af medhjelparen blifvit inriktad i linien, horisontelt sträcker kedjan och nedsätter en medhafd stake, sticka eller jernnål, i samma ögonblick sägande ordet "sträck" eller annat lämpligt ord åt medhjelparen, som just då bör stadigt fasthålla kedjan. Vid den så bestämda punkten lägger efterföljaren sedan till och mätningen fortsattes som ofvan. För att undvika de knutar, "knän", som på grund af länkarnes sammansättning lätt uppkomma, då kedjan lägges dubbel eller ringlas, så bör efterföljaren släppa kedjan när tilläggningen är gjord och låta föregångaren draga den efter sig. I och för kontrollering af huru många kedjelängder, som blifvit utsatta, är det förmånligt vid mätning af långa sträckor, om den som går först, har med sig ett bestämdt antal nålar eller stickor, uppträdda på ett snöre. När dessa tagit slut äro lika många kedjelängder utsatta som antalet medförda stickor. Samma antal stickor bör då af medhjelparen, hvilken tagit upp dem, till föregångaren öfverlemnas, hvarefter mätningen fortsattes. Sålunda kontrollera båda hvarandra och någon missräkning kan ej gerna uppkomma.

I kuperad terräng är det nödvändigt att stakar begagnas i stället för stickor. Dessa stakar lodas, på det att tilläggning må kunna ega rum äfven vid toppen, utan att fel uppkommer. Öfverstiger ej lutningen 5 fot på 50 fot, så kan hela kedjan utsträckas. I starkare sluttningar går man lämpligast till väga på sätt som följer.

Fig. 95

Om (fig. 95) från en punkt 1 en linie skall uppmätas i en stark sluttning, så inriktas stakarne 1, 2, 3, 4, o. s. v., på så stort afstånd från

hvarandra, att den lodräta stigningen blir ungefär 5 fot. Sedan samtlige stakarne blifvit omsorgsfullt lodade och kedjan blifvit förlagd uti liniens riktning samt till venster om linien, så lägger A till med kedjans eftersta ände vid roten af staken 1, under det att B horisontelt sträcker kedjan, dervid förande högra tummens nagel midt för staken 2 vid dess topp. A släpper nu kedjan och B, alltjemt fasthållande samma ställe af densamma, sänker sig och lägger till vid roten af staken 2, hvarefter A horisontelt sträcker och fattar kedjan midt för staken 3, o. s. v. På detta sätt gå de ömsevis om hvarandra, och när kedjan är slut, hafva 50 fot blifvit uppmätta. Att så gå till väga är beqvämare, snabbare och säkrare än att mäta hvarje horisontelt element för sig och genom addition söka totallängden. Det torde med afseende på beqvämlighet kunna uppställas som regel, att A och B vid ifrågavarande mätningssätt alltid böra placera sig så, att de, vända åt det håll hvartåt mätningen skall gå, hafva både kedjan och linien till höger. Det torde af det föregående äfven framgå huru mätningen bör verkställas i stigande terräng.

Hvad beträffar kedjans hopläggning, sedan den blifvit begagnad, torde med hänsyn till tidsbesparing böra påpekas tordelen af att börja vid kedjans midt. Äfvenledes må anmärkas, att kedjans utläggning lämpligast sker, om man, med venstra handen fasthållande det ena handtaget, kastar ut den med den högra. Är den väl ihoplagd, brukar den då falla ut helt och hållet och utan "knän".

97. Felorsaker och noggrannhet vid kedjemätning. Fel vid kedjemätning härflyta af

1) att kedjan afviker från horisontal- och stakplanet;

2) att kedjan ej sträckes tillräckligt, samt af

3) bristande skärpa i tilläggning vid eller utsättning af stickor eller stakar.

Kedjans afvikelse ur horisontal- eller stakplanet föranleder ett fel δ, som för hvardera fallet kan beräknas ur

$\delta = l - (l^2 - h^2)^{0,5}$ .... (50).

Antages den ena kedjeänden ligga en fot lägre än den andre eller, hvad som föranleder samma fel, vika en fot ur linien, d. v. s. $h = 1$, så blir för $l = 50$, $\delta = 0{,}5$ linie, ett fel af så obetydlig beskaffenhet, att man dervid ej behöfver fästa något afseende. Reduktionstalet för en kedjelängd om 50 fot vid gifvet värde på h erhålles, om i Tab. 3 (sid. 124) det värde på δ, som svarar mot $2h$ halfveras.

För att utröna inflytandet af att kedjan hänger i båge, användes den förut i 95 anförda formeln

$\delta = \frac{8}{3} \cdot (p^2/l)$,

hvilken, alldenstund $l = 50$, kan transformeras till

$\delta_{,} = 0{,}053\ p^2$ .... (51).

Är t. ex. sänkningen på midten $p = 0{,}5$ fot, så är $\delta = 1{,}3$ linie.

Af vida större betydelse än föregående fel äro de fel, som förorsakas dels under tilläggning vid, dels under utsättning af stickor eller stakar. Sammanlagdt torde i medeltal dessa fel, allt efter som terrängen är mer eller mindre svår, uppgå till 10 à 5 linier. I kuperad terräng blir, om stakarne ej lodas, totalfelet ännu större.

Af ofvanstående betraktelser framgår nödvändigheten af att man i främsta rummet koncentrerar uppmärksamheten på utsättningen och tilläggningen vid stickorna eller stakarne. Häremot bryta ofta nybörjare, i det de i stället vanligen lägga an på att skarpt rikta in staken eller att mer än nödigt är sträcka kedjan. Endast sådane stakar eller pålar, som skola qvarstå i linien, behöfva — af andra skäl — noggrannt inriktas; endast då kedjan helt och hållet hänger fritt är en starkare sträckning behöflig.

Förutom ofvannämnde felorsaker återstår att taga i betraktande, att hvarje kedja i mån af som den begagnas så småningom förlänger sig. Denna förlängning kan uppgå ända till 20 à 30 linier. Man bör derför tid efter annan pröfva kedjan. Visar den sig härvid vara alltför felaktig, måste en smed genom att hopslå länk-öglorna återställa den till sin rätta längd. Man kan visserligen för tillfället nå samma mål genom att här och der kröka en och annan länk. Ett sådant justeringssätt är ej att förorda. Utomlands begagnas på en del ställen kedjor, vid hvilka för hvar tionde fot justerskrufvar finnas. Dessa temligen komplicerade kedjor hafva ej hos oss vunnit insteg.

Äfven vid kedjemätning anses felet växa med qvadratroten ur afståndet. Dock synes oss praktiska rön ådagalägga, att felet i allmänhet växer hastigare än med qvadratroten ur afståndet. På grund af många utförda dubbelmätningar under ej allt för ogynnsamma terrängförhållanden angifves under förutsättning af justerad kedja f af $f = 0{,}02\ (l)^{0{,}5}$.

Följande värden på f, l och f/l svara enligt denna formel mot hvarandra:

l	f	f/l	l	f	f/l
100	0,2	1/500	1600	0,8	1/2000
400	0,4	1/1000	2500	1,0	1/2500
900	0,6	1/1500	3600	1,2	1/3000

Vid sumpig eller starkt kuperad terräng kan ej så stor noggrannhet påräknas. — En del landtmätare antaga i medeltal felet vid kedjemätning vara l fot på 1000.

Afståndsbestämning genom stegning.

98. Stegning medgifver ett hastigt och för en van person för många ändamål tillräckligt noggrannt sätt att bestämma afstånd. Man bemödar sig att bibehålla sin vanliga raska gång och dermed förenlig steglängd, som förut genom stegning af kedjemätta afstånd blifvit bekant. Stegning begagnas isynnerhet vid rekognoseringsmätning. Som det då vanligen är fråga om att direkt upprita mätningsresultaten, brukar man betjena sig af ett diagram. Ett sådant erhålles, om man (fig. 96) uti den gifna skalan uppritar en rätvinklig triangel, hvars hypotenuslängd svarar mot ett jemnt antal steg, och sedan indelar den ena katedern i samma antal delar, samt slutligen från delningspunkterna drager linier parallela med hypotenusan. Dessa linier angifva då de längder, som svara mot antalen hela steg. — Numera finnas att köpa stegräknare i fickursformat. Vid stegning, utförd af en van person, öfverstiger felet sällan 2 à 3 % af afståndet

Fig. 96.

Distansmätare.

99. Med distansmätare förstås ett instrument, med hvilket man kan från den punkt, der man stationerar, bestämma afståndet till en annan. Man skiljer mellan de distansmätare, som fordra att en graderad stång uppställes å sistnämnde punkt och dem, som utan tillhjelp af en sådan angifva afståndet.

Vid de förra instrumenten, hvilka lemna betydligt skarpare resultat än de senare, är det antingen den vinkel, som svarar mot en konstant längd af stången, eller den längd af stången, som svarar mot en konstant vinkel, hvilken mätes och af hvilken det sökta afståndet utgör en funktion. För en närmare redogörelse för dessa instrument, som vanligen samtidigt äro afsedda för höjdmätning, hänvisas till Kap. VIII.

Af distansmätare utan stång finnas åtskilliga konstruktioner; dock har man ännu ej lyckats konstruera dem så, att de mäta med tillräcklig noggrannhet för geodetiska ändamål; deremot hafva de stor betydelse för militära ändamål En ganska fullständig artikelserie rörande dessa instrument, finnes uti tidskriften »Engineering« för 1874..

*

Femte kapitlet.

Instrument för utsättning af räta vinklar, m. m.

100. Det förekommer mycket ofta vid praktiska mätningar utstakning af mot hvarandra vinkelräta linier. För detta ändamål betjenar man sig vanligen af *korstaflan, vinkeltrumman, vinkelspegeln, prisman* eller *prismkorset,* äfvensom i nödfall af *landtmäterikedjan.*

Korstaflan.

101. Korstaflan (fig. 97) är det mest använda instrument för utsättning af räta vinklar. Densamma utgöres af ett plant gjutjernskors, uti hvilket äro anbringade två mot hvarandra vinkelräta spår, 1,6 m.m. breda och 6 à 9 m.m. djupa. Detta kors är, fästadt vid en rak, jernskodd stake, om ungefär 1,3 meters höjd.

102. Pröfning. För att pröfva om spåren äro mot hvarandra vinkelräta, så uppställer man korstafian i en jemn terräng (fig. 98) och lagar dervid att dess stake kommer att stå lodrätt; inriktar sedan på 50 à 70 meters afstånd signalen *s* i spåret *a b* och signalen *t* i spåret *c d*

Fig. 97.

samt vrider korstaflan tills *s* synes i spåret *c d.* Är korstaflan felfri, så skall *t* synas i spåret *a b,* hvarom ej så kan midt för *t* en signal *u* utsättas, som påtagligen ligger symmetriskt mot *t* i förhållande till en mot *a b* vinkelrät linie *e v.* Om derför *t u* halfveras och en signal utsättes i *v,* så utvisar *t v* det sökta felet. Man kan således äfven med en felaktig korstafla utstaka räta vinklar.

103. Korstaflans användning. Hvad sättet att använda korstaflan beträffar, så torde väl knapt någon förklaring behöfvas. Imellertid må påpekas, att man, när korstaflan skall noga inriktas i en linie, kommer säkrast och snabbast till målet genom att bestämma den punkt, der dess stake bör nedsättas, med ett lodsnöre eller en hjelpstake. Föröfrigt lodas alltid staken vid noggranna mätningar, och man förvissar sig att taflan står rätt genom att i båda riktningarne efterse om spåret ligger i stakplanet.

Fig. 98, 99.

Korstaflan kan användas tör

1) att från en punkt i en gifven rät linie staka en linie, som bildar räta vinklar med den gifna linien;

2) att genom en punkt utom en gifven rät linie staka en linie, som bildar räta vinklar med den gifna linien (man går försöksvis till väga och har nått målet, när den gifna punkten synes i det ena spåret samtidigt som den gifna linien sammanfaller med det andra);

3) att bestämma en punkt *c* mellan och i linie med två punkter *a* och *b* (man går försöksvis till väga och har funnit den sökta punkten, när *a* och *b* synas i spåret);

4) att från en punkt i en cirkelkurva, vinkelrätt mot kurvan staka en linie [man utsätter (fig. 99) i kurvan två symmetripunkter *a* och *b* till den gifna punkten *c,* halfverar kordan *a b* i *d* och stakar från denna punkt en linie, som med *a b* bildar räta vinklar];

5) att genom en punkt staka en linie, som är parallel med en gifven linie: Man stakar genom punkten vinkelrätt mot den gifna linien en linie och vinkelrätt mot den sistnämnda linien äfvenledes en linie, som blir den sökta; eller

man stakar vinkelrätt mot den gifna linien två linier, hvaraf den ena genom punkten, och utsätter i den andra linien punktens afstånd. I sistnämnde fall, som i allmänhet lemnar bättre resultat än det föregående, bestämmer den så erhållna punkten i förening med den gifna den sökta linien.

104. Noggrannhet. Förutsatt att korstaflan är felfri, hvilket med få korstaflor är händelsen, kan man med den staka en rät vinkel rätt på 1 à 2 minuter när (motsvarande en afvikelse af 0′,03 à 0′,06 på 100′). I allmänhet kan ej större noggrannhet påräknas, än att felet uppgår till 4 à 6 minuter (motsvarande en afvikelse på 100′ af 0′,12 à 0′,18). Vill man vid stakning med korstaflan göra sig oberoende af dess felaktighet, så går man till väga på sätt som i det föregående (se korstaflans pröfning) finnes närmare anfördt.

Vinkeltrumman.

105. Detta instrument finnes närmare beskrifvet i 71, hvartill vi hänvisa, påpekande att för såvidt man endast önskar ett instrument, afsedt för samma ändamål som korstaflan, det är nog med dioptercylindern, som i så fall bör vara omedelbart fästad vid stativkäppen. Hvad beträffar pröfning, användning etc., så gäller för vinkeltrumman hvad som härom är sagdt om korstaflan. Vinkeltrumman är mer användbar i kuperad terräng än korstaflan och föröfrigt beqvämare att medföra.

Synnerligen nätta vinkeltrummor af fransk tillverkning finnas numera att köpa i Stockholm. Med dem kan äfven utsättas vinklar om 45°, hvilket understundom är förmånligt. Man kan nämligen i så fall bestämma ordinatan för en otillgänglig punkt, i det man bestämmer basliniens skärningspunkter med en från punkten i fråga vinkelrätt och med en mot henne under 45° fäld linie. Ordinatafståndet är påtagligen lika med afståndet mellan ofvannämnde skärningspunkter.

Vinkelspegeln.

106. Detta instrument består af två på samma plan vinkelrätt stående speglar, hvilkas reflekterande ytor med hvarandra bilda en vinkel af 45°. Dessa speglar äro inneslutna uti en låda, försedd med handtag på sätt som

fig. 100 i halfva den naturliga storleken antyder. Instrumentet grundar sig föröfrigt på samma princip som sextanten (se 77).

Fig. 100.

Om *a* och *b* (fig. 101) äro de båda på samma plan vinkelrätt stående speglarne, så reflekteras de från en punkt *s* utgående och med nämnde plan parallela strålarne, först af *a* och sedan af *b*, och lemna spegeln *b* i riktningen *b ö*. Ett i *ö* placeradt öga ser derför bilden af *s* i riktningen *ö s,*. Emedan $\varphi + (90 - \beta) + (90 - \gamma = 180$, hvaraf $\varphi = \beta + \gamma$ och vidare $\alpha = 2\beta + 2\gamma$, så är $\alpha = 2\varphi$, eller $\alpha = 90°$, om vinkeln φ som de båda reflekterande ytorna bilda med hvarandra är 45°. Detta gäller huru än instrumentet vrides, således oberoende af handens darrningar, blott de infallande strålarne äro parallela med hvilplanet.

Fig. 101, 102.

Af det föregående följer, att om man håller vinkelspegeln och ögat så, att de för andra gången reflekterade *s*-strålarne komma till detsamma, och vidare uti linie med ögat och den af dessa strålar alstrade bilden inriktar (seende öfver spegelkanten) en signal *s,*, att den så bestämda linien *ö s,*, bildar räta vinklar med *a s*; vidare följer att vinkelspegeln är inriktad uti en stakad linie, när samtlige stakarnes bilder sammanfalla (täckes af den främsta stakens bild).

107. Vinkelspegelns pröfning och justering. Man utsätter uti plan terräng (fig. 102) tre stakar *a, b* och *c* i rät linie på 50 à 60 meters afstånd, håller sedan spegeln vid den mellersta staken *b* först vänd mot *a* och inriktar en signal *a,* uti linie med ögat och bilden af *a*, sedan vänd mot *c*. Sammanfaller då bilden af *c* med den öfver spegelkanten sedda signalen *a,*, så är instrumentet felfritt, hvarom icke, så inriktas uti linie med ögat och bilden af *c* en signal *c,*. Påtagligen ligga *a,* och *c,* symmetriskt på hvar sida om den

mot *a c* vinkelräta linien *b m*. Utsättes derför signalen *m* midt imellan *a,* och *c,*, så blir sistnämnde linie fixerad. För att beriktiga instrumentet, har man, fortfarande hållande detsamma vid staken *b,* blott att vrida på en för den ena spegeln befintlig justerskruf tills bilden af *a* eller *c* sammanfaller med *m*.

108. Vinkelspegelns användning. Vinkelspegeln kan, om man undantager fallet 3), användas för att lösa samma problem som korstaflan; dock fordrar den plan terräng, ty som grundplanet måste vara horisontelt, så är det omöjligt att i kuperad terräng få bilden att täcka den direkt sedda signalen. Denna omständighet inskränker i ej oväsendtlig mån vinkelspegelns användning. Ehuru vinkelspegeln ofta hålles med fri hand, är det vid många tillfällen lämpligt att hafva den fästad vid en skodd lodstake.

Alldenstund sättet att använda ifrågavarande instrument hufvudsakligen torde framgå af det förut sagda, så må endast påpekas, att när man genom en punkt *p,* utom en gifven linie, skall med tillhjelp af vinkelspegeln fälla en mot denna linie vinkelrät sådan, att man efter att hafva kommit med spegeln i linien (samtlige liniestakarnes bilder förena sig då till en) flyttar sig uti densamma tills liniestakarnes förenade bild sammanträffar med den öfver spegelkanten sedda punkten (staken) *p*.

Vinkelspegeln, som i allmänhet är lätthandterligare och medgifver snabbare operationer än korstaflan, lemnar dock mindre noggranna resultat än korstaflan.

Prisman.

109. I stället för vinkelspegeln kan man begagna sig af en glasprisma, hvars bas utgöres af en likbent och rätvinklig triangel. Denna prisma (fig. 103) har sin hypotenusyta beklädd, och är föröfrigt så infattad, att den beqvämt kan hållas under mätningen.

Enligt optiken gäller för en ljusstråle, som öfvergår från ett tätare till ett tunnare medium, mellan infallsvinkeln α och brytningsvinkeln β följande relation: $\sin \alpha = \mu \sin \beta$. Det största värde som β kan erhålla svarar mot $\alpha = 90°$, då $\sin \beta = 1/\mu$. Sättes brytningskoefficienten $\mu = 3/2$ (dess storlek för luft och kronglas), så är $\beta_{max.} = 41° 48'$. Häraf följer omvändt, att alla strålar blifva totalt reflekterade, som inifrån

Fig. 103.

träffa en af prismans väggar under större vinkel med normalen än 41° 48′. En ljusstråle, som faller på en likbent och rätvinklig prisma, kan reflekteras en eller två gånger. Det är af vigt att skilja mellan de en gång och de två gånger reflekterade strålarne. Endast de senare hafva betydelse vid mätning med den enkla prisman.

Fig. 104.Fig. 105.

Vid *enkel reflexion* har man att beakta två fall:

1) Infaller (fig. 104) på en likbent och rätvinklig prisma och parallelt med dess grundplan strålar i en punkt *a* mellan en af de spetsiga vinklarne och normalen, så är $\gamma = 45° + \beta$, och följaktligen eger alltid total reflexion rum i *R*. Emedan de i *R* reflekterade strålarne påtagligen bilda vinkeln β med normalen till katedern *A B,* så är $\sin \varepsilon = \mu \sin \beta = \sin \alpha$ eller $\varepsilon = \alpha$. Häraf följer, om vinkeln mellan de infallande och de utgående strålarne betecknas med φ, att $\varphi = 90 + 2\alpha$.

2) Infalla strålarne i en punkt *b* (fig. 105) mellan den räta vinkeln och normalen, så är $\gamma, = 45° - \beta$; följaktligen eger då total rereflexion endast rum för $\beta < 3°12'$. Emedan äfven i detta fall $\varepsilon = \alpha$, så är $\varphi = 90 - 2\alpha$. När β 3° 12′, så utträda de flesta strålarne. Till följd häraf uppstår då endast partiel reflexion i *R,* och betydligt svagare bild erhålles.

Dubbel reflexion erhålles, om strålarne infalla som i fig. 106, vare sig i riktningen *p a* eller i riktningen *ö b*. Emedan $\gamma = 90 - \beta$ och β ej kan bli större än 41° 48′, så är γ 41°48′, och således eger total reflexion rum i *R;* emedan vidare $\gamma, = 45 - \beta$, så är $\gamma,$ 41°48′ för $\beta < 3°12'$, och således eger total reflexion rum i *R,* endast när $\beta < 3°12'$. I trianglarne *R R, d* och *c R, b* kunna följande relationer erhållas:

* $\beta + 45 + \underline{90 + \gamma,} = 180$ * $\gamma, + \delta + \underline{180 - 45} = 180$.

hvaraf $\beta = \delta$ eller, alldenstund $\sin \alpha = \mu \sin \beta$ och $\sin \varepsilon = \mu \sin \delta$, $\alpha = \varepsilon$. Häraf följer åter, om φ betecknar vinkeln mellan de infallande och de utgående strålarne, att $\varphi = 90° + \alpha - \alpha =$

90°.

Om man derför i en punkt *e* håller en likbent och rätvinklig glasprisma så vänd mot en annan punkt *p,* att prismans bas blir parallel med de från *p* infallande strålarne, och så, att dessa strålar blifva två gånger reflekterade, samt slutligen uti linie med ögat och den af de två gånger reflekterade strålarne alstrade bilden inriktar (seende öfver prismans öfverkant) en signal $p_,$, så bildar linien $ö\ p_,$, rät vinkel med linien *p e*.

Som $\varphi = 90°$ endast gäller, när de infallande och de utgående strålarne äro parallela med prismans bas, så följer att prisman i likhet med vinkelspegeln endast lämpar sig för plan terräng.

Emedan, enligt föregående, två bilder kunna i prisman synas, nämligen den som alstras af enkelt reflekterade och den som alstras af dubbelt reflekterade strålar, och endast den senare är användbar, så är det af vigt att skilja mellan dessa bilder. Detta är ganska lätt; ty den användbara bilden synes till följd af den dubbla reflexionen mattare än den andra, hvilken for öfrigt ändrar läge, då prisman vrides kring sin axel.

Bilden af de två gånger reflekterade strålarne uppkommer antingen i närheten af den räta vinkeln (i *a*) eller i närheten af den infallskatedern motstående vinkeln (i *b*), beroende på huruvida prisman hålles så, att strålarne infalla mellan katederns normal och räta vinkeln (såsom *ö b*), eller så, att de infalla på andra sidan om normalen (såsom *p a*). Prisman kan användas vid samma tillfällen och för samma ändamål som vinkelspegeln, hvars fördelar och olägenheter den äfvenledes innehar.

110. Prismans pröfning. För att pröfva huruvida en prisma angifver räta vinklar, d. v. s. har till bas en likbent och rätvinklig triangel, går man till väga på samma sätt som i 107 för vinkelspegeln finnes anfördt. Prismans justerslipning måste verkställas af instrumentmakaren.

Fig. 107.

Prismkorset.

111. Detta instrument, uppfunnet af Professor Bauernfeind i München, består af två prismor, hvardera med likbent och rätvinklig bas samt så stälda (fig. 107) på hvarandra, att två katederytor sammanfalla och hypotenusytorna bilda rät vinkel med hvarandra. Vid prismkorset kan man använda (se 109) såväl bilden, som alstras af enkelt reflekterade, som den, hvilken alstras af dubbelt reflekterade strålar; den förra dock endast, när man vill bestämma en punkt mellan och i linie med två gifna punkter.

Håller man (fig. 108) mellan två punkter *s* och $s_,$, och uti deras linie ett prismkors, så att prismornas baser blifva parallela med linien $s\ s_,$, så sammanfalla de genom *enkel* reflexion uppkomna bilderna af *s* och $s_,$ med hvarandra (enligt 109 är $\varphi = 90 + 2\alpha$ för venstra och $\varphi = 90 - 2\ \alpha$ för högra prisman; alltså det utgående strålplanet gemensamt). Så blir äfven händelsen (fig. 109) med de genom *dubbel* reflexion uppkomna bilderna af *s* och $s_,$, men dessutom är linien, som sammanbinder ögat med dessa bilder vinkelrät mot linien $s\ s_,$. Detta följer af att enligt 109 $\varphi = 90 = \varphi_,$ hvaraf $\varphi + \varphi_, = 180°$. Om man således för ett prismkors mellan två signaler *s* och $s_,$,

Fig. 108.Fig. 109.

så är, när bilderna af *s* och $s_,$ sammanträffa, prismkorset uti linien; och om man derjemte inriktar (seende öfver korset) en signal $s_{,,}$ i linie med ögat och den två gånger reflekterade bilden, så fås en mot $s\ s_,$ vinkelrät linie. Strängt taget blir det senare endast fallet, om de båda signalerna ligga på oändligt stort afstånd från hvarandra ; ty de bilderna alstrande strålarne afvika, såsom af fig. 109 synes, eljest från signalernas sammanbindningslinie. Denna afvikelse har för vanligen förekommande afstånd mellan *s* och $s_,$, ingen praktisk betydelse.

I öfverensstämmelse med hvad som blifvit sagdt för den enkla prisman, har man att söka bilden af de två gånger reflekterade strålarna i närheten af någon af de räta vinklarne.

112. Prismkorsets pröfning och justering. Man har härvid att undersöka:

1) om prismorna hvar för sig äro riktigt slipade (se 110);

2) om deras axlar äro parallela — man efterser om bilderna af två lodräta stakar, huskanter etc., blifva parallela och bringar dem i motsatt fall till parallelism medelst för ändamålet anbringade justerskrufvar;

3) om katederytorna äro med hvarandra parallela eller hypotenusytorna mot hvarandra vinkelräta. Man utsätter i plan terräng tre stakar i rät linie, håller instrumentet vid den mellersta, efterser om de andra stakarnes bilder sammanfalla samt vrider i motsatt fall med härför anbringade justerskrufvar den ena prisman tills detta inträffar.

113. Prismkorsets användning. Prismkorset kan användas för att lösa alla de problem som i 103 finnas angifna. Det erbjuder framför vinkelspegeln och den enkla prisman fördelen af, att man med det kan inrikta en punkt mellan två signaler, äfven om denna punkt derjemte skall förläggas så, att den och en gifven punkt bestämma en linie, som bildar räta vinklar med den gifna linien. Som af det föregående torde framgå huru prismkorset bör användas, må det blott erinras, att man vid lösningen af sist anförda problem begagnar sig af de bilder, som de två gånger reflekterade strålarne alstra; att man är i linien, då de båda signalernas bilder sammanträffa samt att den sökta punkten är funnen, när den utanför linien liggande, gifna punkten, sedd öfver prismkorsets kant, ligger i linie med ögat och nyssnämnde bilder.

Prismkorset, som är ett synnerligen sinnrikt, kompendiöst och lätthandterligt instrument, kan imellertid likasom vinkelspegeln och den enkla prisman endast användas i plan eller mindre buktig terräng Landtmäterikedjan kan i nödfall användas tör utsättning af räta vinklar, enligt något af följande sätt:

Fig. 110. Fig. 111. Fig. 112.

1) Punkten *c* (fig. 110) utsättes i linien *a b* på 20 fot från *a*; derefter fasthållas de båda kedjeändarne i *a* och *c*, och en tredje person fattar kedjan på 21 fots afstånd från *a* samt sträcker båda parterna och nedsätter i *d* en signal. Emedan 29 + 21 = 50 och $29^2 = 20^2 + 21^2$, så är *c a d* en rät vinkel.

2) Emedan $(n \cdot 5)^2 = (n \cdot 4)^2 + (n \cdot 3)^2$, så erhålles den sökta punkten, om man af kedjan bildar en triangel, hvars sidor förhålla sig till hvarandra som 5, 4 och 3, och (fig. 111) inriktar den ena katedern i linien.

3) Af kedjans båda ändar hålles (fig. 112) den ena vid *a*, den andra i *d* på 25 à 30 fots afstånd från *a*. Fattar en tredje person kedjans midtpunkt, sträcker dess båda parter och bestämmer punkten *c*, så erhålles, om parten *a c* föres kring *c* i riktningen *d c*, den sökta punkten *e*; ty emedan punkterna *d, a,* och *e* ligga på en cirkel, som har *c* till medelpunkt, så är *d a e* en rät vinkel..

*

<chapter name "Sjette kapitlet. Instrument för avvägning."**Sjette kapitlet.**

Instrument för afvägning.

114. Med afvägning förstås den mätningsmetod, enligt hvilken höjdskilnaden mellan två eller flera punkter direkt mätas. Härför förutsättes i allmänhet ett syftinstrument, hvars kollimationsaxel kan inställas och vridas i horisontalplanet, samt en graderad stång, som, uppstäld på de punkter, hvilkas höjder sökas, mäter höjdskilnaderna mellan dessa punkter och syftplanet. Emedan afståndet mellan instrumentet och stången endast undantagsvis förekommer så stort,

Prismkorset, som är ett synnerligen sinnrikt, kompendiöst och lätthandterligt instrument, kan imellertid likasom vinkelspegeln och den enkla prisman endast användas i plan eller mindre buktig terräng Landtmäterikedjan kan i nödfall användas tör utsättning af räta vinklar, enligt något af följande sätt:

Fig. 110. Fig. 111. Fig. 112.

1) Punkten *c* (fig. 110) utsättes i linien *a b* på 20 fot från *a*; derefter fasthållas de båda kedjeändarne i *a* och *c*, och en tredje person fattar kedjan på 21 fots afstånd från *a* samt

sträcker båda parterna och nedsätter i *d* en signal. Emedan 29 + 21 = 50 och 29² = 20² + 21², så är *c a d* en rät vinkel.

2) Emedan $(n \cdot 5)^2 = (n \cdot 4)^2 + (n \cdot 3)^2$, så erhålles den sökta punkten, om man af kedjan bildar en triangel, hvars sidor förhålla sig till hvarandra som 5, 4 och 3, och (fig. 111) inriktar den ena katedern i linien.

3) Af kedjans båda ändar hålles (fig. 112) den ena vid *a*, den andra i *d* på 25 à 30 fots afstånd från *a*. Fattar en tredje person kedjans midtpunkt, sträcker dess båda parter och bestämmer punkten *c*, så erhålles, om parten *a c* föres kring *c* i riktningen *d c*, den sökta punkten *e*; ty emedan punkterna *d, a,* och *e* ligga på en cirkel, som har *c* till medelpunkt, så är *d a e* en rät vinkel..

*

<chapter name "Sjette kapitlet. Instrument för avvägning."**Sjette kapitlet.**

Instrument för afvägning.

114. Med afvägning förstås den mätningsmetod, enligt hvilken höjdskilnaden mellan två eller flera punkter direkt mätas. Härför förutsättes i allmänhet ett syftinstrument, hvars kollimationsaxel kan inställas och vridas i horisontalplanet, samt en graderad stång, som, uppstäld på de punkter, hvilkas höjder sökas, mäter höjdskilnaderna mellan dessa punkter och syftplanet. Emedan afståndet mellan instrumentet och stången endast undantagsvis förekommer så stort,

att den ideela jordytans buktiga form utöfvar något afsevärdt inflytande, så kan i allmänhet sägas att skilnaden mellan afläsningarne från samma station å den i två punkter uppstälda stången angifva dessa punkters höjdskilnad. Härpå grundar sig i vanliga fall höjdmätning genom afvägning.

Ehuru afvägningsstången egentligen är det mätande verktyget, så tager dock syftinstrumentet, såsom varande mera innehållsrikt och i samband dermed mera svårskött, i det följande företrädesvis vår uppmärksamhet i anspråk.

Då höjdmätning med barometer är principielt närbeslägtad med afvägning, så hafva vi i detta kapitel äfven redogjort för höjdmätningsbarometrar.

Afvägningsstången.

115. Det gifves två slags afvägningsstänger: dem, på hvilka observatorn direkt under syftning i tuben afläser, och dem, på hvilka stångföraren afläser. De förra, som hufvudsakligen användas vid förstorande afvägningsinstrument (tubinstrument) äro försedda med en, äfven på längre afstånd synlig gradering; de senare, som begagnas för icke förstorande instrument eller vid syftning med tubinstrument på så stort afstånd, att direkt afläsning ej är möjlig, äro försedda med en skjutbar bricka, hvilken efter observatorns kommando af stångföraren höjes eller sänkes, till dess hårkorset sammanträffar med brickans på lämpligt sätt utmärkta midtpunkt.

Fig. 113. Fig.114.

Fig. 113 visar en afvägningsstång för direkt afläsning och graderad i decimalsystem (meter eller fot). För erhållande af tydlighet äro alla jemna meter, decimeter och centimeter (fot, tum och linier) målade i hvitt, alla udda i svart. För att siffrorna må i tuben ses rättvända, äro de på stången upp och nedvända. Föröfrigt brukar besiffringen vara direkt. I fig. 113 afläses 5,27. Vid noggrann afvägning är det förmånligt om vid stången är fästad en pendel eller ett dosvattenpass, som till rättelse

för stångföraren angifver, när stången står lodrätt. För att beqvämt kunna transporteras bör stången kunna hopläggas eller hopskjutas.

Den vanliga längden på svenska afvägningsstänger är 12 fot. Stänger om 15 fot, ehuru ej så lätthandterliga, äro att föredraga i kuperad terräng.

För de numera ur bruk komna skjutstängerna (fig. 114), vid hvilken syftbrickan förmedelst ett snöre kan höjas eller sänkas, torde ej behöfva redogöras. Det kan imellertid understundom vara förmånligt att äfven vid den vanliga afvägningsstången hafva en skjutbar bricka.

Afvägningsinstrumentet.

116. Som redan blifvit nämndt är afvägningsinstrumentet ett syftinstrument, hvars kollimationsaxel ställer sig horisontel eller med lätthet kan ställas horisontel. För att få kollimationsaxeln horisontel, betjenar man sig nästan uteslutande af tyngdkraften. Man skiljer mellan instrument, vid hvilka tyngdkraften omedelbart ställer kollimationsaxeln horisontel och sådane, som fordra att inställas. Bland de förra, till hvilka mindre noggrannt mätande instrument höra, må anföras: *Kanalvågen,* vid hvilken kollimationsaxeln bestämmes af vätskeytorna i två kommunicerande vertikala glasrör; *Pendelvågen,* hvars tyngdpunkt är så förlagd, att kollimationsaxeln, bestämd af en på vågen befintlig diopter, blir horisontel, när vågen intager sitt jemnvigtsläge; *Afvägningsspegeln,* som, bestående af en liten fritt hängande pendelspegel, hvars reflekterande yta vid jemn vigtsläget intager lodrätt ställning, grundar sig på, att hvarje ljusstråle, hvilken af en yta reflekteras till sin utgångspunkt, måste bilda rät vinkel med denna yta.

Ofvannämnde instrument förstora ej föremålet och ställa sig ej med synnerlig skärpa horisontelt. Deras användning är derför inskränkt till mindre noggranna mätningar. Endast afvägningsspegeln kommer bland dem att i det följande närmare behandlas.

Vid de instrument, som måste af observatorn horisontalställas, eger detta rum med tillhjelp af ett vattenpass. Med anledning af tubens egenskap att förstora samt vattenpassets förmåga att skarpt angifva horisonten, bilda dessa organ i förening det afvägningsinstrument, som numera mest användes och hvarmed vi derför i det följande hufvudsakligen komma att sysselsätta oss.

117. Tubafvägningsinstrumentets beståndsdelar. Det vanliga tubafvägningsinstrumentet (fig. 115) är sålunda sammansatt: En tapp är vridbar i en hylsa, hvilken medelst ställskrufvar kan ställas så, att tappens medellinie sammanfaller med lodlinien. Vid denna tapp är fästad ett tvärstycke, som genom två stöttor uppbära tuben och ett på den hvilande vattenpass.

Fig. 115.

Af tubafvägningsinstrumenten finnes en mängd olika konstruktioner, hvilka hufvudsakligen skilja sig från hvarandra genom olika inrättningar för kollimationsaxelns horisontering samt genom det sätt hvarpå tuben och vattenpasset äro förbundna med hvarandra och med ofvannämnde inrättning.

Hvad beträffar tubens horisontering må vi beakta: instrument, som endast medgifva *allmän* sådan, genom att den mot tubens axel vinkelräta tappen ställes lodrätt, och instrument, som derjemte äro inrättade för *partiel* horisontering, utan att tappens läge rubbas. Förutom den från teodoliten kända inrättningen med tre fotskrufvar, må för allmän horisontering anföras den i Sverige mycket använda *nötrörelsen* med två horisontela skrufvar.

Nötrörelsen, sådan den i Sverige vanligen användes, visar fig. 116. Den med två koner *a* och *b* försedda tappen är vridbar uti en hylsa, hvars öfre del öfvergår till en sferisk nöt. Nöten, som exakt passar uti det utsvarfvade rummet i en annan hylsa *c,* kan inom erforderliga gränser vridas kring sitt centrum medelst de mot hvarandra rätvinkligt

Fig. 116.

stälda och vinkelrätt mot nöthylsan verkande skrufvarne *d* och *e* samt genom en i hylsan *f* innesluten och dem motverkande stark spiralfjeder *g*. För att denna rörelse må ske jemnt och stadigt måste lockskrufvarne *h* ej vara för löst eller för hårdt åtdragna. I förra fallet glappar nöten eller följer med vid tubens vridning; i senare fallet förmår ej fjedern verka aktivt, då någon af skrufvarne tillbakavridas. Hylsan *c* kan direkt fastskrufvas vid stativplattan.

När tappen skall ställas lodrätt, bringas vattenpasset att spela in först öfver den ena och sedan öfver den andra skrufven, derefter ånyo öfver den första o. s. v., tills blåsan spelar in vid båda lägena. Tappen står då lodrätt; och om kollimationsaxeln bildar rät vinkel med tappens medellinie, så kommer den vid vridning kring tappen att röra sig i horisontalplanet.

Nötrörelsen, ehuru ganska beqväm och för praktiska ändamål fullt tillfredsställande, medgifver dock ej samma stadga som den vid teodoliten och finare afvägningsinstrument

vanliga inrättningen med tre vertikala ställskrufvar. — I händelse af sistnämnde inrättning fastläses instrumentet elastiskt vid stativet på sätt som redan finnes anfördt vid teodoliten. Föröfrigt erinras, att vid inställning med tre vertikala skrufvar vattenpasset först bringas att spela in, då det står parallelt med två fotskrufvar, och sedan, då det står öfver den tredje.

Som det är omöjligt att åstadkomma en tapp och en deremot svarande hylsa så beskaffade, att en felfri rörelse erhålles, så lyckas man ej vid fina, med känsliga vattenpass försedda instrument, att få blåsan hela tiden att spela in, då tuben vrides rundt, en omständighet, som när noggranna mätningar skola utföras, nödvändiggör en särskildt inställning vid hvarje syftning. Härför lämpa sig ej ställskrufvarne, dels i anseende till deras grofva gängning, dels

emedan de, endast när tuben står öfver någon af dem, verka i kollimationsaxelns vertikalplan. Man finner derför på finare instrument en fint gängad elevationsskruf, med hvilken man, utan att ändra tappläget, alltid kan i hvarje syftriktning bringa blåsan att skarpt spela in, d. v. s. inställa kollimationsaxeln. En dylik skruf kan med fördel anbringas på instrument, afsedda för rent praktiska ändamål. Vid de afvägningsinstrument (fig. 164, pl. 2), som äfven äro inrättade för distans- och höjdmätning efter Stampfers idé, kan mikrometerskrufven användas för speciel inställning.

Med afseende på förbindningssättet mellan vattenpasset och tuben samt tuben och tappens tvärstycke, hafva vi i det följande att beakta: instrument med fast tub och vid tuben fästadt vattenpass samt instrument, som hafva vridbar och omläggbar tub med löst vattenpass.

Afvägningsinstrument med fast tub.

118. Fig. 115 och 164 visa dylika instrument sådane de tillverkas af herr Berg i Stockholm. Tuben, fastskrufvad vid de från tvärstycket *a* uppstående stöttorna, består af sammansatt objektiv och sammansatt okular. På äldre instrument finner man Huyghens', på nyare Ramsdens okular. Ofvanpå tuben och på samma stöttor som denna är vattenpasset fästadt. Genom att den ena stöttan vid *d* är något afrundad, möjliggöres den obetydliga vridning, som vid vattenpassets justering medelst skrufven *c* (motverkad af en underliggande spiralfjeder) kan komma i fråga. Ifrågavarande instrument hafva vanligen blott två i vertikal riktning verkande skrufvar *j* för hårkorsets justering (höjning eller sänkning). För öfriga detaljer hänvisas till hvad i första kap. blifvit sagt om vattenpasset och tuben.

119. Pröfning och justering. Vid afvägningsinstrumentet med fast tub, har man i främsta rummet att undersöka *om vattenpassets axel bildar rät vinkel med tappen,* samt *om kollimationsaxeln och vattenpassets axel äro parallela.*

För att justera instrumentet med hänsyn till dessa vilkor, kan man, allt efter som instrumentets konstruktion föreskrifver, gå till väga på två sätt:

Konstruktionen I: Man bringar först vattenpassets axel att bilda rät vinkel med tappen och sedan kollimationsaxeln till parallelism med vattenpasset.

Denna gång af operationerna användes vanligen i Sverige och måste användas, när instrumentet ej är försedt med

elevationsskruf eller motsvarande jtisterinrättning, som, utan att rubba kollimationsaxelns och vattenpassets inbördes lägen i förhållande till hvarandra, medgifver ändring af deras lägen i förhållande till tappen.

I öfverensstämmelse med hvad i 9 blifvit närmare utredt, pröfvas och justeras vattenpassets läge i förhållande till tappen sålunda: Sedan instrumentet på förut anfördt sätt med tillhjelp af fotskrufvarne fått en förberedande uppställning i två mot hvarandra vinkelräta riktningar, bringas blåsan att skarpt spela in i en af dessa riktningar, vrides tuben 180° och bortskaffas halfva utslaget med vattenpassets justerskruf. Bringas sedan blåsan med fotskrufvarne att ånyo spela in i de båda riktningarne, så står tappen lodrätt, om operationen blifvit rätt verkstäld. Förfarandet får imellertid vanligen upprepas en eller flera gånger, i anseende till svårigheten att efter ögonmått skarpt halfvera större utslag.

För att bringa kollimationsaxeln till parallelism med vattenpasset, ställer man den genom konstgrepp horisontelt, när vattenpassets blåsa spelar in. Detta kan ske enligt något af nedan angifne sätt:

Fig. 117

α) Om man (fig. 117) har tillgång till en lugn vattenyta af 50 à 150 stegs utsträckning, låter problemet lättast lösa sig. Man uppställer då en afvägningsstång i vattenytan: först så nära instrumentet (ungefär 4 à 5 stegs afstånd) som tydlig afläsning medgifver, låt vara i *a,* och sedan på 50 à 150 stegs afstånd, låt vara i *b*. Är afläsningen densamma i *b* som i *a* och har blåsan vid båda syftningarne skarpt spelat in, så är kollimationsaxeln påtagligen horisontel och således äfven parallel med vattenpassets axel; hvarom icke måste dess läge oberoende af vattenpasset på nedan anfördt sätt ändras, tills samma afläsning erhålles i *b* som förut i *a*. Det är imellertid påtagligt, att man genom en sådan ändring af kollimationsaxelns läge ej får den fullt horisontel; ty i och med denna ändring blir afläsningen i *a* ej densamma (2) som

den var förut. Kollimationsaxeln får efter operationen tydligen det streckade läget. Som likväl afståndet från instrumentet till *a* är litet vid jemförelse med afståndet till *b* (*i a/i b* vanligen 1⁄20 à 1⁄30), så behöfver man, när felutslaget 1 — *h* ej öfverstiger 20 à 25 m.m. (7 à 8 lin.), i allmänhet ej fästa sig härvid; ty felet 2 — *h* efter justeringen kommer då att understiga 1 m.m. För större felutslag upprepas deremot förfarandet en gång till.

Då kollimationsaxeln lämpas efter vattenpasset, sker ändring i dess läge genom hårkorsets höjning eller sänkning. Alldenstund objektivets optiska medelpunkt och hårkorset bestämma kollimationsaxeln, *så måste, allt efter som kollimationsaxeln pekar uppåt eller nedåt, hårkorset höjas eller sänkas*. Härvid är att bemärka, att på en del instrument finnas skjutande, på en del dragande justerskrufvar. I förra fallet skulle man för att justera kollimationsaxeln, när den såsom i fig. 117 pekar uppåt, först skrufva undan den öfre och sedan skjuta hårkorset efter med den undre skrufven; i senare fallet lösskrufva den *undre* skrufven och sedan med den öfre *draga* hårkorset uppåt. I hvilketdera fallet som helst har man att noga tillse, det skrufvarne vid operationens afslutning läsa mot hvarandra, så att ej glapprum må förefinnas. Operationen bör ega rum med varsam hand under aktgivande på att blåsan skarpt spelar in.

Finnes ej vattenyta att tillgå, så kan man anlita något af följande sätt:

Fig. 118.

β) Man uppställer (fig. 118) instrumentet i något så när plan terräng, utsätter åt ömse sidor i linie och på samma afstånd — 60 à 70 steg — två pålar p och $p_,$ och afläser med i båda fallen inspelande vattenpass å den på dessa pålar uppställda afvägningsstången. Om kollimationsaxeln ej är parallel med vattenpassets axel, så blir i alla fall syftfelet *f* lika stort i p och $p_,$; ty vinkeln v mellan kollimationsaxeln och horisonten (vattenpassets axel) är, förutsatt att blåsanspelar in, tydligen densamme vid båda syftningarne och instrumentets afstånd till p och $p_,$ äro lika stora. Man får således den sanna höjdskilnaden mellan p och $p_,$ af skilnaden $a — a_,$ mellan de båda afläsningarne, ehuru kollimationsaxeln ej varit horisontel. Instrumentet uppställes nu öfver en af pålarne, låt vara p, så att, när tuben är riktad åt $p_,$, okularet kommer lodrätt öfver pålen. Instrumenthöjden i, eller afståndet mellan pålen och okularets midt, mätes sedan horisontering egt rum direkt med afvägningsstången. Vi hafva nu tillräckligt med bekanta storheter för att kunna bestämma den afläsning x, som ett felfritt instrument skall lemna, om stången uppställes i $p_,$.

Är instrumentet felfritt, så bör påtagligen $i - x$ äfven angifva den rätta höjdskilnaden mellan p och $p_,$, och i motsatt fall kollimationsaxelns ändras tills $i - x = a - a_,$ eller tills $x = i - (a - a_,)$. Härvid är att bemärka det höjdskilnaden $a - a_,$ blir negativ när $a_,$ a. Man kan derför uppställa följande regel: *När* a $a_,$ (stationspunkten lägst) *har man att subtrahera* $a - a_,$ *från, när* $a < a_,$ (stationspunkten högst) *att addera* $a - a_,$ *till instrumenthöjden i för att få det tal x, som skall från p afläsas i* $p_,$ *när kollimationsaxeln är horisontel.*

Exempel:

$a = 5{,}25$ $i = 4{,}22$ $a_, = 3{,}75$ $a - a_, = 1{,}50$ ———————————— $a - a_, = 1{,}50$ $x = 2{,}72$

För justeroperationens utförande genom hårkorsets höjning eller sänkning hänvisas till hvad i föregående fall blifvit sagdt.

I stället för att loda instrumentet öfver p kan man med någon tidsbesparing ställa det utanför, men så nära p, som tydlig afläsning medgifver (ungef. 5 steg) samt bestämma i genom afläsning. Justeringen blir då ej fullt exakt; det inträder samma förhållande som i föregående fall *α*), men om instrumentet ej är synnerligen felaktigt, kan man utan fara använda detta sätt.

γ) Man nedslår (fig. 119) likasom i föregående fall två pålar p och $p_,$ på 100 à 150 stegs afstånd från hvarandra, och uppställer instrumentet först öfver den ena och sedan öfver den

andra pålen, och så, att i båda fallen okularet kommer lodrätt öfver pålen. Vid hvardera stationen mätes direkt med stången afståndet mellan pålen och okularets midt, låt vara i för p och $i_,$ för $p_,$, och afläses å den på andra pålen uppstälda stången, låt vara a på $p_,$ och $a_,$ på p. Äfven i detta

fall blir syftfelet f detsamma vid båda syftningarne; ty afstånden mellan instrumentet och stången äro lika stora och vinkeln v blir, förutsatt att blåsan spelar in, densamme vid båda syftningarne. Kände man f, så hade man tydligen att öka eller minska afläsningen på stången med f. Storleken af f fås imellertid ur följande eqvation, som lätt erhålles, om man föreställer sig de respektive punkterna på stången i p projicerade på stången i $p_,$:

$$a + f - i = i_, - (a_, + f),$$

hvaraf

$$f = (i + i_,)/2 - (a + a_,)/2 \; .... \; (52).$$

Fig. 119.

Häraf framgår att felet f är lika med skilnaden mellan aritmetiska mediet af instrumenthöjderna och aritmetiska mediet af afläsningarne. Är denna skilnad noll, så är instrumentet uti ifrågavarande afseende felfritt. Man kan alltså uppställa följande regel: *När* $(i + i_,$ $(a + a_,)/2$ (afläsningarne för små) *addera f till, när* $(i + i_,)/2 < (a + a_,)/2$ (afläsningarne för stora) *subtrahera f från den sista afläsningen för att få det tal x, som bör från sista stationen afläsas.*

Exempel:

1:sta station i = 4,56 a = 3,21 2:dra » $i_,$ = 4,32 $a_,$ = 5,54 ______________________________ $(i + i_,)/2 = 4,44$ $(a + a_,)/2 = 4,375$,

hvaraff = 4,44 − 4,375 = 0,065.

Alltså bör i 2:dra stationen afläsas 5,54 + 0,065 = 5,605.

För justeringsoperationens utförande hänvisas till hvad under α) blifvit sagdt.

Konstruktionen II: Man inställer kollimationsaxeln horisontelt, bringar vattenpasset med dess justerskruf att spela in och gifver slutligen kollimationsaxeln och vattenpasset ett mot tappen vinkelrätt läge.

Denna ordningsföljd af operationerna måste användas, då kollimationsaxeln är orubbligt fästad i tuben (saknar justerskrufvar för hårkorset), men tuben jemte vattenpasset kan genom elevationsskruf eller en motsvarande justerinrättning vid en af tubstöttorna vridas i förhållande till tappen.

Efter en förberedande uppställning af instrumentet, horisonterar man, under användning af något af de tre i det föregående anförde sätten α), β) eller γ), kollimationsaxeln, hvarvid i stället för hårkorsets justerskrufvar en af ställskrufvarne eller elevationsskrufven begagnas för att inställa tuben på det genom föregående operationer bestämda, mot horisontelt läge svarande afläsningstalet; bringar sedan, utan att rubba tuben, vattenpasset med tillhjelp af dess justerskruf att spela in. Vattenpassets axel är då parallel med kollimationsaxeln.

För att slutligen med bibehållande af föregående justering få kollimationsaxeln att bilda rät vinkel med tappens medellinie, bringar man med en af ställskrufvarne vattenpasset att spela in, vrider tuben 180° och bortskaffar halfva felutslaget med elevationsskrufven eller med en motsvarande justerinrättning, som med bibehållande af kollimationsaxelns och vattenpassets parallelism ändrar deras läge i förhållande till tappen. Den sista operationen får som bekant vanligen upprepas. — Om instrumentet är försedt med elevationsskruf, så har man vanligen genom indexstreck fixerat det läge af skrufven, vid hvilket kollimationsaxeln bildar rät vinkel med tappen.

Afvägningsinstrument med vridbar tub.

120. Fig. 120 visar ett sådant instrument, som derjemte är afsedt för finare afvägningar. Tuben, som är försedd med två ytterst noggrannt svarfvade ringar af exakt samma diameter, hvilar genom dem på de gaffelformade stöttorna *c* och *d*. Tuben kan såväl vridas kring sin geometriska axel som ändvändas.

Vattenpasset kan dels, såsom i figuren, vara ett löst och omställbart på tubringarne hvilande *ryttarvattenpass* (det vanligaste), dels vara *fästadt vid tuben,* dels vara *fast förbundet med tappen* förmedelst dess tvärstycke. För att förhindra lokal uppvärmning af vattenpasset, är vid

ifrågavarande instrument röret inneslutet uti en med glasskifva täckt trädosa, och för att man må kunna samtidigt med observationen i tuben förvissa sig att blåsan spelar in, finnes en ställbar spegel *a b,* som för ett i närheten af okularet befintligt öga visar blåsans läge. Instrumentet horisonteras generelt med de tre nötformigt i stativplattan försänkta och befästade skrufvarne *s,* och partielt, när man så vill, genom elevationsskrufven *H*. För öfriga detaljer hänvisas till hvad i 8 blifvit sagdt om ryttarvattenpasset och i 28 om den vridbara tuben.

Fig. 120.

121. Pröfning och justering. Vid ifrågavarande instrument har man i främsta rummet att undersöka:

1) om kollimationsaxeln är centrerad, d. v. s. sammanfaller med ringarnes geometriska axel;

2) om vattenpassets axel är parallel med kollimationsaxeln;

3) om kollimationsaxeln bildar rät vinkel med tappens medellinie samt

4) om tubringarne hafva samma diameter.

1) Hvad beträffar kollimationsaxelns centrering, så hänvisas till 28 för pröfning och justering i detta hänseende.

2) För att bringa vattenpassets axel till parallelism med kollimationsaxeln har man

i händelse af ryttarvattenpass på tuben, att bringa blåsan till inspelning med en af ställskrufvarne, att omställa vattenpasset och att borttaga halfva utslaget med vattenpassets justerskruf. Vattenpassets axel blir då parallel med de ringarnes generatricer, som fötterna beröra, således med ringarnes geometriska axel, d. v. s. med den centrerade kollimationsaxeln. Ett fel i denna justering oskadliggöres, om man, efter att hafva omstält och ånyo bringat vattenpasset att spela in, upprepar syftningen och tager mediet mellan afläsningarne;

i händelse af vid tuben fästadt vattenpass, att bringa blåsan till inspelning med en af ställskrufvarne, att ändvända tuben och borttaga halfva utslaget med vattenpassets justerskruf. Vattenpassets axel blir då parallel med de tubringarnes generatricer, som tubstöttorna beröra, således äfven med den centrerade kollimationsaxeln;

i händelse af med tappen fast förbundet vattenpass, att på vanligt sätt ställa vattenpasset vinkelrätt mot tappen och att sedan bringa den centrerade kollimationsaxeln till parallelism med vattenpassets axel genom någon justerinrättning vid en af stöttorna, hvarigenom tubens läge oberoende af vattenpassets kan ändras i förhållande till tappen. Det sista problemet kan verkställas enligt något af de under fallet 1) för afvägningsinstrument med fix tub anförda sätt, hvarvid må betonas, att nyss omtalade justerinrättning skall användas i stället för hårkorsets skrufvar.

3) För att, i händelse af vid tuben fästadt eller på tuben hvilande omställbart vattenpass, få kollimationsaxeln att bilda rät vinkel med tappens medellinie bringar man med en motsvarande justerinrättning, som med bibehållande af kollimationsaxelns och vattenpassets parallelism ändrar deras läge i förhållande till tappen. Operationen får i de flesta fall upprepas;

4) I det föregående har blifvit förutsatt, att de båda tubringarne hafva samma diameter. Det är imellertid omöjligt för instrumentmakaren att gifva dem exakt samma diameter; och en följd häraf är vid instrument med på tuben fästadt eller på den omställbart vattenpass, att de nyss afhandlade sätten att bringa vattenpassets axel till parallelism

med den förut centrerade kollimationsaxeln ej alltid leda till målet. Vi vilja i det följande undersöka i hvad mån ett fel i detta hänseende inverkar menligt samt huru man genom lämpligt mätningssätt kan häfva dess inflytande.

Fig. 121.

Om i fig. 121 ringarnes radier betecknas med r och $r_,$ och såväl stöttornas som vattenpassets gaffelvinklar antagas vara 90°, så angifves i den större ringens plan den liniära afvikelsen mellan kollimationsaxeln $c\,c_,$ och en från $c_,$ med vattenpassets axel parallelt dragen linie af $b\,c$ — $b_,\,c_,$ = = $(2r^2)^{0,5} - (2r_,^2)^{0,5} = (r - r_,)\,2^{0,5}$. Betecknas afståndet $c\,c_,$ mellan ringarnes centra med d, och afvägningsstångens afstånd från instrumentet med A, så kan felet x, eller afvikelsen på stången mellan kollimationsaxeln och en från $c_,$ dragen horisontel linie, erhållas ur analogien

$d/((r - r_,)\,2^{0,5}) = A/x$,

hvaraf

$x = [(1,4\,A)/d)]\,(r - r_,)$ .... (53).

För A = 200 meter, d = 200 m.m. och $r - r_,$ = 0,02 m.m. är x = 28 m.m. Man ser häraf, att äfven en så obetydlig radieskilnad som 0,02 m.m. föranleder ett så stort syftfel, att det i allmänhet ej kan tolereras vid ett afvägningsinstrument.

I händelse af instrument med vid *tappen* fast förbundet vattenpass och härför anfördt justersätt, bibehålles parallelismen mellan kollimationsaxeln och vattenpassets axel, när tuben har det läge, vid hvilket justeringen egt rum. Ändvändes tuben, erhålles för den på afståndet A uppstälda stången ett fel y, som af lätt insedd orsak är

$y = 2x = (2,8 \cdot A\,(r - r_,)/d$ .... (54).

För att förvissa sig i hvad mån ett väl justeradt instrument är behäftadt med ifrågavarande fel kan man enligt något af de tre i 119 under α), β) och γ) anförda sätten pröfva om kollimationsaxeln och vattenpasset äro parallela. Vid instrument med på tapptvärstycket fästadt vattenpass eger denna pröfning naturligtvis rum i annat läge än det, vid hvilket justeringen egt rum. Vid tub med omställbart vattenpass kan pröfningen imellertid lättare utföras genom att man, sedan vattenpasset bragts att spela in, omlägger tuben jemte vattenpasset. Om (fig. 121), till följd af olika ringdiametrar, en felvinkel φ mellan den centrerade kollimationsaxeln och vattenpasset är för handen (tydligen är tang $\varphi = (r - r_,)\,2^{0,5}/d$ eller, emedan φ är mycket liten, $\varphi = 206265 \cdot (r - r_,)\,2^{0,5}/d$ sek.), så erhålles, om $a\,b$ afsättes uppåt från $a_,$ och $a_,\,b_,$ afsättes uppåt från a, riktningen af vattenpassets axel efter tubens ändvändning. Af figuren framgår att denna riktning bildar 4 φ med horisonten; vattenpassets utslag efter tubens ändvändning svarar således mot 4 φ, d. v. s. visar felet fyra gånger förstoradt. Kollimationsaxeln pekar nedåt med 3 φ mot horisonten, efter att förut hafva pekat uppåt med φ. Har man derför vid tubens båda lägen syftat på en å visst afstånd från instrumentet uppstäld afvägningsstång (tuben har efter ändvändningen måst för inställning i 2:dra läget på stången vridas 180° kring tappen, som förutsättes stå lodrätt), så angifver skilnaden mellan de båda afläsningarne det liniära felet för detta afstånd fyra gånger förstoradt.

Ifrågavarande fel kan ej afhjelpas. Visserligen låter det sig göra att för *ett* tubläge bringa vattenpasset till parallelism med den centrerade kollimationsaxeln — i hvilket fall vattenpasset ej får omställas — eller att med upphäfvande af kollimationsaxelns centrering bringa denna axel till parallelism med vattenpasset, i hvilket fall tuben ej får omvridas. I båda fallen utesluter man de fördelar, som karakterisera den vridbara tuben. Bättre är att, sedan vinkeln φ blifvit på nyss anfördt sätt funnen, söka reda på det blåsans utslag, som svarar mot φ och att vid hvarje syftning inställa blåsan

för detta utslag; eller att beräkna felet och härmed korrigera afläsningen. I allmänhet är detta fel endast beaktansvärdt vid precisionsnivellering för vetenskapliga ändamål.

Den vridbara tubens fördelar ligger uti den lätthet, hvarmed man kan under mätningen pröfva kollimationsaxelns parallelism med vattenpasset: Man vrider tuben, under det man syftar på stången, och upptäcker genast om tuben är centrerad; man omställer vattenpasset, och finner genast om dess axel är parallel med tubens axel. I anseende till ömtålighet lämpar sig dock ej afvägningsinstrument med vridbar tub för praktiska mätningar.

Afvägningsinstrumentets användning.

122. Vill man med afvägningsinstrumentet endast bestämma höjdskilnaden mellan två punkter, hvarandra så närbelägna, att de från samma station kunna observeras, så har man blott att med uppstäldt instrument syfta på den i båda punkterna uppstälda stången och att taga skilnaden mellan afläsningarne. På så sätt kunna samtlige från en station afvägda punkter hänföras till en enda punkt. Är det deremot fråga om — och detta är vanligen händelsen — att äfven bestämma höjdskilnader mellan punkter, som ej kunna från samma station afvägas, så måste instrumentet uppställas i flera stationer, och instrumenthöjden (syftplanets höjd öfver utgångspunkten) för hvarje station bestämmas. Är detta gjordt, så erhålles påtagligen de från stationen afvägda punkternas höjder relativt till utgångspunkten, om motsvarande afläsningar subtraheras från instrumenthöjden. Vi vilja i det följande närmare belysa huru man i så fall begagnar instrumentet och på samma gång visa huru protokollet öfver mätningen lämpligen bör föras.

Fig. 122.

Om (fig. 122) 0 är utgångspunkten för en afvägning, och å den der uppställda stången från stationen s afläses

6,57, så är påtagligen instrumenthöjden lika med höjden på 0 ökad med 6,57. Hvarje sådan syftning på förut känd punkt i och för bestämning af instrumenthöjden brukar man, oberoende af den riktning hvari den eger rum, benämna *bakåtsyftning*. Efter att i nedanstående protokoll hafva i bakåtkolumnen skrifvit upp bakåtafläsningen 6,57 och i följande kolumn instrumenthöjden — lika med 106,57 om 0 antages ligga 100 — afvägas så många punkter, som från stationen kunna synas, låt vara punkterna 1, 2 och 3. Hvarje syftning på en punkt, hvilkens höjd sökes, brukar man, oberoende af riktningen, benämna *framåtsyftning,* och motsvarande afläsning — i detta fall för 1, 2 och 3: 5,50, 4,25 och 1,80 — uppskrifves i framåtkolumnen och på samma rad som punktens nummer. Subtraheras framåtafläsningarne från instrumenthöjden, så erhållas punkternas höjder (datumhöjder) öfver utgångspunkten 0. Dessa tal uppskrifvas i datumkolumnen. Flyttas instrumentet till $s_,$, sedan alla punkter, som kunna ses i s, blifvit afvägda, så måste i och för bestämning af instrumenthöjden derstädes bakåtafläsning ega rum på en från föregående station bestämd punkt, t. ex. 3. Afläses å denna punkt 11,20, så fås instrumenthöjden i $s_,$ om 11,20 adderas till punktens 3 datumhöjd, och blir således 104,77 + 11,20 = 115,97. Sistnämnde tal uppskrifves uti instrumenthöjdens kolumn och på samma rad som datumhöjden för punkten 3. Alla sådane punkter, på hvilka bakåtsyftning eger rum och för hvilka alla kolumnerna blifva fulla, må benämnas *flyttpunkter*. På samma sätt som vid föregående station afvägas och protokollföras punkterna 4, 5, 6, o. s. v., och deras datumhöjder erhållas, om afläsningarne subtraheras från den sist bestämda instrumenthöjden. Huru man på detta sätt och genom på hvarandra följande stationeringar kan fortsätta afvägningen huru långt som helst, torde väl ej tarfva vidare förklaring.

Protokoll öfver afvägning mellan Mälaren och Brunnsviken.

No	Bakåts.	Instrh.	Framåts.	Datumh.	Anmärkningar.
0	6,57	106,57	—	100	⊙ i Mälarens v.y.
1	—	—	5,50	101,07	
2	—	—	4,25	102,32	
3	11,20	115,97	1,80	104,77	
4	—	—	8,30	107,67	
5	—	—	6,50	109,47	
6	—	—	5,81	110,16	
⊙	—	—	2,00	113,97	20 steg t. h.

o. s. v.

Vore det blott fråga om att bestämma höjdskilnaden mellan de båda ändpunkterna — i förevarande fall mellan 0 och 6 — så behöfde blott flyttpunkterna (3), men ej mellanpunkterna (1, 2, 4 och 5) afvägas, och ej heller behöfde instrumenthöjdernä sökas. Det är nämligen lätt att visa, det den sökta höjdskilnaden erhålles, om summan af alla bakåtsyftningar minskas med summan af alla framåtsyftningar, och att slutpunkten ligger högre eller lägre än begynnelsepunkten, allt efter som skilnaden är positiv eller negativ. Vi finna nämligen i fig. 125 att höjdskilnaden mellan 0 och 3 är 6,57 − 1,80, att den mellan 3 och 6 är 11,20 − 5,81 och att höjdskilnaden mellan 0 och 6 således är 6,57 + 11,20 − (1,80 + 5,81) = 10,16 — hvilket ock öfverensstämmer med föregående protokoll — samt att, om detta resonnemang fortsättes, ofvannämnde sats skall visa sig allmängiltig. På detta sätt kan man snabbast kontrollera huruvida protokollet öfver en profilafvägning är rätt uträknadt.

Sedan vi nu angifvit principen för afvägning, återstår att framhålla hvad som bör från praktisk synpunkt beaktas.

Hvad först och främst valet af stationspunkt beträffar, så är man visserligen beroende af terrängförhållanden och instrumentets syftvidd; dock bör man, synnerligen om noggrannt resultat åstundas, sträfva efter att få stationerna midt imellan flyttpunkterna (s midt imellan 0 och 3); ty i öfverensstämmelse med hvad i 119—β) är sagdt, elimineras härigenom för

dessa punkter det fel, som uppkommer af att kollimationsaxeln ej är parallel med vattenpassets axel; felet blir nämligen detsamma för framåt- och bakåtsyftningen och försvinner alltså, när skilnaden tages. Att man egnar flyttpunkterna en särskild uppmärksamhet i detta hänseende, likasom ock vid tubens inställning och vid afläsningen, härleder sig af, att instrumenthöjderna genom dessa punkter bestämmas och att ett fel vid en flyttpunkt fortplantar sig genom hela den följande delen af mätningen.

I starkt stigande eller fallande terräng bör man, för att undvika onödig stationering, välja stationerna så att höjdskilnaden mellan flyttpunkterna blir den största möjliga, d. v. s. så att man kan syfta för den högre liggande punkten i närheten af stångens hvilande och för den lägre liggande punkten i närheten af stångens toppände. Understundom inträffa fall, då det kan vara förmånligt att vid en stake upphöja afvägningsstången. Afståndet mellan stångens och stakens hviländar måste i så fall adderas till afläsningen. I samband härmed må påpekas fördelen af att i kuperad terräng hafva långa afvägningsstänger.

Vid instrumentets uppställning nedköras benen i marken tills erforderlig stadga vunnits. Första gången tuben står öfver ställskrufvarne, ödar man blott tid med att bringa blåsan att skarpt spela in; först efter en förberedande uppställning eftersträfvas detta. Vid afvägning för rent praktiska ändamål är elevationsskruf, ehuru förmånlig, ej nödvändig. Vid noggrann afvägning med instrument, som hafva känsliga vattenpass, får man deremot vid hvarje syftning med sådan skruf skarpt inställa vattenpasset.

Vid tubens inställning på stången tillser man, det ej parallax eger rum. Detta sker enligt 20 genom okulartubens in- eller utskrufning tills hårkorset synes ligga stilla på stången, då ögat höjes eller sänkes framför okularet.

Stången skall, åtminstone vid alla flyttpunkter, uppställas på orubbliga underlag, såsom bergknaltar, jordstenar etc. Vid noggranna afvägningar medföres vanligen en jernsko, hvarå stången uppställes, då fast underlag saknas; och brukar man dessutom för kontrolls skull ofta använda två bredvid hvarandra liggande flyttpunkter, hvarvid särskildt protokoll föres för hvardera. Föröfrigt måste stångföraren tillse det stångänden är ren samt hålla stången lodrätt. För att i sistnämnde afseende kontrollera honom i syftplanets riktning, ombedes han att svaja fram och tillbaka med stången. Den minsta afläsningen svarar påtagligen mot stångens lodräta ställning och bör derför protokollföras.

Vid de i nyare tider, oftast i samband med den europeiska gradmätningen föranstaltade, med stor omsorg utförda *precisionsnivelleringarne* äro äfven särskilda omständigheter att beakta, hvilka må kortfattadt framhållas. De härvid använda instrumenten äro vanligen instrument med vridbar tub och omställbart vattenpass på tuben. För erforderlig skärpa i afläsningen tages afståndet mellan instrumentet och flyttpunkterna på ömse sidor ej gerna större än 100 à 120 steg, och för att befintlig afvikelse i parallelism mellan kollimationsaxeln och vattenpassets axel må blifva oskadlig, böra afstånden vid bakåt- och framåtsyftningen vara lika stora och i nödfall ej skilja sig med mer än 10 steg.

I Schweiz afläses, sedan blåsan lugnat sig, vid dess båda ändar (10) både före och efter syftningen, och det mot blåsans utslag svarande felet föres med i räkning. Afläsning sker vid tre hårkors (först vid det undre) och bråkdelar af centimeter uppskattas vid hvarje hårkors. Sedermera tages mediet af de tre afläsningarne. En gång om dagen undersökes parallelismen mellan kollimationsaxeln och vattenpassets axel. Det lärer härvid hafva visat sig en svajning af 3″.

I Sachsen göres två syftningar, den andra gången med omstäldt och ånyo instäldt vattenpass, och mediet tages mellan afläsningarne.

I Bayern, Würtemberg och äfven i Sverige hafva i och för kontroll samt felutjemning såväl vid framåt- som bakåtsyftning två flyttpunkter användts, hvarvid särskildt protokoll, förts för hvardera. I medeltal medhinnes vid precisionsnivellering 2,5 à 3 kilometer (ungef. 8,000 à 10,000 fot) om dagen..

123. Noggrannheten vid en nivellering, utförd med tubinstrument, beror i väsendtlig mån på känsligheten hos vattenpasset Vattenpassets känslighet hos ett afvägningsinstrument kan pröfvas sålunda: Man uppställer stången på ett uppmätt afstånd a och afläser såväl på den som vid blåsan; ändrar sedan genom fotskrufven — eller bättre elevationsskrufven — blåsans utslag med n skaldelar och afläser ånyo på stången. Om afläsningsskilnaden betecknas med e och vinkeln, som motsvarar en rörskaldel med α, så är $n\ a \cdot \alpha = e$ eller

$$\alpha_{sek} = [206265/(n\ a)] \cdot e.$$

samt på tubens förstoring och skärpa. Känsligheten hos vattenpasset och tubens förstoring böra stå i ett visst förhållande till hvarandra. Vid afvägningsinstrument för praktiska ändamål lämpar sig 10 à 20-faldig förstoring och hos vattenpasset en känslighet af 15 à 60 sekunder på en pariserlinie; vid instrument för precisionsafvägning 25 à 40-faldig förstoring samt 2—5 sekunder på en pariserlinie.

I de geodetiska läroböckerna antages i allmänhet att felet vid hvarje afläsning är proportionel mot stångens afstånd a från instrumentet, eller att $f = k\ a$. Totalfelet vid en linieafvägning sammansätter sig af felen vid samtlige afläsningarne på flyttpunkterna. Om L är den afvägda liniens längd, skulle, under förutsättning att ofvannämnde antagande är riktigt, enligt sannolikhetskalkylen, totalfelet F erhållas ur

$$F = k\ a\ (L/a)^{0,5} = k(L\ a)^{0,5} \ \ldots\ldots\ (54).$$

Vid precisionsafvägningar i olika länder har felet på en kilometer vid lämplig terräng (utefter jernbanor) varierat mellan 1 à 3 m.m. (i Schweiz 0,66 m.m.); vid svårare terräng mellan 3 à 7 m.m. Vid för praktiska ändamål utförda afvägningar är felet i allmänhet, allt efter terrängens beskaffenhet och utförandets noggrannhet, 5 à 10 m.m. på en kilometer (15 à 20 linier på en sv. mil).

Afvägningsspegeln.

124. I Frankrike har Burel och i Sverige general Wrede användt en i vertikalplanet hängande spegel för att åstadkomma en horisontel syftlinie. I öfverensstämmelse med hvad i inledningen om afvägnings-instrumenten blifvit sagdt, bestämmes syftlinien af ögats pupill och pupillens spegelbild.

Fig. 123.Fig. 124.

General Wredes afvägningsspegel består (fig. 123 och 124) af en på två fina koniska spetsar s i en trälåda upphängd pendel, som öfver upphängningsaxeln uppbär en liten plan spegel a. Förmedelst justerskrufvarne j kan pendelvigten förskjutas, tills den reflekterande ytan står vertikalt, då pendeln är i jemnvigt. För att syftlinien må blifva skarpare fixerad, finnes på nyare instrument en rörlig 135 m.m. (45 lin.) lång arm l, som uppbär en med en fin horisontel spricka t försedd papperslapp. Om armen vrides tills man genom sprickan ser sprickans spegelbild $t_{,}$, så äro alla föremål, som träffas af syftlinien $t\ t_{,}$, d. v. s. som vid spegelkanten synas sammanfalla med sprickans bild, i jemnhöjd med sprickan På rätt många afvägningsspeglar finner man såväl ett ofolieradt glas vid sidan af spegeln som ett skyddsglas framför den. Båda dessa glas minska föremålets tydlighet och kunna saklöst undvaras. . Vid instrumentets transport fastläses pendeln genom en klämmare k. Afvägningsspegeln hålles antingen med fri hand eller fastsatt vid en stake. Det säger sig sjelf, att den endast är afsedd för mindre noggranna mätningar.

125. Pröfning och justering. För att undersöka om pendeln ställer spegelytan i vertikalplanet, uppställer man instrumentet — fästbundet på en käpp — vid en lugn vattenyta. Insyftas då samma märke, när en i vattenytan uppstäld stång står på 20 à 25 stegs afstånd, som då den står vid instrumentet, så är förevarande vilkor uppfyldt. Pekar syftlinien för högt skrufvas med justerskrufvarne j vigten framåt, i motsatt fall bakåt.

126. Afvägningsspegelns användning. Afvägningsspegeln kan användas på samma sätt som tubafvägningsinstrumentet. Som man imellertid i så fall endast på mycket korta afstånd kan direkt afläsa på stången, bör denna lämpligen vara försedd med skjutbara brickor. Vanligen användes dock afvägningsspegeln, som företrädesvis lämpar sig for kuperad terräng, vid rekognoseringsmätning eller mindre noggrann tvärprofilering på något af följande sätt.

Man håller instrumentet på fri hand och fixerar i händelse af stigande terräng det ställe der syftlinien skär marken, flyttar sig till denna skärningspunkt, söker en ny skärningspunkt och så undan för undan, hvarje gång höjande sig med det en gång för alla uppmätta afståndet mellan ögat fotsulan. I fallande terräng syftar man bakåt, d. v. s. söker den stationspunkt, från hvilken syftlinien råkar den på samma sätt bestämda föregående punkten, och sänker sig sålunda för hvarje gång afståndet mellan ögat och fotsulan. Vill man ernå ett skarpare resultat, så fästes instrumentet vid en käpp, och afståndet mellan käppens hvilända och spegelns midtpunkt mätes — detta afstånd torde lämpligen böra tagas 1,5 meter eller 5 fot — tillvägagår föröfrigt som i föregående fall, dock med den skilnad, att punkterna skarpare betecknas genom stickor. I så fall är en medhjelpare af nöden. En stickas plats är funnen, när hviländen af en stake, som medhjelparen drager efter sig, träffas af syftlinien.

Med en väl justerad afvägningsspegel kunna enligt sistnämnde sätt, vid 15 à 30 stegs afstånd punkter afvägas rätt på 30 à 60 m.m. (ungef. 10 à 20 lin.) när.

Barometrar.

127. Emedan barometern angifver atmosfertrycket, och detta enligt bestämd lag aftager med höjden öfver jordytan, så kan barometern användas för höjdbestämning. Som bekant

begagnas hufvudsakligen två slags barometrar: *qvicksilfverbarometrar och aneroidbarometrar.* Då höjdmätning med

qvicksilfverbarometer, strängt taget, ej hör till området för detta arbete, må hvad den beträffar hufvudsakligen framhållas hvad som ar nödigt för att rätt förstå aneroidbarometerns egenskaper och användning.

Qvicksilfverbarometern.

128. Af qvicksilfverbarometrarne hafva följande hufvudsakligen begagnats för höjdmätning.

Fig. 125. Fig. 126. Fig. 127.

1) *Fortins dosbarometer*. Vid denna barometer (fig. 125, 126 och 127) utmynnar, som bekant, röret uti en sluten qvicksilfverreservoar af glas, hvars botten (fig. 125) utgöres af en skinnpåse *l* (af hundskinn), som genom en skruf *s* kan höjas eller sänkas tills qvicksilfverytan i reservoaren berör en vid locket fästad fin elfenbenspets. Denna spets utgör skalans nollpunkt. Qvicksilfverpelarens öfre ände kan observeras genom en diopter i tvenne diametralt motsatta urtagningar hos det (fig. 127) glasröret omgifvande messingsroret, och dess höjd afläses vid den å metallröret uppgraderade skalan förmedelst en nonie, fästad vid en på röret skjutbar hylsa *u*. Skall denna barometer medföras på resor, så upptryckes qvicksilfret med bottenskrufven tills det fyller både reservoaren och röret, och barometern inneslutes uti ett fodral, som, längs efter klufvet i tre delar, äfven kan tjena som stativ.

2) *Gay-Lussac's häfvertbarometer* består (fig. 128), såsom häfvertbarometrar i allmänhet, af ett böjdt glasrör, i hvars öppna, kortare del *a* lufttrycket direkt verkar på qvicksilfverytan; men skiljer sig från andra deruti, att de båda rören äro förenade genom ett kapillärt rör och att det korta röret genom en fin öppning

vid sidan endast låter luften inträda, men ej qvicksilfret utrinna, för den händelse barometern — såsom alltid är fallet vid transport — ändvändes, d. v. s. får ställningen II. En olägenhet vid denna likasom vid alla barometrar är, att qvicksilfret småningom absorberar luft. *Bunsen* har, för att motverka detta, inrättadt Gay-Lussac's barometer på sätt fig. 129 visar. Kapillärröret är, som synes, utvidgadt till ett kärl, uti hvilket dess öfre del är instucket och lufttätt fästadt. Skulle vid ändvändningen och under skakningen vid transporten luft intränga i det nedre kapillärröret, så stannar den i *s* och kommer ej till vacuumrummet.

Barometerhöjden, afståndet mellan de båda qvicksilfverytornas tangentplan, mätes antingen med en skala och två nonier — en vid hvardera änden — eller ock genom afläsning med en nonie vid öfre qvicksilfverytan, sedan skalans nollpunkt, vare sig genom barometerrörets höjning eller sänkning, eller genom qvicksilfrets upptryckning i båda rören, förut blifvit bragt till beröring med den nedre qvicksilfverytan. Alla höjdmätningsbarometrar äro försedda med termometrar, som pålitligt angifva qvicksilfrets och skalans temperatur.

Fig. 128.

129. Korrektion för observerade barometerhöjder. För att man må få ett bestämdt mått på lufttrycket, måste den aflästa barometerhöjden med hänsyn till kapillärdepressionen korrigeras, och till följd af förändringar i qvicksilfrets täthet och mätskalans längd vid vexlande temperaturförhållanden reduceras till temperaturen 0°.

Fig. 129.

Kapillärdepressionen. Adhesionen mellan glaset och qvicksilfret föranleder att det senares yta får konvex form (fig. 130), och att kupans hjessa alltid står lägre i röret än den eljest plana ytan skulle göra. Kuphöjden *k* och kapillärdepressionen δ bero såväl på rördiametern som på glasets samt qvicksilfrets renhet och beskaffenhet. Bauernfeind har vid tre 4,7, 5,4 och 5,5 m.m. vida häfvertbarometrar funnit kuphöjden i medeltal vara

upptill 0,75 m.m.0,89 m.m.0,78 m.m. nedtill 0,98 " 1,12 " 0,99 "

Kapillärdepressionen kan erhållas ur följande tabell såsom funktion af rördiametern *d* och den observerade kuphöjden *k*.

Tabell 4.

m.m.	Kuphöjd *k* i m.m.									
d	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,4
	m.m.	m.m.	m.m.	m.m.	m.m.					
3	1,10	2,09	2,51	2,87	3,17					
4	0,60	1,16	1,41	1,65	1,86	2,05	2,21	2,35		
5	0,37	0,72	0,89	1,05	1,20	1,33	1,45	1,56	1,74	
6	0,24	0,48	0,59	0,70	0,80	0,90	0,98	1,07	1,21	1,32
7	0,17	0,33	0,41	0,49	0,56	0,63	0,70	0,76	0,87	0,96

Fig. 130.

Kapillärdepressionen måste adderas till barometerhöjden vid dosbarometrar. Vid häfvertbarometrar korrigeras barometerhöjden med skilnaden mellan depressionen i undre och den i öfre röret. Kuphöjden är vanligen mindre i det rör, i hvilket qvicksilfret har fallit än i det, i hvilken det har stigit. För att få likhet finnes vid en del häfvertbarometrar så anordnadt, att man genom qvicksilfrets sammanpressning nedifrån kan bringa det att stiga i båda rören. Hafva de båda rören samma diameter, så kan i så fall kapillärdepressionen ofta försummas.

Barometerhöjdens reduktion till normaltemperaturen 0°. Om man betecknar den vid qvicksilfverpelaren och skalans temperatur t' aflästa, och med kapillärdepressionen korrigerade barometerhöjden med B, den motsvarande till 0° reducerade barometerhöjden med b, qvicksilfrets utvidgningskoefficient (0,0001802) med α samt mätskalans utvidgningskoefficient (0,000018 för messing, 0,000009 för glas) med $\alpha_,$, så är $b\,(1 + \alpha\, t') = B$ skaldelar vid temp. $t' = B(1 + \alpha_, t')$ skaldelar vid 0°. Korrektionstalet $\delta_,$, hvarmed B skall reduceras för att b må erhållas, fås alltså ur

$$\delta = B - b = b\,\alpha\, t' - B\,\alpha_,\, t'$$

eller, om man i högra membrum utbyter b mot B — något som i anseende till litenheten af α kan tillåtas —

$$\delta_, = B\, t'\,(\alpha - \alpha_,) = \text{.........} \quad (55).$$

Enligt denna formel blir

vid messingsskala $\delta_, = 0{,}00016275\; B\, t'$; vid glasskala $\delta_, = 0{,}0001712\; B\, t'$.

Emedan $b = B - \delta_,$, så blir korrektionen tillskott eller afdrag allt efter som t' är negativ eller positiv. Af nedanstående tabell med för messingsskala uträknade värden på $\delta_,$, framgår att $\delta_,$ i allmänhet ökas med 0,1 m.m. för hvarje temperaturgrad. Det är derför lätt att genom interpolering bestämma $\delta_,$ för ej utsatta värden på t'.

Tabell 5.

	t' i C°.						
B i m.m.	1	5	10	15	20	25	30
600	0,1	0,5	1,0	1,4	1,9	2,4	2,9
660	0,1	0,5	1,1	1,6	2,1	2,7	3,2
700	0,1	0,6	1,1	1,7	2,3	2,8	3,4
760	0,1	0,6	1,2	1,9	2,5	3,1	3,7
800	0,1	0,7	1,3	2,0	2,6	3,3	3,9

Ex.: $B = 609{,}39$ vid $t' = 22{,}7$; hvad är b? Enl. tab. är för $B = 600$ (man tager det närmast liggande tabelltalet) och $t' = 20$: $\delta_, = 1{,}9$, och således för $t' = 22{,}7$: $\delta_, = 1{,}9 + 0{,}1 \cdot 2{,}7 = 2{,}17$. Man får $b = 609{,}39 - 2{,}17 = 607{,}22$.

130. Barometerformelns härledning. Om luften i likhet med vattnet ej lät komprimera sig, så skulle vid samma temperatur förhållandet mellan de hvarandra i jemvigt hållande qvicksilfverpelarne och luftpelarne vara konstant och således höjdskilnaden mellan två orter vid konstant temperatur erhållas, om skilnaden mellan motsvarande qvicksilfverpelarhöjder multiplicerades med det konstanta relationstalet. Luften låter imellertid sammantrycka sig, och på så sätt, att vid oförändrad temperatur *dess volym blir inverse proportionel mot trycket*, eller med andra ord: *luftens täthet är vid oförändrad temperatur proportionel med trycket.*

Om en barometer *höjes* med ett oändligt litet element dh, så *faller* qvicksilfverpelaren med ett oändligt litet element $d\,b$. Betecknar δ luftens täthet vid dess för tillfället rådande temperatur τ och under trycket af den till 0° reducerade barometerhöjden b, c qvicksilfrets täthet vid 0° (= 13,596), så är, om $d\,b$ förutsättes reducerad till 0° (man tänker sig de båda pelarne med samma bas) $\delta\, d\, h = -c\, d\, b$. Betecknas vidare luftens täthet vid 0° och barometerhöjden 0,76 meter med δ_0 (= 0,00129277 vid hafsytan och 45° latitud), dess

utvidgningskoefficient med a, så är

$\delta = \delta_0\, b/(0{,}76(1 + a\,\tau))$.Insättes detta värde på δ i den föregående eqvationen och uträknas den konstanta faktorn $0{,}76 \cdot c/\delta_0 = 8011{,}57$, så fås

$d\,h = -8011{,}57(1 + a\,\tau) d\,b/b$

och vid integrering mellan $h_{,}$, $h_{,,}$ och $b_{,}$, $b_{,,}$

$h_{,} - h_{,,} = 8011{,}57(1 + a\,\tau)(l\,b_{,,} - l\,b_{,})$.

Har vid de båda observationerna lufttemperaturen varit olika, eller $t_{,}$ *och* $t_{,,}$, *så kan man med tillräcklig noggrannhet sätta luftpelarens medeltemperatur* $\tau = (t_{,} + t_{,,})/2$ *Strängt taget endast tillåtet, om temperaturen ändras proportionelt med höjden. divideras derjemte högra membrum med modulen 0,4342945, för att i formeln få infördt vanliga logaritmer, och sättes luftens utvidgningskoefficient för medelfuktig luft* $a = 0{,}004$ *samt* $H = h_{,} - h_{,,}$, *så fås den sökta skilnaden i meter ur*

$H = 18404{,}9(1 + 0{,}004(t_{,} + t_{,,})/2)(\log b_{,,} - \log b_{,})$ ... (56).

Ofvanstående formel gäller, strängt taget, endast vid 45° latitud och i närheten af hafsytan. Skall afseende fästas vid tyngdkraftens aftagande med ökad latitud och med ökad höjd öfver hafsytan, så tillkomma ytterligare två faktorer, nämligen $1 + 0{,}0026 \cos 2\,\psi$ *och* $1 + (2\,z + H)/r$, *i hvilka* ψ *är latitudvinkeln, z den lägsta stationens höjd öfver hafvet samt r jordradien. Lemna vi den senare faktorn, som endast vid höjder öfver 1000 meter får betydelse, utan afseende, men multiplicera 18404,9 med den förra, så erhålles för H i meter och för* $\psi = 60°$ *konstanten 18 380 för Sverige och Norge. Åstundas H i svenska fot, så har man, alldenstund i* $\log(b_{,,}/b_{,})$ *det är likgiltigt med hvilken längdenhet barometerhöjderna äro uttryckta, att multiplicera ofvannämnde konstant med reduktionstalet 3,3681 och att införa de så erhållna värdena i höjdmätningsformeln. I medeltal hafva vi alltså följande för i Skandinavien förekommande höjder giltiga formler Vi hafva här ej ansett oss böra införa den nyare, men för praktiska ändamål alltför komplicerade höjdmätningsformel, hvilken fordrar att luftens fuktighetshalt vid hvarje observation bestämmes, utan hänvisa dem, hvilka önska en närmare redogörelse för denna formel till de sista upplagorna af Bauernfeinds Vermessungskunde, eller till Rühlmans Die barometrischen Höhenmessungen. Leipzig 1870.:*

$H = 18380(1 + 0{,}004(t_{,} + t_{,,})/2)(\log b_{,,} - \log b_{,})$ meter .. (57)

$= 61960(1 + 0{,}004(t_{,} + t_{,,})/2)(\log b_{,,} - \log b_{,})$ fot .... (58).

Det må erinras att dessa formler gälla, oberoende af den längdenhet hvarmed barometerhöjderna äro uttryckta, blott de (se 130) äro korrigerade för kapillärdepressionen och reducerade till 0°. Äfven må erinras, att $t_{,}$ och $t_{,,}$ betyda luftens och ej qvicksilfverpelaren temperaturer och framhållas, att luftens och qvicksilfverpelaren temperaturer vanligen afvika något från hvarandra.

Exempel:

Barometer. Luft. Qvicksilfver. ------------------------- --------- ------------- Undre station $B_{,,} = 693{,}48$ $t_{,,} = 14{,}1$ $t'' = 15{,}6$ Öfre » $B_{,} = 609{,}39$ $t_{,} = 6{,}2$ $t' = 7{,}1$ -------------------------------- $1 + 0{,}004\,(t' + t'')\,/\,2 = 1{,}0406$.

Förutsättas barometerhöjderna enligt tabell 4 korrigerade med hänsyn till kapilärdepressionen, så bli enligt tabell 5 de till 0° reducerade barometerhöjderna:

$b_{,,} = 693{,}48 - (1{,}7 + 0{,}1 \cdot 0{,}6) = 691{,}72$ $b_{,} = 609{,}39 - (0{,}5 + 0{,}1 \cdot 2{,}1) = 608{,}68$

$\log b_{,,} = 2{,}83993$ $\log x = 0{,}74468 - 2$ $\log b_{,} = 2{,}78438$ $\log 1{,}0406 = 0{,}01724$ ---------------- $\log 18380 = 4{,}26435$ $x = 0{,}05555$ -------------------- $\log H = 3{,}02627$ $H = 1062{,}4$ meter.

En tabell, innehållande förekommande värden på $18380 \log b = n$ underlättar i väsendtlig mån beräkningen och gör logaritmtabellen öfverflödig. Man behöfver för lufttemperaturen 0° och vid barometerhöjderna $b_{,}$ och $b_{,,}$ påtagligen blott taga skilnaden mellan de motsvarande tabellvärdena $n_{,}$ och $n_{,,}$ för att få höjdskilnaden H_0; och för lufttemperaturerna $t_{,}$ och $t_{,,}$ och samma barometerhöjder blott öka (då $t_{,} + t_{,,}$ öfverskjuter 0°) eller minska (då $t_{,} + t_{,,}$ understiger 0°) med $0{,}002\,(t_{,} + t_{,,})\,H$ $t_{,}$ och $t_{,,}$ införas med sina respektive tecken. för att få höjdskilnaden H. I nedanstående tabell har ej $18380 \log b$ utan $18380\,(\log 762 - \log b)$ blifvit uträknadt för förekommande värden på b. Man får härigenom äfven ett approximativt uttryck på stationens höjd öfver hafsytan. Denna höjd erhålles naturligtvis riktigare i samma mån som trycket vid hafsytan närmar sig medeltrycket 762 m.m. Tabellen användes påtagligen på likartadt sätt, vare sig att den innehåller $18380 \log b$ eller

$18380 \log (762 - b)$. Föregående exempel uträknas med tillhjelp af tabellen sålunda:

$b_{,} = 608{,}68$, $n_{,} = 1802{,}9 - 13{,}1 \cdot 0{,}68 = 1794{,}0$ $t_{,} = 6{,}2$ $b_{,,} = 691{,}72$, $n_{,,} = 780{,}9 - 11{,}6 \cdot 0{,}72 = 772{,}5$ $t_{,} = 14{,}1$ -------------------------- $n_{,} - n_{,,} = 1021{,}5$ $20{,}3$ $0{,}002 \cdot 20{,}3 \cdot 1021{,}5 = 41{,}4$ --------------------- $H = 1062{,}9$ meter.

n införes negativt (se tab.) för b 762; alltså $n_{,} - n_{,,} = 1794{,}04 + 62{,}6$ om t. ex. $n_{,,}$ varit 768 i stället för 691,72.

T a b e l l 6. **Barometerhöjdmätningstabell efter Randau.**

Bar.-höjd b i m.m.	Höjd öfver hafsytan i meter.	Bar.-höjd b i m.m.	Höjd öfver hafsytan i meter.	Bar.-höjd b i m.m.	Höjd öfver hafsytan i meter.	Bar.-höjd b i m.m.	Höjd öfver hafsytan i meter.
591	2029·4	621	1633·9	651	1267·1	681	897·3
	−13·5		−12·9		−12·3		−11·7
592	2015·9	622	1621·0	652	1244·8	682	885·3
	−13·5		−12·8		−12·3		−11·7
593	2002·4	623	1608·2	653	1232·6	683	873·9
	−13·4		−12·8		−12·2		−11·7
594	1989·0	624	1595·4	654	1220·4	684	862·2
	−13·5		−12·8		−12·2		−11.7
595	1975·5	625	1582·6	655	1208·2	685	850·5
	−13·4		−12·8		−12·2		−11·6
596	1962·1	626	1569·8	656	1196·0	686	838·9
	−13·4		−12·7		−12·2		−11·6
597	1948·7	627	1557·1	657	1183·8	687	827·3
	−13·3		−12·7		−12·1		−11·7
598	1935·4	628	1544·4	658	1171·7	688	815·6
	−13·4		−12·7		−12·2		−11·6
599	1922·0	629	1631·7	659	1169·5	689	804·0
	−13·3		−12·7		−12·1		−11·5
600	1908·7	630	1519·0	660	1147·4	690	792·5
	−13·3		−12·7		−12·1		−11·6
601	1895·4	631	1506·3	661	1135·3	691	780·9
	−13·3		−12·6		−12·0		−11·6
602	1882·1	632	1493·7	662	1123·3	692	769·3
	−13·3		−12·7		−12·0		−11·5
603	1868·8	633	1481·0	663	1111·3	693	757·8
	−13·2		−12·6		−12·1		−11·5
604	1855·6	634	1468·4	664	1099·2	694	746·3
	−13·2		−12·6		−12·0		−11·5
605	1842·4	635	1455·8	665	1087·2	695	734·8
	−13·2		−12·5		−12·0		−11·5
606	1829·2	636	1443·3	666	1075·2	696	723·3
	−13·2		−12·6		−12·0		−11·4
607	1816·0	637	1430·7	667	1063·2	697	711·9
	−13·1		−13·5		−12·0		−11·5
608	1802·9	638	1418·2	668	1051·2	698	700·4
	−13·1		−12·5		−11·9		−11·4
609	1789·8	639	1405·7	669	1039·3	699	689·0
	−13·1		−12·5		−12·0		−11·4
610	1776·7	640	1393·2	670	1027·3	700	677·6
	−13·1		−12·5		−11·9		−11·4
611	1763·6	641	1380·7	671	1015·4	701	666·2
	−13·1		−12·4		−11·9		−11·4
612	1750·5	642	1368·3	672	1003·5	702	654·8
	−13·0		−12·3		−11·8		−11·4
613	1737·5	643	1355·8	673	991·7	703	643·4
	−13·1		−12·4		−11·9		−11·3
614	1724·4	644	1343·4	674	979·8	704	632·1
	−13·0		−12·4		−11·8		−11·4
615	1711·4	645	1331·0	675	968·0	705	620·7
	−12·9		−12·8		−11·9		−11·3
616	1698·5	646	1318·7	676	956·1	706	609·4
	−13·0		−12·4		−11·8		−11·3
617	1685·5	647	1306·3	677	944·3	707	598·1
	−12·9		−12·3		−11·7		−11·3
618	1672·6	648	1294·0	678	932·6	708	586·8
	−12·9		−12·3		−11·8		−11·2
619	1659·7	649	1281·7	679	920·8	709	575·6
	−12·9		−12·3		−11·8		−11·3
620	1646·8	650	1269·4	680	909·0	710	564·3
	−12·9		−12·3		−11·7		−11·2

Bar.-höjd **b** i m.m.	Höjd öfver hafsytan i meter.	Bar.-höjd **b** i m.m.	Höjd öfver hafsytan i meter.	Bar.-höjd **b** i m.m.	Höjd öfver hafsytan i meter.	Bar.-höjd **b** i m.m.	Höjd öfver hafsytan i meter.
711	553·1	731	331·6	751	116·1	771	− 93·7
	−11·3		−10·9		−10·6		−10·4
712	541·8	732	320·7	752	105·5	772	−104·1
	−11·2		−10·9		−10·6		−10·4
718	530·6	733	309·8	753	94·9	773	−114·5
	−11·1		−10·9		−10·6		−10·3
714	519·5	734	298·9	754	84·3	774	−124·8
	−11·2		−10·9		−10·6		−10·2
715	508·3	735	288·0	755	73·7	775	−135·0
	−11·2		−10·8		−10·6		−10·3
716	497·1	736	277·2	756	63·1	776	−145·3
	−11·1		−10·9		−10·5		−10·2
717	486·0	737	266·3	757	52·6	777	−155·5
	−11·2		−10·8		−10·6		−10·3
718	474·8	738	255·5	758	42·0	778	−165·8
	−11·1		−10·8		−10·5		−10·3
719	463·7	739	244·7	759	31·5	779	−176·1
	−11·1		−10·8		−10·5		−10·2
720	452·6	740	233·9	760	21·0	780	−186·3
	−11·0		−10·8		−10·5		−10·2
721	441·6	741	223·1	761			

10·5 || 781 |−196·5 | | | −11·1 || | −10·8 || | −10·5 || | −10·2 | | 722 | 430·5 || 742 | 212·3 || 762 | 0·0 || 782 |−206·7 | | | −11·1 || | −10·7 || | −10·5 || | −10·2 | | 723 | 419·4 || 743 | 201·6 || 763 | −10·5 || 783 |−217·0 | | | −11·0 || | −10·8 || | −10·4 || | −10·3 | | 724 | 408·4 || 744 | 190·8 || 764 | −20·9 || 784 |−227·2 | | | −11·0 || | −10·7 || | −10·5 || | −10·2 | | 725 | 397·4 || 745 | 180·1 || 765 | −31·4 || 785 |−237·3 | | | −11·0 || | −10·7 || | −10·4 || | −10·1 | | | | || | || | || | | | 726 | 386·4 || 746 | 169·4 || 766 | −41·8 || 786 |−247·5 | | | −11·0 || | −10·7 || | −10·4 || | −10·2 | | 727 | 375·4 || 747 | 158·7 || 767 | −52·2 || 787 |−257·7 | | | −11·0 || | −10·7 || | −10·4 || | −10·1 | | 728 | 364·4 || 748 | 148·0 || 768 | −62·6 || 788 |−267·8 | | | −10·9 || | −10·6 || | −10·4 || | −10·1 | | 729 | 353·5 || 749 | 137·4 || 769 | −73·0 || 789 |−277·9 | | | −11·0 || | −10·7 || | −10·4 || | −10·1 | | 730 | 342·5 || 750 | 126·7 || 770 | −83·4 || 790 |−288·0 | | | −10·9 || | −10·6 || | −10·3 || | |

För att möjliggöra räkning utan logaritmer har *Babinet* modifierat *Laplace's* formel till

$H = 16000[1 + 0{,}002(t_{,} + t_{,,})] \cdot (b_{,,} - b_{,})/(b_{,,} + b_{,})$ meter .. (59)

$= 53800[1 + 0{,}002(t_{,} + t_{,,})] \cdot (b_{,,} - b_{,})/(b_{,,} + b_{,})$ fot .... (60).

Denna formel lemnar ej samma skärpa som den föregående; men är användbar för höjder under 1000 meter. Beräknas föregående exempel efter Babinets formel, så fås: $h_{,} - h_{,,} =$ 1060,5 meter.

Följande formler, hvilka vi med afseende fästadt vid approximativ höjdmätning med aneroidbarometer meddela, lemna den höjd, som vid medeltrycket b och medeltemperaturen t svarar mot *en millimeters* qvicksilfverpelare.

$C_{\text{met}} = 10{,}67 - 0{,}015(b - 750) + 0{,}44\, t$ ... (61)

$C_{\text{fot}} = 35{,}9 - 0{,}05(b - 750) + 0{,}15\, t$ ..... (63).

Under antagandet, att höjdskilnaden är proportionel med $b_{,} - b_{,,}$ — ett antagande, som kan göras för höjdskilnader under 100 à 150 meter — är C den koefficient hvarmed $b_{,} - b_{,,}$ skall multipliceras, för att höjdskilnaden må erhållas. För höjdskilnader under 100 meter afviker det på detta sätt erhållna resultatet i allmänhet ej med mer än en meter från det som Babinets formel lemnar.

131. Qvicksilfverbarometerns användning för höjdmätning. Om lufttrycken och lufttemperaturerna ej ledo någon förändring under den tid, som behöfdes att förflytta en barometer från en station till en annan, så skulle höjdmätning kunna verkställas med blott en barometer. Nu äro imellertid såväl lufttrycket som lufttemperaturen, äfven under jemförelsevis korta tidrymder, underkastade förändringar. På grund häraf kan i allmänhet ingen tillförlitlighet i höjdmätningsresultatet erhållas, om ej observationerna göras samtidigt i de båda orterna, eller om ej dessa förändringar oskadliggöras på annat sätt. I förra fallet måste två barometrar användas. Alla noggranna barometerhöjdmätningar verkställas med två barometrar, som blifvit förut jemförda med en normalbarometer, på det att man genom hvardera af de aflästa barometerhöjdernas reduktion till normalbarometerhöjd må blifva oberoende af barometrarnes skiljaktighet.

Barometrarne uppställas samtidigt i de stationer, hvilkas-höjdskilnad sökes. Härvid tillser man. att barometern och termometrarne ej blifva utsatta för solstrålar, och vänder derför alltid rören från solen samt uppsätter, när så är nödigt en medförd skärm. Äfven bör man såvidt möjligt är göra sig oberoende af lokal värmeutstrålning från jordytan. Detta gäller isynnerhet vid val af plats för den vanligen löst medförda termometern för mätning af luftens temperatur. Sedan barometern blifvit uppstäld och lodad, aflägsnar man sig från instrumentet för att hindra kroppsvärmen att inverka, och först en half timma efter uppställningen börjar afläsningen, Man afläser först vid termometrarne innan kroppsvärmen hinner utöfva något inflytande. Sedan klappas barometern varsamt på baksidan, inställes dioptersigtena i qvicksilfver-kupornas tangentplaner och afläses vid nonierna.

Äfven med *en* barometer kan vid gynsam väderlek och under kort tidrymd tillfredsställande resultat erhållas, om, efter stationeringen i de båda stationerna, man återgår till den första och stationerar der ånyo. Har under tiden lufttryck och temperatur ändrat sig likformigt, så fås höjdskilnaden oberoende af dessa förändringar, om vid dess

beräkning aritmetiska mediet (såväl temperatur- som tryckmediet) af de båda observationerna i första stationen kombineras med observationen i andra stationen.

I mätningsprotokollet antecknas äfven de väderleksförhållanden, som kunna på mätningen inverka, såsom: mulen eller klar väderlek, regn, blåst, snö, etc. Vid regn, häftig blåst eller förestående oväder o. s. v., bör höjdmätning med barometer inhiberas. Af undersökningar, gjorda af Bauernfeind, synes påtagligen framgå, att observationer vid 10-tiden på förmiddagen och vid 4-tiden på eftermiddagen lemna de bästa resultaten.

132. Noggrannheten vid höjdmätning med barometer är relativt större för större än för små höjdskilnader. I rundt tal motsvaras en millimeters fel i barometerhöjden af 10 meters höjdfel. Då nu afläsningsfelet i allmänhet torde få anses 0,1 m.m., så hafva vi här källan till en meters höjdfel. Ett fel i qvicksilfvertemperaturen af 1° motsvaras ungefär af

1 meters höjdfel. Ett fel i lufttemperaturen $(t_{,} + t_{,,})/2$ af 1° föranleder 0,4 % af den uppmätta höjden såsom fel. Då, som redan blifvit antydt, lufttemperaturen är svår att uppmäta, så torde i dess bestämning en af de hufvudsakligaste felkällorna dölja sig.

En närmare utredning såväl på teoretisk som på experimentel väg visar, att det lokala medelfelet ganska långsamt tilltager med höjdskilnaden. Mellan 0 och 500 meter är det 3 à 4 meter; mellan 500 och 1000 meter 4 à 5 meter, o. s. v. Bauernfeind anser sig hafva funnit, att man med fyra eller fem samtidiga observationer, företagna under 20 minuters mellantid vid 10- eller 4-tiden, kan vid godt väder påräkna, att felet ej blir större än 2 meter för 500 och 3 meter för 1000 meters höjdskilnad.

För öfrigt blir vid samma höjdskilnad resultatet i allmänhet bättre i samma mån som det horisontela afståndet mellan stationerna är litet. Detta säges ej böra öfverstiga 10 à 15 kilometer (1 à 1 1/2 sv. mil), om ett godt resultat skall emotses. Resultat vunna i Sverige, lära visa, att afståndet kan få vara mycket större, blott vissa faktorer tagas med i beräkning. Vi anse oss tills vidare ej hafva rättighet att härför lemna någon redogörelse.

Aneroidbarometern.

133. Den första metallbarometern uppvisades år 1847 af *Vidi*. Den bestod hufvudsakligen såsom än i dag af en lufttom cylinder, hvars koncentriskt refflade tak höjer eller sänker sig (dervid motverkad af en fjederinrättning) allt efter som lufttrycket minskas eller ökas, och hvars rörelser, genom en förstorande utvecklingsmekanism öfverföras i rotationsrörelse hos en visare. Denna barometer, benämndes af uppfinnaren "barometre aneroide" (barometer utan vätska).

Någon tid derefter konstruerade *Bourdon* sin "metallbarometer", hvilken som bekant utgöres af ett lufttomt och böjdt rör, som rätar ut sig, eller ytterligare böjer sig allt efter som lufttrycket minskas eller ökas och hvars rörelser äfven genom en förstorande utvexlingsmekanism fortplantas till en visare. Sedermera hafva *Naudet* m. fl. mer eller mindre modifierat *Vidis* konstruktion.

Fig. 131.

Naudets barometer (barometre holosterique) är skisserad i fig. 131. Åtskilliga detaljer ha måst uteslutas för att ej ritningen skulle blifva otydlig. En fjederplatta a sträfvar förmedelst cylindern b att höja det refflade locket c, men motverkas af dess spänstighet och lufttrycket. I följd af denna anordning uppkommer alltid jemnvigt mellan lufttrycket samt fjederskifvans och lockets förenade spänstighet. Vid fjederskifvan är stelt fästad en arm d, som, då lufttrycket ändrar sig, genom en länkmekanism försätter axeln e i rörelse. Med denna axel svajar imellertid armen f, som genom en kedja, upplindad på visarens axel, försätter visaren v i rörelse. Af figuren framgår att visaren drages medsols, då trycket stiger. För att draga visaren tillbaka (hålla kedjan spänd) finnes en fin spiralfjeder anbringad kring visarens axel.

Goldschmid i Zürich har på senare tider infört en ganska genomgripande förändring genom att utbyta den vanliga utvexlingsmekanismen mot en mikrometerskruf, som i förening med en häfarm mäter den refflade takplattans höjningar och sänkningar.

Fig. 132 visar en skiss af Goldschmids barometer. Vid det refflade locket är stelt fästad en styf arm a, som genom en egg försätter en häfarm i rörelse kring c, då lufttrycket ändrar sig. Denna arm är vid andra änden försedd med ett index, som pekar på en graderad skala och medgifver afläsning af hela skaldelar. I och för afläsning af bråkdelar är ofvanpå denna arm en annan sig fjedrande sådan fästad. Äfven fjederarmen är försedd med en index; och är så ordnadt att detta flyttar sig en skaldel, då mikrometerskrufven (förutsattes nedskrufvad inom armens fjedringsområde) vrides ett helt hvarf. Mikrometerskrufven vrides genom trumman t, som vid sin nedre kant har en graderad ring, genom hvilken afläsning eger rum. För öfrigt är så anordnadt, att 0 afläses vid denna ring, då fjederarmens index står midt för ett skalstreck.

Fig. 132.

När lufttrycket skall mätas, hålles instrumentet med venster hand, så att cylinderns axel står lodrätt, och vrides skrufven med höger hand, tills man genom en vid instrumentet fästad lupp ser fjederns index stå midt för den styfva armens index. Fjederarmen är vanligen böjd åt sidan så att detta läge möjliggöres. Derpå afläsas hela skaldelar vid skalan och bråkdelar vid ringen. Skalan är ej graderad i m.m., utan har en annan gradering. Genom en instrumentet medföljande tabell får man imellertid barometertrycket i m.m. och den motsvarande luftpelaren vid 0°. En grafisk tabell för korrektion med hänsyn till temperaturen brukar medfölja. Innan instrumentet inlägges, måste skrufven uppvridas, på det att den ej må motverka den styfva armens stigning i händelse af fallande tryck. För öfrigt böra indexarmarne upplyftas och genom inskjutandet af en vid instrumentet befintlig skifva fastlåsas, då det transporteras.

Goldschmids konstruktion — måhända mindre ömtålig än någon annan — är besvärligare att använda och medgifver ej så skarp afläsning som den vanliga konstruktionen med visare. Den kan för öfrigt lätt skadas, om lufttrycket stiger och man glömt att vrida upp skrufven.

Åsigterna rörande hvilken aneroidkonstruktion som är bäst äro ännu delade, Naudets konstruktion synes hafva blifvit mest utbredd. Det må särskildt påpekas, att endast sådane aneroidbarometrar, som äro enkom tillverkade för höjdmätning, böra härför användas.

I och för uppmätning af instrumentets temperatur, äro alla finare höjdmätningsaneroider försedda med uti instrumentet befintliga termometrar.

Vid aneroidbarometrar för noggrannare mätningar, är den graderade cirkelns diameter (Naudets konstruktion) 90 à 150 m.m. (27 à 45 linier).

134. Aneroidafläsningens reduktion till qvicksilfverpelarhöjd vid 0°. Om aneroidbarometrarne alltid indikerade den för 0° reducerade qvicksilfverpelarens höjd, så hade man blott att med tvenne sådane göra samtidiga observationer i de två stationer, hvilkas höjdskilnad sökes, och att enligt formeln (57) eller med tillhjelp af tabell 6 beräkna höjdskilnaden. Ingen aneroidbarometer indikerar imellertid den for 0° reducerade qvicksilfverpelaren. Det eger rum en afvikelse, som erfarenheten visat innebära ett konstant och två variabla element. För hvarje aneroidbarometer kan nämligen uppställas en empirisk formel, som visar skilnaden mellan den till 0° reducerade qvicksilfverpelarens höjd b och den höjd a, som aneroidbarometern indikerar. Denna formel har följande utseende:

$b - a = c + d\,(760 - a) - e\,t$ ...... (63).

c är en konstant (afvikelsen vid 0° och trycket 760 m.m.), d korrektionskoefficienten med hänsyn till att fjedringsförmågan ändras, då lufttrycket ändras samt e korrektionskoefficienten med hänsyn till att fjedringsförmågan samt utvexlingen ändras med temperaturen. Ehuru vid beställning af en finare höjdmätningsaneroid man numera på begäran hos fabrikanten äfven erhåller den empiriska formeln och derpå grundade tabeller, så anse vi oss, alldenstund man ej kan påräkna det instrumentet bibehåller sig oförändradt, likväl böra i all korthet redogöra för reduktionsformelns bestämning vid en aneroidbarometer.

Man börjar med att bestämma e. Detta sker lämpligast genom att om vintern flera gånger jemföra

aneroidbarometern, då den ömsevis är ute i kylan och uti ett varmt rum med en normalqvicksilfverbarometer, under aktgifvande på att observationerna företagas först en timme efter in- och utflyttningarne. Man märker då en af temperaturen härledd förändring i dess barometerhöjd och kan, om den inre och yttre instrumenttemperaturen antecknats, genom flera sådane försök få utrönt värdet på e, d. v. s. huru mycket en temperaturförändring af 1° ändrar barometerhöjden. Korrektionskoefficienten e är, såvida ej en kompensationsinrättning blifvit anbringad, alltid negativ Vid två Teknol. Institutet tillhöriga aneroidbarometrar är för den ene e = 0,195 och för den andra e = 0,203. Barometerhöjden *ökas* således vid dessa instrument med 0,195 och 0,203 m.m. för hvarje temperaturgrad.. Man har således allt efter som temperaturen är positiv eller negativ att minska eller öka den aflästa aneroidhöjden a med $e\,t$ för att få den till 0° reducerade aneroidhöjden a_0. Aneroidbarometrarne äro vanligen så känsliga för temperaturen, att man blott 1 à 2 minuter behöfver låta dem hvila på flata handen för att stigning eger rum. Man bör vid mätning undvika, att på likartadt sätt lokalt uppvärma instrumentet. Man kan eljest ej påräkna, att instrumentets mätande organ få den temperatur, som dess termometer utvisar.

Har e blifvit bestämd, så gör man särskilda jemförelseobservationer för att få utrönt värdena på c och d. Man antecknar för detta ändamål under någon tid samtidiga afläsningar vid aneroidbarometern, normalbarometern och termometrarne; reducerar sedan barometerhöjderna till 0° — qvicksilfverpelarhöjden på vanligt sätt, enligt tabell 5, aneroidhöjden på sätt nyss blifvit anfördt genom formeln $a - e\,t = a_0$ — och inför de så erhållna, hvarandra motsvarande värdena på b, a och $e\,t$ uti formel (63).

På detta sätt kunna huru många eqvationer som helst, uti hvilka blott c och d ingå såsom obekanta, erhållas, och på grund af dessa eqvationer de sannolika värdena på c och d (kunna vara såväl positiva som negativa) uttagas. Införas slutligen de så erhållna värdena på c, d och e uti formeln (63), så fås instrumentets reduktionsformel. En på grund af dylik formel beräknad tabell, som innehåller motsvarande värden på aneroidafläsningen, qvicksilfverhöjden vid 0° samt luftpelarhöjden lemnas numera på särskild anhållan af de flesta fabrikanter.

I stället för med formel kan man vigare göra reduktionen med en grafisk tabell. Denna kan upprättas sålunda. Man afsätter uti en viss skala de till 0° reducerade

aneroidhöjderna såsom abskisser och de motsvarande qvicksilfverhöjderna vid 0° såsom ordinater — naturligtvis med afdrag såväl för abskisser som ordinater af samma tal, 500 à 600 m.m., för att kunna rita diagrammet i erforderlig stor skala. Sedan på detta sätt ett tillräckligt antal punkter blifvit bestämda och besiffrade — så förlägger man genom dem en rät linie, och behöfver sedermera vid mätning blott reducera aneroidhöjden till 0° samt söka det motsvarande ordinattalet för att få qvicksilfverhöjden vid 0°.

Aneroidbarometern är tyvärr ett så ömtåligt instrument, att man ej får påräkna det reduktionsibrmeln eller reduktionsdiagrammet i längden förblifva giltiga. Rubbningar uppkomma, då instrumentet skakas eller stötes; och äfven om så ej är fallet, så inträda småningom förändringar. Så länge ej någon allvarsam rubbning inträdt i den från början varande afvikelsen mellan de reducerade barometerhöjderna hos de tvä barometrar, med hvilka samarbetet eger rum, är ingen fara å färde. Lyckligtvis ligger förändringen mest i konstanten c och är derför lätt att taga med i räkning.

135. Användning. Höjdmätning med aneroidbarometer försiggår efter samma grunder som höjdmätning med qvicksilfverbarometer. Det afläses samtidigt i de båda stationerna såväl vid aneroidbarometern och dess termometer som vid lufttermometern. Dock bör man vid noggrann mätning dessförinnan hafva vistats 10 à 15 minuter på platsen. För att instrumentet och dess termometer må lättare anantaga samma, lufttemperaturen sig närmande temperatur, är det förmånligt att taga det ur fodralet och bära det fritt i upphängningsringen, dock i skydd mot solens värme.

Aneroidbarometern hålles vid mätningen så, att visaren ligger horisontelt. Omedelbart för afläsningen knackas den varsamt med naglarne på baksidan. Lufttemperaturen angifves sällan tillräckligt noga af den uti instrumentet befintliga, blott för mätning af instrumenttemperaturen afsedda termometern, utan bör lämpligen mätas af en löst medförd, god termometer, när noggrannhet eftersträfvas.

Sedan aneroidafiäsningarne blifvit reducerade till motsvarande qvicksilfverpelare vid 0°, sökes höjdskilnaden enligt formler eller tabell på sätt som för qvicksilfverbarometern blifvit i 130 närmare anfördt.

Skall höjdmätningen öfver en trakt hänföras till en bestämd fixpunkt, så stannar den ene observatorn i fixpunkten med sin barometer, under det att den andre med sin besöker samtlige de punkter, hvilkas höjder relativt till

fixpunkten sökas. Båda observatörerna göra härvid samtidiga observationer — i de punkter som ej synas från fixpunkten enligt på förhand öfverenskommen tid. De böra derför hafva noga jemfört sina ur. Om t. ex. vid den stillastående barometern och dess termometrar afläses hvar 10:de minut, så blir tidsintervallen mellan hvarje observation vid den rörliga barometern och den i tiden närmast liggande observationen vid den stillastående barometern så obetydlig, att de antingen kunna anses samtidiga eller, om lufttrycket hastigt vexlat, genom en lätt verkstäld interpolering kunna skarpt reduceras till samma tid. Observationstiden och allt som för öfrigt kan belysa mätningen antecknas naturligtvis för hvarje station i protokollet. Såväl vid mätningens början som vid dess afslutning böra de båda barometrarne, såvidt det låter sig göra, jemföras i fixpunkten. Visar sig (oafsedt att lufttrycket under tiden ändrat sig) att vid hvardera tillfället de båda barometrarne angifva samma till 0° reducerade barometerhöjd, så kunna de korresponderande och med hänsyn till tiden korrigerade observationsserierna användas, utan att underkastas någon vidare korrektion än reduktionen till motsvarande qvicksilfverpelarhöjder vid 0°. Visar det sig deremot såväl vid ena som vid andra tillfället en afvikelse, men som är lika stor i båda fallen, så får naturligtvis hvarje afläsning korrigeras med denna afvikelse.

Visar sig slutligen ej afvikelsen vara 0 eller lika i båda fallen, så får den med all säkerhet tillskrifvas att den rörliga barometern blifvit skakad eller stött. Höjdmätningen är då

otillförlitlig. Det må imellertid påpekas, att en aneroidbarometer som varit utsatt för starka tryckvexlingar (i mycket kuperad terräng), först efter någon tid återtager sitt normala tillstånd och att en mindre afvikelse häri kan få sin förklaringsgrund.

I Sachsen har man nyligen »Der Civilingenieur« för 1875. mätt på så sätt, att de båda observatörerna efter hvarandra och i samma nummerföljd besökt punkterna, dervid undan för undan görande samtidiga observationer i två närliggande punkter. Detta mätningssätt torde ej medföra samma skärpa som det föregående. För öfrigt vet man i händelse af rubbning i barometrarnes utslag ej hvilkendera, som kommit i olag.

Höjdmätning med *en* barometer kan vid stadig väderlek och under ej allt för lång tidrymd utföras på så sätt, att man, utgående från fixpunkten, observerar i samtlige punkterna och sedan i omvänd ordning observerar i dem ånyo

under aktgifvande på att för hvarje mellanpunkt ungefär lika lång tid förflutit mellan de första observationerna som mellan de sista observationerna i fixpunkten och mellanpunkten. Hafva då lufttryck och temperatur ej ändrat sig eller ock ändrat sig likformigt, så fås för hvarje punkt höjdskilnaden mellan den och fixpunkten, om aritmetiska mediet af de båda observationerna i fixpunkten kombineras med aritmetiska mediet af de båda observationerna i punkten.

Då höjdskilnaderna äro små (under 100 meter) kan man beräkna dem enligt $H = C(b_{,,} - b_{,})$, hvarvid C bestämmes genom formeln (61). Oftast kan samma koefficient användas för flera på hvarandra följande bestämningar; vid mindre noggrann mätning och stadig väderlek under loppet af en hel dag Emedan för samma barometer spänstighets- och temperaturkorrektionerna blifvit något så När lika i båda stationerna, så kan man vid approximativ mätning understundom insätta de aflästa barometerhöjderna oreducerade i formeln $H = C(b_{,,} - b_{,})$..

Föregående koefficient C är bestämd utan hänsyn till instrumentet, alldenstund den endast gäller för de till 0° reducerade barometerhöjderna. Genom att samtidigt med mätningarne empiriskt bestämma och använda den koefficient som för tillfallet gäller för de direkt observerade barometerhöjderna, kan man på ett beqvämt och ganska säkert sätt höjdmäta, då höjdskilnaderna ej öfverstiga 150 à 200 meter. Detta låter sig göra, om man har två genom trigonometrisk höjdmätning eller afvägning bestämda fixpunkter med erforderlig höjdskilnad, i närheten af eller mellan hvilka punkterna som skola bestämmas äro belägna. Man stationerar och afläser i så fall först i ena fixpunkten, sedan i alla mellanpunkterna och sist i andra fixpunkten.

Beteckna a och $a_{,}$ afläsningarne i fixpunkterna, h deras höjdskilnad samt u afläsningen i en punkt, hvars höjd x öfver eller under en af fixpunkterna sökes, så kan man för smärre höjdskilnader sätta: $a—a_{,}:a—u = h:x$, hvaraf

$x = [h/(a - a_{,})](a - u) = C_{,}(a - u)$ ...... (64).

Det torde väl knapt behöfva påpekas att koefficienten C endast gäller vid det tillfälle, då den blifvit bestämd. Vid en annan temperatur och ett annat lufttryck skulle en annan koefficient hafva erhållits.

Mätningen blir, såvida ej synnerlig stadig väderlek råder, först tillförlitlig, om man korrigerar för förändringar i

lufttrycket — iakttagna på sätt förut blifvit anfördt genom observationer vid en stillastående barometer i en af fixpunkterna — eller om man gör en observationsserie i motsatt riktning mot den förra och inför aritmetiska mediet af afläsningarne i hvarje punkt Vid koefficientens bestämning införes aritmetiska mediet af de båda afläsningarne i den första fixpunkten..

Denna interpoleringsmätning har det stora företrädet framför de andra sätten, att den ej förutsätter någon reduktionsformel och således ej fordrar aneroidbarometerns jemförelse med en qvicksilfver normalbarometer; att den ej fordrar någon temperaturbestämning (man antecknar dock temperaturerna för att kunna kontrollera mätningen) samt att beräkningen af höjdskilnaden är ytterst lätt verkstäld.

Vi meddela här nedan jemförelse mellan en afvägning och en enligt denna metod af prof. Jordan utförd mätning under en jernvägsresa, hvarvid observationerna egde rum vid jernvägsstationerna och såväl under fram- som återresan.

Station.	Aneroid-barometer.	Höjder i meter gifna.	beräknade.	afvägda	Fel.
	m.m.	m.		m.	
1	738,1	281,3	—	281,3	—
2	738,7	—	274,6	273,3	+ 1,2
3	741,7	—	240,9	237,3	+ 3,6
4	746,4	—	188,1	187,2	+ 0,9
5	750,6	—	140,9	140,8	+ 0,1
6	751,2	—	134,2	133,6	+ 0,6
7	752,2	—	122,9	123,4	− 0,5
8	752,7	117,3	—	117,3	—
			14,6	164,0	

Som synes, kan vid stadigt lufttryck och stadig temperatur denna höjdmätningsmetod lemna synnerligen skarpt resultat, då höjdskilnaderna äro små och två korresponderande serier göras; och äfven om den skärpa, som ofvanstående protokoll utvisar, i allmänhet ej kan påräknas, så torde, när lufttryck och temperatur hålla sig stadiga, metoden dock blifva synnerligen förmånlig att använda, då man på 5 à 10 kilometers afstånd från hvarandra har fixpunkter så belägne, att deras höjdskilnad med hänsyn till mellanpunkternas lägen är tillräckligt stor för att koefficienten må med erforderlig skärpa kunna bestämmas. I allmänhet böra

mellanpunkternas absoluta höjder ligga mellan fixpnnkternas absoluta höjder.

136. Noggrannhet. En god aneroidbarometer torde i fråga om förmåga att angifva lufttryckets vexlingar ej stå långt efter qvicksilfverbarometern. Utslaget är för samma tryckförändring betydligt större hos den förre än hos den senare. Häraf skarpare afläsning vid aneroidbarometern. Dock må erinras, att, när genom utvexling utslaget förstoras, äfven utslagsfelet förstoras. En god aneroidbarometer gifver märkbart utslag, om den flyttas från ett bord till golfvet och tvärtom.

Förutsatt att aneroidbarometrarne äro i godt skick, torde mätning med två sådane i noggrannhet ej stå långt efter mätning med två qvicksilfverbarometrar, åtminstone, när det ej är fråga om mycket stora höjdskilnader. Vi kunna derför hänvisa till 132. Dock anse vi oss böra påpeka, att ett fel i aneroidbarometerns temperatur vanligen har större inflytande än ett fel i qvicksilfverbarometerns. Vid den senare ändrar sig qvicksilfverpelaren med 1 m.m. för hvar 10:de grad; vid aneroidbarometern utslaget i allmänhet med 1 m.m. för hvar 5:te à 10:de grad. Det må imellertid framhållas, att oaktadt korrektionskoefficienten för reduktionen till 0° är ganska stor, att den vid mätning af små höjder ej får stor betydelse. Är temperaturen lika i båda stationerna (temperaturen faller ungefär 0,5°, då höjden ökas med 100 meter) så taga korrektionstalen i det närmaste ut hvarandra (de göra det för samma temperatur helt och hållet, om man, såsom för små höjdskilnader, anser höjdskilnaden vara proportionel med skilnaden mellan barometerhöjderna).

Det torde väl knapt behöfva påpekas, att vi i det föregående hufvudsakligen afsett aneroidbarometrar af större dimensioner. På de små aneroidbarometrar i västficksformat, som numera temligen allmänt förekomma, kan man ej ställa stora anspråk, i synnerhet om de ej äro tillverkade af en framstående fabrikant och ej äro uppgifna som höjdmätningsbarometrar Nyare afhandlingar om aneroidbarometern äro: Die Aneroide von *Naudet* und *Goldschmid* von *Joseph Höltschl*, Wien 1872; Polemiska afhandlingar i *Carls* Repertorium der techn. Physik för 1874; En uppsats i tidskriften *der Civilingenieur* för 1875, m. fl.

*

Sjunde kapitlet.

Instrument för grafisk vinkelmätning.

137. Redan uti inledningen har det blifvit antydt att detaljmätningar i horisontalplanet verkställas enligt två olika metoder. Enligt den ena sker mätningen och kartläggningen hvar för sig; enligt den andra ega de rum samtidigt, i det att mätningen utföres grafiskt. Den grafiska mätningen grundar sig hufvudsakligen på direkt uppritning af vinklar. Man betjenar sig härvid af *mätbordet* och *syftlinialen* (diopterlinial eller tublinial). På mätbordet spännes papperet; med tillhjelp af syftlinialen verkställes den grafiska konstruktionen.

Mätbordet.

138. Mätbordet uppfanns 1590 i Nürnberg af professor Prætorius, som således kan sägas hafva lagt grunden till den grafiska planmätningen. Vi hafva i fråga om mätbordet att fästa oss vid taflans sammansättning, mekanismen för dess inställning, vridning och förflyttning i horisontalplanet samt stativets konstruktion.

Taflan (350 à 550 m.m. i fyrkant), som i allmänhet har qvadratisk eller rektangulär form, förfärdigas af något lätt träslag, som derjemte ej har benägenhet att kasta sig skeft (lind). För att ytterligare förhindra kastning sammansättes taflan af två eller flera tunna skifvor och på så sätt, att träfibrerna komma vinkelrätt mot hvarandra. I Sverige brukas i allmänhet två skifvor, åtskiljda af ett mellanrum, uppkommet genom att skifvorna äro limmade på hvar sin sida af en kantram. För att imellertid få uppstyfning på midten äfvensom tillräckligt gods för anbringandet af fästskrufvarnes muttrar, äro de båda skifvorna förenade genom ett kors. Vid små rekognoseringsbord består taflan ofta af en enkel skifva, uppstyfvad af en kantram. En del taflor hafva en orienteringskompass infäld vid det ena hörnet.

Taflans fastläsning vid stativets öfverdel sker på olika sätt. Mest användbar för större matbord torde inrättningen med kors och ring vara. Korset *a* (fig. 133), som är förbundet med en för stativtappen *t* passande hylsa, kan

fastläsas vid taflan medelst ringen *b* och de fyra skrufvarne *c*. Ringens diameter är så stor (120 à 180 m.m.), att man i händelse af noggrann centrering af punkten på taflan öfver stationspunkten kan, sedan skrufvarne *c* blifvit behörigen tillbakavridna, utan att rubba stativet, erforderligt förskjuta taflan. Taflan kan aflyftas från eller vridas kring stativtappen, när klämskrufven *k* blifvit behörigen tillbakavriden.

Fig. 133, 134.

Några olika konstruktioner af mätbord, befintliga i Teknologiska Institutets samlingar, må i det följande i korthet antydas.

Fig. 133 och 134 visa en skiss af ett större matbord af god, men dyrbar konstruktion. Taflan, fastläst medelst ring och fästskrufvar vid korset, kan, när klämskrufven *k* är uppskrufvad, vridas på fri hand och, när den är tillskrufvad, vridas genom orienteringsskrufven *m*. Stativets öfverdel är fastläst vid stativplattan förmedelst den sferiska nöten *n*, inpassad uti en motsvarande fördjupning hos stativplattan, men kan, genom att nöten är på tre sidor affasad, för ett visst läge aflyftas från nämnde platta. Horisonteringen sker med de fyra skrufvarne *s*, hvarvid rörelsen eger rum kring nötens medelpunkt.

Fig. 135.

Fig. 135 antyder den i Sverige mest använda konstruktionen. Taflan kan endast med fri hand horisonteras och orienteras. Det förra sker, sedan klämskrufven *k* blifvit behörigen uppskrufvad under vridning kring nöten *n*; det senare sedan klämskrufven *s* blifvit lösskrufvad genom vridning kring tappen *t*.

Fig. 136 visar i ungefär en femtedels skala ett litet, med undantag af skrufvar och infälda muttrar, uteslutande af trä förfärdigadt rekognoseringsmätbord, som med billighet och enkelhet förenar stadga. Tvärstycket *t* är genom fyra skrufvar *s* fästadt vid taflans ram. Taflans rörelse såväl vid horisontering som vid vridning eger rum kring nöten *n*, fastklämd så länge skrufven *u* är tillskrufvad. Sistnämnde skruf verkar nämligen på det af en bygel i omfattade häfstycket *v*. Nöten är fastskrufvad och limmad vid den af masur gjorda stativprisman.

Fig. 136.

139. Att fästa papperet på taflan. När papperet på öfligt sätt blifvit fuktadt, lägges taflan på detsamma; derefter vikes papperet öfver taflans kanter och fastlimmas, sedan det öfverflödiga blifvit bortskuret, med tillhjelp af munlim vid dessa kanter (vid två motsatta kanter först). Man bemödar sig, att ej fukta papperet mer än nödigt är, och att ej genom för hastig torkning åstadkomma för starka spänningar uti detsamma. Ju tjockare papperet är, ju mer det blifvit fuktadt, desto större blir krympningen, då det afskäres. Denna krympning, som är till stort men, emedan den förfalskar kartan, uppgår liniärt i medeltal till 1 %. Det har blifvit föreslaget att kringgå krympningen genom att före papperets afskärning vid detsamma fastlimma en träram, som på samma gång den förhindrar krympningen tillåter konceptkartans kopiering.

För att i fuktig väderlek hindra papperet att svälla och skrynkla sig, kan man förfara sålunda: Man vispar ägghvita tills den skummar, låter skummet lösa sig, afhäller, sedan tjockare partiklar afsatt sig, den öfre klarare vätskan,

bestryker härmed likformigt afvigsidan af papperet och lägger den mot taflan. När papperet blifvit med tillhjelp af två handdukar struket från midten åt sidorna, vikes det öfver taflans kanter och fastlimmas med munlim.

För att undvika besväret med papperets limning har man användt en lös ram, som jemnt och nätt passar kring taflan och som, när den trädes på, spänner och fäster det öfver taflans kanter vikna papperet. Papperet blir dock ej i önskvärd mån spändt på detta sätt.

Diopterlinialen.

140. I 13 och 14 ha vi vid redogörelsen för dioptersigtet ej kunnat underlåta att äfven omtala diopterlinialen. Hänvisande till 13 och 14, återstår rörande diopterlinialen endast att tala om dess pröfning och justering.

141. Diopterlinialen pröfning och justering. Af diopterlinialen fordras:

1) att okularsprickan och objektivtråden bestämma ett syftplan, som bildar rät vinkel med linialens hvilplan;

2) att detta syftplan är parallelt med linialkanterna, som således i sin ordning böra vara parallela med hvarandra.

För att undersöka om vilkoret 1) är uppfyldt, uppställes diopterlinialen på en horisontel mättafla och upphänges på lämpligt afstånd ett lodsnöre. Om under syftning vid olika ställen af sprickan objektivtråden synes täcka snöret, så är vilkoret 1) påtagligen uppfyldt. Täckes deremot ej snöret af objektivtråden, så kan detta bero på att sprickan eller tråden eller båda gemensamt afvika från vertikalplanet. Man undersöker först huru det förhåller sig med tråden; betäcker derför sprickan, så att man blott kan syfta vid ett ställe af densamma. Visar sig då tråden ej täcka snöret, så står den ej lodrätt — och dess läge måste ändras. Är tråden justerad, så står sprickan ej lodrätt, om under syftning vid olika ställen af densamma tråden ej synes täcka snöret. På detta sätt pröfvas samtlige sprickor och trådar.

De flesta dioptrar kunna uti ifrågavarande afseende endast justeras af instrumentmakaren. Det gifves imellertid äfven sådane som kunna på fältet justeras. Vid dem äro sprickan och tråden anbringade i ställbara skifvor.

Det säger sig sjelf, att ett fel uti ifrågavarande afseende inverkar menligare i samma mån som terrängen är kuperad.

För att pröfva om vilkoret 2) är uppfyldt, uppställer man så långt isär som möjligt två synålar på taflan, och

vrider densamma tills en lämplig signal kommer i linie med dem; lägger linialkanten, som skall pröfvas, intill nålarne och efterser om signalen ligger i syftplanet eller (om linialkanten ligger vid sidan af syftplanet) lika mycket afsides från syftplanet som linialkanten.

Ett annat sätt är att, sedan linialkanten blifvit lagd utefter två på taflan uppstälda lika grofva nålar, inrikta en signal; derpå med upp och nedvändt instrument lägga samma linialkant intill nålarne och efterse om signalen nu kommer i syftplanet. Att i stället för upp- och nedvända ändvända instrumentet (såsom i en del läroböcker finnes uppgifvet) leder påtagligen ej till målet.

Om en diopterlinial ej uppfyller vilkoret 2), så blir mätningen ej oriktig, när *samma linialkant* och *samma tråd och spricka* användas. De utefter linialkanten dragna linierna blifva visserligen förvridna, men blifva det lika mycket. Härigenom blir mätningen i sin helhet något förvriden i förhållande till terrängen, men i öfrigt ej oriktig.

Tublinialen.

142. Vid tublinialen (fig. 137) är dioptersigtet ersatt af en tub, som kan vridas kring en med linialens hvilplan parallel och mot linialkanten vinkelrätt liggande axel. Kollimationsaxeln kommer således, då instrumentet är uppstäldt på ett horisontelt underlag, att vid tubens vridning alstra

Fig. 137

ett med linialkanten parallelt vertikalplan. Tuben vrides såväl för hand som ock med en inställningsskruf *m*. Vid den enkla — ej för distans- eller höjdmätning inrättade — tublinialen äro parallel-linialen *p* samt den graderade vertikalcirkeln öfverflödiga.

143. Pröfning och justering. Af tublinialen fordras:

1) att kollimationsaxeln bildar rät vinkel med horisontalaxeln;

2) att horisontalaxeln är parallel med linialens hvilplan;

3) att kollimationsplanet är parallelt med linialkanten.

För att undersöka om vilkoret 1) är uppfyldt, förfar man på sätt som i 53—2) finnes närmare anfördt. Detta vilkor har imellertid instrumentmakaren i sin makt att vid detta instrument med erforderlig noggrannhet få uppfyldt, hvadan någon justerinrättning härför vanligen ej är anbringad.

För att pröfva om vilkoret 2) är uppfyldt förfar man, sedan tublinialen blifvit uppstäld på ett horisontelt underlag, enligt 53—3). Justeringen eger rum genom att man med skrufvarne *d* och *e* (fig. 137) rubbar ståndarens ställning i förhållande till linialen.

För att pröfva om vilkoret 3) är uppfyldt förfar man, enligt det första sättet, som under 2) är anfördt för diopterlinialen. Justeringen eger rum i och med ståndarens vridning, sedan skrufvarne *u* blifvit lösskrufvade.

Orienteringskompassen.

144. För att på kartan angifva meridianens riktning, vid mindre noggranna mätningar orientera taflan eller förbereda en skarpare orientering af densamma, betjenar man sig af orienteringskompassen. Orienteringskompassen består vanligen af en aflång kompassdosa, som på så sätt är fastad vid en linial, numera ofta vid nyare tublinialer (fig. 138), att norr- och söderstrecket ligger parallelt med linialkanten. På rekognoseringsmätbord är kompassen ofta infäld uti taflan.

Fig. 138.

För en närmare belysning hänvisas till Vinkelmätningskompassen.

Vill man med kompassen inlägga på taflan den geografiska meridianen, så vrides linialen, tills nålen pekar på missvisningstalet, och drages en linie efter linialkanten.

För att med kompassen orientera taflan, lägger man i alla stationer linialkanten efter samma orienteringslinie och vrider taflan tills nålen pekar på samma streck, som i föregående stationer.

Mätbordets och syftlinialens användning vid grafisk vinkelmätning.

145. Mätbordets uppställning och orientering. Mätbordet skall så uppställas, att stationspunkten på taflan kommer lodrätt öfver stationspålen på terrängen. Detta låter i händelse af noggrann centrering lättast verkställa sig med tillhjelp af en lodgaffel (fig. 139). Dock användas sådane numera sällan, emedan man lika fort och i de flesta fall med tillräcklig skärpa når målet genom att under punkten på taflan hålla och släppa en sten. Träffar den stationspålen, är matbordet centreradt; hvarom icke få antingen stativbenen flyttas eller, sedan ringens fästskrufvar lösskrufvats, taflan förskjutas.

Fig. 139.

Taflans inriktning i horisontalplanet sker dels efter ögonmått, dels med dosvattenpass eller rörvattenpass — det sista endast nödigt att använda, om jemte planmätning äfven höjdmätning skall direkt från taflan verkställas, såsom t. ex. med Reichenbachs afståndsmätare. Dosvattenpasset är, såsom blott fordrande en uppställning, vida beqvämare att använda och medgifver tillräcklig noggrann inställning för planmätning.

Ett mätbord är *orienteradt* i en station, om stationspunkten på taflan ligger lodrätt öfver stationspålen på terrängen och om samtidigt en rät linie på taflan är parallel med motsvarande linie på terrängen. För att med hänsyn till från föregående stationer bestämda punkter orientera mätbordet i en ny station, som äfvenledes på taflan blifvit bestämd, uppställes matbordet så, att stationspunkten på taflan kommer lodrätt öfver stationspålen, lägges syftlinialen ut efter

linien, som bestämmes af stationspunkten och en annan från föregående station bestämd punkt på taflan samt vrides taflan, tills den i motsvarande punkt på terrängen uppställda signalen kommer i syftplanet. Vanligen kontrollerar man orienteringen på en punkt till.

Föregående orienteringssätt kan vid mindre noggrann mätning ersättas genom orientering efter kompass (fig. 138). Om i första stationen en orienteringslinie drages, vare sig i riktning af den magnetiska eller den geografiska meridianen (i sistnämnde fall magnetnålen instäld på deklinationsvinkeln), så behöfver man blott i en följande station förlägga orienteringskompassens linialkant utefter denna linie och sedan vrida taflan tills magnetnålen intager samma läge. (på 0° eller på deklinationsvinkeln) som i första stationen för att få taflan orienterad. Om, såsom vid rekognose-ringsmätbord, en kompassnål är infäld uti taflan, så vrides taflan, tills nålen pekar på ett anbringadt indexstreck. Af hvad i 73 blifvit anfördt framgår, att denna orienteringsmetod ej kan medföra synnerligen skarp orientering. Den användes derför endast vid rekognoseringsmätning eller vid topografisk fältmätning.

För huru ett bräde kan orienteras i en punkt, hvars läge på taflan ej är kändt, se 150 och 151.

Olika sätt att grafiskt bestämma punkter.

146. Den grafiska mätningen består i allmänhet uti att på taflan konstruera trianglar, som äro likformiga med motsvarande trianglar på terrängen. Nöjer man sig blott med likformighet, så behöfver man ej veta någon sidas verkliga längd; vill man derjemte äfven att triangelsidorna på taflan skola vara i en bestämd skala uppritade, så måste minst en af sidorna (*baslinien*) vara till storlek känd och uti denna skala uppritad på taflan. I följande problem må antagas, att man — såsom vanligen är fallet — vill mäta i bestämd skala.

147. Bestämning af en punkt genom framåtafskärning.

Detta sätt, det vid grafisk planmätning allmännast använda består uti, att man, under syftning från ändpunkterna af en känd baslinie till punkten i fråga, uppritar vinklarne vid basen. Låt (fig. 140) *ABC* vara triangeln på terrängen, *AB* vara baslinien och *ab* vara den motsvarande uti en gifven skala afsätta linien på taflan. För att bestämma punkten *c* på taflan uppställes mätbordet öfver någon af

Fig. 140.

basliniens ändpunkter, låt vara *A*, och så att *a* kommer lodrätt öfver *A*; derefter lägges linialkanten utefter *a b*, och vrides taflan tills syftplanet träffar en i *B* stäld signal. *a b* är då parallel med *A B*. År matbordet sålunda orienteradt, vrides dioptern kring en i *a* uppsatt fin synål tills syftplanet sammanträffar med en signal i *C*, och sedan drages med passarspetsen eller en hård blyerzpenna en ytterst fin linie (diagonal) utefter linialkanten. Mätbordet uppställes och orienteras nu i *B* — *b* öfver *B* — på samma sätt som förut i *A*, och sedan synålen blifvit flyttad till *b* syftas ånyo på signalen i *C* samt drages en linie *(afskärningslinie)* utefter linialkanten. Skärningspunkten mellan diagonalen och afskärningslinien är den sökta punkten; ty triangeln *a b c* är likformig med *A B C* och sidorna *a c* och *b c* förhålla sig till *A C* och *B C* som *a b* förhåller sig till *A B*, d. v. s. de hafva blifvit uppritade i den gifna skalan.

Då punkten *C* får hafva hvilket läge som helst, så kan man under stationeringen i *A* draga diagonaler till flera punkter och under stationeringen i *B* draga afskärningslinier till samma punkter. Man kan alltså från en baslinie bestämma hvilken punkt som helst, så snart den är synlig från basliniens båda ändpunkter. Punkten *c* blir skarpare bestämd i samma mån som vinkeln *C* närmar sig till en rät vinkel. Mycket spetsiga eller trubbiga vinklar böra, såsom lemnande osäkra afskärningar, undvikas.

148. Bestämning af en punkt genom bakåtafskärning.

Detta mätningssätt består uti, att genom stationering och syftning i den gifna basliniens ena ändpunkt samt uti punkten i fråga upprita vinklarne vid basen. Låt (fig. 141) *A B C*

vara den gifna triangeln, *A B* den kända sidan samt *a b* vara den motsvarande, i bestämd skala på taflan uppritade linien, och antag vidare att *B* är otillgänglig eller att man ej har fördel af att stationera i denna punkt.

Sedan matbordet blifvit på förut anfördt sätt uppstäldt och orienteradt i *A*, drages en diagonal till *C*. Mätbordet uppställes sedan i *C*. Som imellertid, längden af *A C* ej är känd och således punkten *c* ej kan afsättas från *a*, får man, för att kunna något så när orientera matbordet öfver *C*, efter ögonmått eller genom stegning uppskatta *A C* och i den gifna skalan afsätta *a c*. När *c* blifvit sålunda approximativt utsatt lodas *c* öfver *C*, lägges linialkanten utefter *c a* och vrides taflan tills syftplanet träffar en i *A* uppstäld signal, d. v. s. till *c a* är parallel med *C A* Sättes nu nålen i *b* och vrides diopterlinialen kring *b* tills signalen i *B* insyftas samt drages en linie (bakåtafskärningslinie) utefter linialkanten, så erhålles en punkt *c, som är den sökta, om den ligger lodrätt öfver C, men som eljest är den tredje punkten i en triangel a b c, likformig med A B C, i stället för med A B C. Som imellertid orienteringsfelet C C, sällan öfverstiger 30 m.m. under det att sidorna C B och C, B i allmänhet uppgå till 50 à 1000 meter, så är felvinkeln C B C, så liten (se 153), att den i allmänhet rymmes i en blyerz-linie (felet för a c, erhålles om c c, divideras med skaltalet). Vill man imellertid söka att skarpare bestämma den motsvarande punkten till C, så orienteras mätbordet med c, lodrätt öfver C, och göres ett nytt bakåtsnitt. Man finner då i allmänhet, att de båda afskärningslinierna sammanfalla; men om icke, är den sista punkten den sökta.*

Fig. 142.

Har vid stationeringen i A diagonaler dragits till kringliggande punkter, så kan, sedan c, blifvit bestämd, afskärningar dragas vid stationeringen i C till samma punkter och dessa sålunda bestämmas från A C såsom baslinie.

149. Att bestämma en punkt genom polarmätning. *Detta mätningssätt, som hufvudsakligen användes, då en punkt blott är synlig eller kan bestämmas från en station, består uti att man till den ifrågavarande punkten drager en diagonal,*

hvarpå det med kedja eller på annat sätt uppmätta afståndet till punkten från stationspunkten på taflan afsättes.

Huru man kan på detta sätt kartlägga en månghörning, då hörnstrålarnes längder äro kända, antyder fig. 142.

150. Att, då längden af en linie, hvars ändpunkter äro otillgängliga, är gifven, orientera matbordet i en närliggande punkt. Låt (fig. 143) *A B* vara linien, hvars ändpunkter *A* och *B* äro otillgängliga, *a b* vara motsvarande linie på taflan och *C* vara den punkt, i hvilken man önskar orientera matbordet.

Fig. 143.Fig. 144.

Vore mätbordet så ställdt öfver *C*, att *a b* vore parallel med *A B*, så vore ock problemet lätt att lösa; man hade då blott att lägga linialen intill *a* och *b* och att under syftning på *A* och *B* genom bakåtafskärningslinierna *a A* och *b B* bestämma *c*. För att få *a b* parallel med *A B* förfar man sålunda: Mätbordet uppställes först i en hjelpstation *D*; taflan vrides tills efter ögonmått *a b* är parallel med *A B*, och diagonaler dragas från en lodrätt öfver *D* liggande punkt *d* på taflan till *A*, *B* och *C*. Derefter afsättes från *d* på diagonalen till *C* uti den gifna skalan afståndet *D C* efter ögonmått och, sedan den så funna punkten of blifvit lodad öfver *C* samt *c, d* blifvit på vanligt sätt genom taflans vridning bragt till parallelism med *C D*, dragas afskärningslinier till *A* och *B*. Den så bestämda månghörningen *a, b, c, d* är tydligen likformig med *A B C D* och har sidan *a, b,* parallel med *A B*. Man bringar nu *a b* till att intaga samma läge som *a, b,*; fixerar derför först denna riktning. Detta sker

genom att utsätta en påle *E* lodrätt under*a,* och genom att inrikta med tillhjelp af den utefter *a, b,* lagda syftlinialen en signal *F* på lämpligt afstånd. Lodas sedan (fig. 144) *a* öfver *E*, och vrides taflan tills den nu utefter *a b* lagda linialens syftplan råkar *F*, så är *a b* parallel med *A B* I allmänhet kan det vara tillfyllest att utsätta *F* och sedan med linialen lagd utefter *a b* vrida taflan tills *F* faller i syftplanet. Har punkten *d* valts med urskilning, så faller *a, b,* så nära *a b*, att afståndet mellan dem ej föranleder något fel i parallelismen, förutsatt att *F* är på 75 à 100 meter.. Det återstår alltså, enligt hvad ofvan är nämndt, blott att genom bakåtafskärning från *A* och *B* bestämma den sökta punkten *c*. Visserligen kommer denna punkt, såvida man ej synnerligen väl valt läget af punkten *d* på taflan och vid uppställningen i *D* något så när fått *a b* parallel med *A B*, ej att ligga lodrätt öfver *C*. Denna excentricitet är vanligen utan betydelse och bortskaffas genom att flytta pålen *C* under *c* eller, om denna flyttning af en eller annan orsak ej är tillåten, genom att loda*c* öfver *C* och sedan *c a* är bringad till parallelism med *C A*, göra ett nytt bakåtsnitt (profsnitt) från *B*.

Är *a, b,* ej uppritad på taflan, utan kan få ligga hvar som helst, så förenklas problemet. Man behöfver då (se de streckade linierna) sedan figuren *a, b, c, d* är funnen, blott afsätta längden *a b* från *a,* och genom bakåtsnitt från *B* bestämma *c*.

151. Att, när tre punkter äro gifna, orientera mätbordet i en fjerde punkt. Detta problem, hvarom mycket skrifvits, brukar man benämna *Pothenots* problem. Låt *A*, *B* och *C* vara de gifna punkterna på terrängen, *a*, *b* och *c* vara motsvarande punkter på mätbordet samt *D* vara den punkt, öfver hvilken mätbordet skall orienteras. Det gifves flera olika sätt att lösa detta problem. Enligt några löses det direkt genom konstruktion; enligt andra indirekt genom försök. Vi vilja i det följande först sysselsätta oss med de direkta lösningssätten. Dessa gå ut på, att man genom konstruktion bestämmer punkten *d* på taflan, så att *a b c d* blir likformig med *A B C D*, att man, sedan *d* är funnen, lägger linialen utefter någon af strålarne *d a*, *d b* eller *d c* och slutligen vrider taflan tills syftplanet råkar motsvarande signal på terrängen; motsvarande sidor på taflan och terrängen äro då äfven parallela.

α) Om man (fig. 145, om *D* ligger utanför; fig. 147, om *D* ligger inuti triangeln *A B C*) uppställer mätbordet öfver *D* och från en punkt på taflan som ligger lodrätt öfver *D* drager diagonaler till *A*, *B* och *C*, så erhålles storleken af vinklarne *A D B* = *u* och *B D C* = *v*. Uppritas sedan cirklar, hvilka på *a b* och *b c* såsom kordor rymma vinklarne *u* och *v*, så är dessa cirklars skärningspunkt tydligen den sökta punkten *d*, ty *a b c d* blir då likformig med *A B C D*. Vi måste imellertid på ett mera praktiskt sätt söka så sammanställa vinklarne *u* och *v*, att deras vinkelben gå genom punkterna *a*, *b* och *c*.

Fig. 145.Fig. 146.

Fig. 147.Fig. 148.

Om (fig. 146 om *D* ligger utanför, fig. 148 om *D* ligger inuti triangeln *A B C*) vinkeln *u* afsättes i *c* vid *a c* och vinkeln *v* afsättes i *a* vid *a c* samt kring den så erhållna triangeln *a c e* en cirkel omskrifves, så är, alldenstund de på kordan *a e* stående vinklarne *a d e* och *a c e* äro lika stora och de på kordan *c e* stående vinklarne *c a e* och *c d e* äro lika stora, skärningspunkten mellan den förlängda *b e* och nyssnämnde cirkel den sökta punkten *d*. *b e* är således orienteringslinie för *B*.

För att på lämpligt sätt vid *a c* afsätta vinklarne *u* och *v* kan man gå till väga sålunda: Man lägger (fig. 149 om *D* ligger utanför, fig. 152 om *D* ligger inuti triangeln *A B C*) liniaien efter *c a*, vrider taflan tills syftplanet råkar signalen *A* och afsätter *u*, i det man från *c* drager en diagonal till *B*; man ändvänder linialen, lägger den ånyo efter *c a*, vrider taflan tills syftplanet råkar *C*, och afsätter *v*, i det man från *a* drager en diagonal till *B*. Egentligen skulle (såsom fig. 149 och 152 visa) *c* och *a* lodas öfver *D*; men i de flesta fall utöfvar den excentricitet som föranledes af ofvannämnde förfaringssätt så oskyldigt inflytande, att besväret med lödning kan undvikas. Är imellertid punkten *e* sålunda funnen, så lägges linialen efter orienteringslinien *e b*, som utdrages, och taflan vrides till syftplanet råkar *B*; *e b* är då (fig. 150

Fig. 149—151.

och 153) parallel med *D B* och således är äfven *a b* parallel med *A B*, och om en bakåtafskärningslinie drages genom *a* från *A*, så erhålles, alldenstund *d*, enligt hvad förut blifvit visadt, skall ligga på den förlängda, *e b*, i skärningspunkten mellan dessa båda linier punkten *d*. Som verifikation bör äfven en bakåtafskärningslinie genom *c* från *C* gå genom *d*. Skulle *e* falla utanför taflan, något som inträffar, då *D* ligger i närheten af någon triangelsida, så kan man lätt, sedan de båda vinkelbenen till *e* äro funna, genom konstruktion bestämma läget af linien *e b*. Man drager (fig: 154) för detta ändamål genom *b* en linie *f g*, som råkar vinkelbenen, och på lämpligt afstånd en härmed parallel linie *h i*, som äfvenledes råkar de båda vinkelbenen, delar sedan *h i* i k, så att delarne förhålla sig som *b f* och *b g*. Linien *b k* år den sökta orienteringslinien. För att i likartade fall med detta på taflan draga parallela linier, behöfver man blott syfta och draga diagonaler till en tillräckligt aflägsen punkt.

Fig. 152.Fig. 154.

Ifrågavarande problem kan ej lösas – man har ej tillräckligt många bekanta storheter – om D ligger på den cirkel som kan skrifvas omkring triangeln *A B C*; ty (fig. 145) cirkeln, som på kordan *A B* (*a b*) rymmer vinkeln *u*, sammanfaller då med cirkeln, som på kordan *B C* (*b c*) rymmer vinkeln *v*, och i hvarje punkt på cirkelns periferi blifva alltså vinklarne *u* och *v* sammanstälda, om linier dragas från densamma till *a*, *b* och *c*. Detta visar sig vid konstruktionen enligt fig. 149 och 152 deruti, att *e* sammanfaller med *b* - man får således ingen orienteringslinie.

Det säger sig sjelf att lösningen blir osäkrare i den mån *D* ligger nära cirkeln — i samma mån blir orienteringslinien *e b* kortare. Man måste derför vid val af stationen *D* fästa behörigt afseende på dess läge i förhållande till *A, B* och *C*.

β) Med tillhjelp af kalkerpapper kan man lösa ifrågavarande problem på följande enkla sätt: Man uppställer mätbordet öfver *D*, lägger kalkerpapperet ofvanpå det andra papperet på taflan och drager från en punkt *e* lodrätt öfver *D* diagonaler till *A*, *B* och *C*; skjuter kalkerpapperet tills de på det undre papperet uppritade punkterna *a*, *b* och *c* täckas af motsvarande vinkelben på kalkerpapperet och genomsticker med passarspetsen punkten *e*, hvarigenom *d* på det underliggande papperet erhålles. Sedan *d* är funnen, sker orientering med tillhjelp af någon af strålarne *d a*, *d b* eller *d c* under syftning på *A*, *B* eller *C*. Om *D* ligger på den omkring *A B C* gående cirkeln, så kan för alla lägen af *e* på den kring *a b c* skrifna cirkeln vinkelbenen fås att gå genom *a*, *b* och *c* — och problemet är olösligt.

γ) Följande indirekta lösningssätt kunna understundom med fördel användas.

Man uppställer (fig. 149 och 152) med ledning af orienteringskompass eller i brist deraf efter ögonmått mätbordet öfver *D*, så att den sökta punkten kommer att ligga lodrätt öfver *D* och sidorna *a b, b c* och *a c* komma att ligga parallelt med motsvarande sidor på terrängen; drager sedan bakåtafskärningslinier genom *a, b* och *c* från *A, B* och *C*. Om dessa linier råkas i *en* punkt, så är denna den sökta (såvida ej *D* ligger på den cirkel som kan skrifvas om *A B C*; hvarom ej så erhålles (fig. 151 och 155) en feltriangel. Det kan lät bevisas: att, när *D* ligger uti triangeln *A B C*, *d* ligger uti feltriangeln och att, när *D* ligger utanför *A B C*, *d* ligger utanför feltriangeln. Man vrider taflan en obetydlig vinkel; gör ånyo bakåtafskärningar och erhåller sålunda åter en feltriangel, som, när *D* ligger *inom A B C* (fig. 155), omsluter eller omslutes af den första feltriangeln och när *d* är *utom A B C* (fig. 151), ligger utanför den förra feltriangeln. Sammanbindas triangelspetsarne uti den ena fel triangeln med motsvarande spetsar — de spetsar, som uppkommit genom motsvarande afskärningslinier — uti den andra, så skära, förutsatt att feltrianglarne ej varit för stora, de tre förbindningslinierna hvarandra uti den sökta punkten *d*.

För att erhålla skarp afskärning söker man, när *D* ligger inom *A B C*, att vrida taflan så, att den andra feltriangeln blir mindre än den första och så liten som möjligt och,

när *D* ligger utom *A B C*, att vrida den så, att den sista feltriangeln blir liten och på motsatt sida om *d* mot den första. Till ledning för vridningshållet i första fallet har man, att *d* ligger inom den första feltriangeln; man antager derför tills vidare en punkt *o* inom denna triangel såsom den rätta och orienterar efter någon af strålarne *o a, o b* och *o c*. Till ledning for vridningshållet i sista fallet är svårt att gifva någon praktisk regel; och den lätthet, hvarmed det låter sig göra att försöksvis utröna detsamma, gör en sådan regel öfverflödig.

Sedan *d* är funnen sker orientering på vanligt sätt efter någon af strålarne *d a, d b* eller *d c*. Detta sätt leder naturligtvis ej heller till målet om *D* ligger på den cirkel, som kan skrifvas om *A B C*.

152. Att när två punkter äro gifna orientera i en punkt, hvars afstånd tili en af dessa punkter är kändt. Låt (fig. 156) *A* och *B* vara de gifna punkterna på terrängen samt *a* och *b* motsvarande punkter på taflan, *C* vara den punkt, i hvilken mätbordet skall orienteras sedan afståndet *C B* blifvit genom mätning bestämdt. Problemet löses indirekt sålunda: Sedan man efter ögonmått gjort *a b* parallel med *A B* och med *B C* till radie i den gifna skalan ritat en cirkelbåge, drager man på försök genom *a* och *b* två bakåtafskärningslinier från *A* och *B*. Ligger dessa liniers skärningspunkt på cirkelbågen, så är denna punkt den sökta punkten *c*; hvarom icke förbättrar man med ledning af föregående försök orienteringen genom lämplig vridning af taflan och gör ånyo bakåtsnitt. Sammanbindas sedan de båda skärningspunkterna, så kan man i allmänhet antaga den punkt, der linien råkar cirkelbågen, såsom den sökta punkten *c*.

Fig. 156.

153. Noggrannhet vid mätning med mätbord och syftlinial. Ehuru det under lämpliga förhållanden ej gifves något sätt att skarpare kartlägga en punkt relativt till två andra punkter än genom en grafisk triangelmätning, så lemnar dock den grafiska mätningen, om man sedermera vill uttrycka resultaten i siffror, en temligen begränsad noggrannhet, alldenstund konstruktionen ej kan utföras med

matematiska linier och punkter. Om det antages att konstruktionslinierna i allmänhet äro 0,1 m.m. breda, så kan man i skalorna ¹⁄₁₀₀₀, ¹⁄₂₀₀₀, etc., ej kartlägga en punkt eller på kartan uttaga afstånd skarpare än på 100, 200 m.m. etc. när. Antages vidare att ej längre konstruktionslinier än 200 m.m. förekomma, så är det vinkelfel, som hvardera af dessa linier rymmer, (206265·0,1)⁄200 = 103 sek.

Förutom af den grafiska metodens uttrycksmedel inskränkes äfven noggrannheten af syftlinialens ofullkomligheter och en mer eller mindre felaktig uppställning af mätbordet.

Hänvisande till hvad i 14 blifvit sagdt rörande diopterlinialen, må hvad beträffar tublinialens kollimationsfel och dess horisontalaxels lutning anföras, att de i vanlig terräng i allmänhet föranleda mindre vinkelfel än det nyss anförda gränsfelet; att de deremot i kuperad terräng kunna föranleda fel, som i den grafiska konstruktionen blifva märkbara. Med anledning häraf kan det i mycket kuperad terräng vara förmånligt att hafva vattenpass på horisontalaxeln. De inom landtmäteriet begagnade diopterlinialerna förekomma understundom så groft arbetade, att de ej förmå mäta med den noggrannhet, som kan grafiskt uttryckas.

Vi hafva flera gånger i det föregående lemnat utan afseende inflytandet af att punkten på taflan ej legat exakt öfver punkten på terrängen. Om det såsom förut antages, att bredden af en konstruktionslinie är 0,1 m.m. och att ej längre konstruktionslinier än 200 m.m. förekomma, så kan (under temligen ogynsamt läge af excentricitetslinien) den spetsiga (basen motstående) vinkeln uti en likbent triangel, hvars bas är 0,1 och hvars båda lika sidor äro 200 m.m. antagas såsom gräns för det tillåtna, excentriciteten motsvarande vinkelfelet. Betecknas längden af en triangelsida på terrängen med *l* och den största tillåtna excentriciteten (afståndet mellan punkten på terrängen och lodlinien som går genom punkten på taflan) med *x*, så är, alldenstund felgränstriangeln på taflan skall vara likformig med feltriangeln på terrängen, $x = 0,1\ l/200 = l/2000$. För $l = 100$ meter skulle den tillåtna excentriciteten vara 50 m.m. Vid grofva dioptrar kan den saklöst vara ännu större.

Taflans lutning utöfvar för mindre lutningsvinklar så ringa inflytande, att den vid mätning i plan terräng med erforderlig noggrannhet kan efter ögat horisonteras.

I kuperad terräng deremot är en noggrannare horisontering nödvändig; dock är inställning med ett dosvattenpass, när terrängen ej är synnerligen kuperad, i allmänhet tillfyllest.

Om nål användes i stationspunkten på taflan, så kommer linialen att afvika från punkten med nålens halfva diameter. Det häraf föranledda felet blir ganska stort, om ej en synnerligen fin nål användes.

Tublinialen lemnar större skärpa än diopterlinialen och användes vanligen vid grafisk triangelmätning; dock torde vid detaljmätning en *god* diopter lemna en de grafiska uttrycksmedlen fullt motsvarande noggrannhet, på samma gång den vid dragning af diagonaler och afskärningslinier medgifver betydligt snabbare mätningsoperationer än tublinialen.

*

Åttonde kapitlet.

Distans- och höjdmätnings-instrument.

154. Man har på senare tider genom att åvägabringa en förening mellan teodolit och distansmätare sökt erhålla instrument, som skulle kunna användas vid snart sagdt alla för praktiska ändamål förekommande mätningar. Dessa instrument, hvaraf flera olika konstruktioner finnas och som brukar benämnas *universalinstrument* eller *taschyometrar*, äro

föremål för mycket olika omdömen. Ehuru det nog gifves många tillfällen, då användandet af sådane kan vara förmånligt, torde det dock vara för tidigt att yttra sig om huruvida de kunna påräkna någon vidsträcktare användning. Deremot torde de sätt att förena distansmätning med höjdmätning, som enligt Reichenbachs eller Stampfers idé utan komplicering låta utföra sig, hafva framtiden för sig. Vi vilja derför i det följande hufvudsakligen sysselsätta oss med dessa kombinationer.

Reichenbachs distans- och höjdmätare.

155. Reichenbachs inrättning för afståndsbestämning består, enligt hvad förut blifvit antydt, helt enkelt uti att

*Pl.1. Fig. 157.*två med hvarandra parallela hår äro på hvar sin sida om midtkorset insatta uti diafragman. Denna inrättning för afståndsbestämning kan således anbringas på hvilket tubinstrument som helst. Vi vilja i det följande anse den anbringad på en tublinial, emedan den vid detta instrument torde vara mest användbar.

Fig. 137 visar en tublinial, å hvilken Reichenbachs distansinrättning är anbringad. Tuben — vare sig Ramsdens eller Huyghens Som Huyghens tub med hänsyn till aberrationsförhållanden är olämpligt inrättad för de ej centralt förlagda distanskorsen, så är Ramsdens okular att föredraga vid distanstuber. — är på vanligt sätt vridbar kring horisontalaxeln, d. v. s. den kan, om klämskrufven *b* uppskrufvas, med fri hand och, om den tillskrufvas, med mikrometerskrufven *m* inställas på föremålet. Tuben innehåller förutom ett vertikalt tre horisontela hår. Det mellersta hårkorset, som ligger på tubens geometriska axel, användes vid höjdmätning, de båda öfriga, hvaraf ett ligger öfver och ett ligger under detta, angifva afstånd. Hvardera af distanshåren har sin justerskruf *j*, hvarmed det kan närmas till eller aflägsnas från midtkorset. En graderad båge, hvars medelpunkt ligger på horisontalaxeln, har sin nollpunkt i midten samt är åt båda sidor graderad i halfva grader; medelst dithörande nonie *n* kan afläsas på en minut när. Ehuru ej nödvändigt, är det förenadt med åtskilliga fördelar att hafva ett vattenpass på tuben, vare sig fixt eller löst.

Om vid planmätning med ifrågavarande instrument ej någon nål användes, så bör detsamma på sätt fig. 137 visar vara försedt med en parallellinial.

Vid en af herr J. P. Ljungström konstruerad distansmätare (fig. 157, pl. 1) ligger mikrometerskrufven *m* under den tandade bågen och pressas mot densamma förmedelst en fjeder. Man behöfver här blott trycka ner skrufven, när man vill med fri hand vrida tuben, och låta fjedern pressa skrufven mot bågen, när man vill med skrufven inställa tuben. Instrumentet är föröfrigt försedt med en inrättning, som reducerar sneda afstånd till horisontela, och har med denna inrättning, hvartill vi framdeles återkomma, förbundna två trycknålar *t*, med tillhjelp af hvilka man från polnålen, nedstucken uti någon af öglorna *ö*, direkt afsätter af tuben angifna afstånd.

Vid en af herr Dahlman konstruerad distansmätare mätes tubaxelns lutningsvinkel medelst en mikrometerskruf enligt Stampfers idé (se Stampfers distans- och höjdmätare).

Denna skruf, som imellertid ej förmår mäta större lutningsvinklar, kan äfvefl användas, då man vill med större skärpa än hvad tuben förmår bestämma afstånd.

156. Teori. Om (fig. 158) på godtyckligt afstånd från en horisontel distanstub med enkelt okular en vanlig i meter (fot) graderad afvägningsstång uppställes, så inneslutes på denna mellan de båda distanskorsens syftlinier en viss längd h. Om a betecknar stångens, $a_,$, den uppkomna bildens afstånd från objektivets medelpunkt samt b afståndet mellan distanskorsen, så kan på grund af trianglarnas likformighet följande analogi uppställas: $a:a_, = h:b$. Häraf skulle, emedan b är konstant och h kan afläsas, a kunna bestämmas om $a_,$, vore konstant. Som imellertid $a_,$ varierar med a enligt relationen $1/f = 1/a + 1/a_,$ så blir om $a_,$ elimineras

$a - f = (f/b) \cdot h$ .... (165).

Fig. 158, 159.

Man ser häraf, alldenstund f och b äro konstanta, att det sökta afståndet minskadt med objektivets brännvidd är proportionelt med längden h, som mellan distanskorsen afläses på stången. f/b är distanstubens konstant, åt hvilken man genom att minska eller öka afståndet b kan gifva lämpligt värde.

Formeln (165) gäller påtagligen äfven för Ramsdens tub. Vid Huyghens tub är samlingslinsen mellan objektivetoch hårkorsen; men äfven för denna tub är $a — f$ proportionelt mot h; ty om (fig. 159) objektivets omodifierade bild betraktas såsom föremål i förhållande till samlingslinsen och man derjemte besinnar att $u\ o\ v$ är likformig med $c\ o\ d$ och att $u,\ o,\ v,$ är likformig med $u\ o,\ v,$ så får man, om f' betecknar samlingslinsens brännvidd, följande analogier:

$1/f = 1/a + 1/a_,,\ h/a = l/a_,$

och

$-\ 1/x + 1/y = 1/f_,,\ l/x = b/y,$

hvaraf

$a - f = (1 - y/f_,)\ (f/b) \cdot h.$

Enligt 25 är vid Huyghens okular $y = f_,/3$. Insättes detta värde på y, så erhålles

$a - f = (2/3) f/b \cdot h$ .... (166),

Vid såväl Ramsdens som Huyghens tuber äro alltså $a — f$ proportionelt mot h. De skilja sig endast deruti att konstanten för Ramsdens tub är f/b då den för Huyghens tub är $(2/3)f/b$. Som imellertid afståndet b mellan distanskorsen kan efter behag ändras med justerskrufvarne j, så kan man icke destomindre justera båda sortens tuber för samma konstant k. Vi hafva således vid horisontal syftning följande formel för afståndsbestämningen

$a = k \cdot h + f$ .... (167).

Afståndet a mellan objektivet och stången erhålles alltså, om afläsningen mellan distanskorsen multipliceras med k och härtill adderas objektivets brännvidd. Huru man går till väga för att undvika all räkning kommer i det följande att visas.

Om afståndsbestämningen skall (fig. 160) försiggå i kuperad terräng, så utmärkes på afvägningsstången genom en fastklibbad pappersremsa instrumentets (kollimationsaxelns) höjd i vid horisontel tub öfver stationspålen. Inställes sedermera vid hvarje syftning alltid tubens midtkors på denna remsa, så blir den mellersta syftlinien parallel med och lutar således med samma vinkel ($n\ o\ p = B\ A\ q = v$) mot horisonten,

som linien, hvilken sammanbinder stationspålen med den påle, hvarpå stången är uppstäld.

Om stången, uppstäld på en påle B, lutas så att den bildar rät vinkel med den mellersta syftlinien $o\ n$, så erhålles påtagligen afståndet $o\ n$ enligt formeln (167) ur $o\ n = k\ h_, + f$. Uppställes stången deremot lodrätt, så afläses ej $h_,$, utan h mellan distanskorsen; men som i det närmaste $h_, = h \cos v$, så kan, när stången står lodrätt, $o\ n$ bestämmas ur $o\ n = k\ h \cos v + f$ och, alldenstund $o\ p = o\ n \cos v$, det mot $o\ n$ svarande horisontela afståndet x erhållas ur

$x = k\ h \cos^2 v + f \cos v,$

hvaraf, om f sättes i stället för $f \cos v$, något som är tillåtligt emedan f ej öfverstiger 0,5 meter (1,7 fot), och om $k\ h$, eller det af tuben angifna, oreducerade afståndet betecknas med d

$x = d — d \sin^2 + f$ .... (168).

Detta är den för afståndsbestämningen allmängiltiga formeln. Den innehåller, förutom det af tuben angifna, ej till horisonten reducerade afståndet d, två korrektionselement: det konstanta f samt det variabla $d \sin^2 v$. För huru $d \sin^2 v$ bestämmes, sedan v blifvit afläst vid den graderade bågen, skall längre fram redogöras.

Fig. 160.

Om samtidigt med en punkts afstånd dess höjd skall bestämmas, så sker detta, när man kan syfta horisontelt på stången, genom vanlig afvägning, d. v. s. man afläser vid det mellersta hårkorset och subtraherar afläsningen från

instrumenthöjden — bestämd vare sig på vanligt sätt genom bakåtsyftning på en känd punkt eller på annat sätt. När tuben ej kan horisontelt inställas på stången, måste äfven för

höjdbestämningen tuben inställas på instrumenthöjdens märke.

Om y betecknar höjdskilnaden mellan stationspålen och den påle, hvarpå stången är uppstäld, och x dessa pålars horisontela afstånd, så erhålles, alldenstund $o\ n$ är parallel med $A\ B$, y ur

$y = B\ q = p\ n = x \tang v$ ...... (169).

I kuperad terräng måste man således först bestämma x, innan y kan bestämmas. För huru, när x och v äro kända, $x \tang v$ bestämmes skall längre fram redogöras. y blir positiv vid höjdvinklar och negativ vid djupvinklar. I förra fallet måste y adderas till, i senare fallet subtraheras från stationspålens höjd, för att den andra pålens höjd må erhållas.

157. Pröfning och justering. Förutom pröfning och justering med hänsyn till de vilkor, hvilka enligt 143 vid en vanlig tublinial böra uppfyllas, fordras dessutom af en sådan, inrättad för afståndsmätning enligt Reichenbachs metod, att distanskorsen äro på det mot den antagna konstanten svarande afståndet, samt att ej indexfel förefinnes.

1) *Distanskorsens pröfning och justering.* Enligt formeln (167) är vid horisontel tub $a - f = k \cdot h$, hvarvid $k = f/b$ i händelse af Ramsdens tub och $k = (2f)/(3b)$ i händelse af Huyghens tub. För att åt k gifva det värde man önskar, utsättes noga med kedja eller basstänger en påle på ett bestämdt afstånd a från objektivet; sedermera beräknas ur

$h = (a - f)/k$ hvad som för detta värde på k i *horisontel tub* bör afläsas å den på pålen uppstälda stången, och slutligen flyttas med tillhjelp af justerskrufvarne distanskorsen tills denna afläsning erhålles. Som imellertid ej a utan $a - f$ är proportionelt mot h, så är, för den händelse man vill kontrollera justeringen för flera afstånd (pröfva tubens godhet), beqvämast att först i tubens riktning utsätta (fig. 16.1) en punkt q

på brännviddsafståndet f (vanligen 0,5 meter = 1,6 fot) från objektivet och att sedermera från denna punkt i samma riktning utsätta pålar på 50, 100, 150 meters (fots) afstånd.

Vill man justera tuben för konstanten 100 (den mest använda), så skall å den vid sistnämnde pålar uppstälda stången mellan distanskorsen afläsas respektive 50, 100, 150 centimeter (linier) etc., eller i allmänhet lika många centimeter (linier) som antalet meter (fot) mellan q och stången. Afläses för mycket eller för litet, så måste distanskorsen förmedelst justerskrufvarne j närmas till eller aflägsnas från hvarandra. Då man har i sin makt att flytta hvardera distanskorset oberoende af det andra, kan det vara förmånligt att lägga dem symmetriskt i förhållande till midtkorset; man kan då, när ett af distanskorsen är undanskymdt, t. ex. af en trägren, begagna midtkorset i förening med det andra för afståndsbestämningen, dock i så fall under användning af konstanten 2 k. Har justeringen sålunda blifvit verkstäld vid en påle, så skall man, när stången uppställes vid följande pålar, finna att det genom tuben bestämda afståndet i allmänhet stämmer med det uppmätta och att, när på 200 meters afstånd stången flyttas 0,5 meter fram eller tillbaka, afläsningen blir 0,5 centimeter större eller mindre, om tuben är god.

Det säger sig sjelf, att man vid justeringen måste skarpt inställa tuben, så att ej någon parallax förefinnes [eljest afläser man (fig. 158) h oriktigt] och att stången (med tillhjelp af vattenpass eller pendel) bör hållas lodrätt.

En del författare förorda en mindre konstant än 100. Det lider ock intet tvifvel, alldenstund noggrannheten vid afståndsbestämningen kan sägas vara omvändt proportionel mot konstanten, att icke en mindre konstant, exempelvis 70, lemnar vid en väl akromatiserad tub större skärpa än 100; dock bör, emedan distanskorsen då komma på så stort afstånd från tubens axel, att aberrationer inträda, om det åsyftade målet skall fullt vinnas, hvardera korset hafva sitt särskilda okular. Konstanten 100 är imellertid den beqvämaste; den utesluter all räkning vid bestämning af $k \cdot h$, och är dessutom den mest användbara i händelse af samtidig höjdbestämning. Dock kan på sätt, som framdeles skall visas, räkning äfven undvikas för produkten $k \cdot h$ vid andra värden på k.

158. Instrumentets användning vid samtidig plan- och höjdmätning. Man kan med en god distanstub beherrska en cirkel med 200 meters (600 à 700 fot) radie, och enstaka

mindre vigtiga punkter kunna på betydligt större afstånd — ända till 300 meter — bestämmas. Vid planmätning med distanstub fordras ett stadigt, mätbord, som i händelse af samtidig höjdmätning måste vara försedt med ställskrufvar för noggrann horisontering af taflan.

Sedan man med påle utmärkt en passande stationsplats — helst sådan, att man på samma gång står centralt och får syfta under så små lutningsvinklar som möjligt — uppställes och orienteras mätbordet på förut anfördt sätt öfver denna påle. Som vid mätning med distansmätare, isynnerhet vid höjdmätning, taflan måste noggrannare horisonteras än hvad vid mätning med afskärningar är nödigt, så bör ej dosvattenpass utan rörvattenpass härför användas.

Mätning med horisontel tub. För att i händelse af plan terräng bestämma en punkt, hvilken som helst, uppställer stångföraren den med pendel eller dosvattenpass försedda stången lodrätt på denna punkt, och observatorn afläser med horisontel tub samt med linialkanten, vid stationspunkten på taflan I händelse af parallellinial (fig. 137) behöfver ej linialkanten vid tubens inriktning beröra, utan blott ligga erforderligt nära stationspunkten. den längd som distanskorsen innesluta på stången. För att underlätta distansafläsningen kan man, sedan höjdafläsningen vid det mellersta hårkorset blifvit gjord, vrida tuben, så att ett af distanskorsen komma på jemn decimeter (tum). Det projektionsfel, som härvid begås är utan all betydelse. Afståndet mellan *objektivet* och stången fås ur $a = k\ h + f$. Om derför $f = 0{,}5$ meter (1,5 fot) och (fig. 161) halfva tublängden $l/2$ är 0,2 meter (0,7 fot), så erhålles afståndet A mellan *stationspuntkten S* och stången i meter vid en härför graderad stång ur

$A = k\ h + 0{,}7$

och i fot vid en härför graderad stång ur

$A = k\ h + 2{,}3$.

För att, sedan h blifvit afläst, undvika räkning vid bestämning af $k\ h$, kan man ställa till på något af följande sätt:

1) Man använder konstanten 100 och betjenar sig af en vanlig i centimeter (linier) graderad afvägningsstång. Afståndet A fås då i meter (fot) om till h, afläst i centimeter (linier), adderas 0,7 meter (2,3 fot). Konstanten 100 är den beqvämaste och den vid samtidig höjdmätning mest användbara; den medgifver dock ej fullt samma noggrannhet, som en något mindre konstant, exempelvis 70.

2) Om instrumentet är justeradt för konstanten k, så undvikes räkning om stången i stället för i centimeter (linier) graderas med delningsafståndet $100/k$ centimer (linier). A fås då påtagligen i meter (fot), om till det mellan distanskorsen aflästa antalet sådane enheter adderas 0,7 meter (2,3 fot). Stången biir endast för k=100 tjenstbar för afvägning. Man bör derför i förevarande fall hafva en annan sida af stången graderad i centimeter (linier).

3) Om instrumentet är justeradt för konstanten k, så kan, äfven, när en i centimeter (linier) graderad stång användes, räkning undvikas, om i stället för den vanliga skalan i centimeter (linier) en annan användes, som är graderad med enheten $k/100$. I så fall måste före afsättningen det. konstanta värdet $(k/100) \cdot 0{,}7$ meter [$(k/100) \cdot 2{,}3$ fot] adderas till i stället för 0,7 meter (2,3 fot). I detta fall kan höjdbestämning ega rum på vanligt sätt med horisontel tub eller vid svag lutning, men ej — man erhåller ej (se det följande) siffervärdet på det horisontela afståndet — med starkt lutande tub.

Sedan A på något af ofvannämnde sätt är funnet, afsättes det från stationspunkten utefter linialkanten — och den sökta punktens läge är funnet.

För att i plan terräng bestämma punktens höjd, har man blott att med horisontel tub afläsa vid midtkorset och att draga denna afläsning från instrumenthöjden, som förut blifvit bestämd genom bakåtsyftning eller, om stationspålens. höjd är gifven, genom att man ökat denna höjd med instrumentets höjd öfver pålen.

Mätning med lutande tub. I allmänhet kan man ej påräkna att få mäta med horisontel tub. I kuperad terräng få de flesta punkter bestämmas med lutande tub. Man inställer för alla sådane punkter midtkorset på den förut via stången fastklistrade remsan (n i fig. 160), som angifver instrumentets höjd öfver stationspålen, och afläser lutningsvinkeln v samt den oreducerade distansen d.

För att underlätta distansafläsningen kan man, sedan v blifvit afläst, utan att begå något afsevärdt fel, vrida tuben tills det ena distanskorset kommer på jemn decimeter (tum). En skarpare inställning på remsan (bestämning af v) är nämligen endast nödig för höjdmätningen.

För $f = 0{,}5$ meter och halfva tublängden lika med 0,2 meter fås enligt det föregående det sökta afståndet A i meter (vid motsvarande gradering af stången) ur

$A = d — d \sin^2 v + 0,7$

och i fot (vid motsvarande gradering af stången) ur

$A = d — d \sin^2 v + 2,3.$

d, som härvid betecknar produkten $k \cdot h$, afläses omedelbart, om man har anordnat enligt något af de tre härför nyss anförda sätten. Det återstår således att bestämma $d \sin^2 v$.

Som en blyerzlinies bredd i skalorna 1/1000, 1/4000, 1/1000, ungefär motsvarar 0,1 meter, 0,4 meter, 1 meter, etc., så kan $d \sin^2 v$ försummas när ej större värden på *v* förekomma än att $d \sin^2 v$ understiger det liniebredden i skalan motsvarande talet. Följande olika sätt må anföras för bestämningen af $d \sin^2 v$.

α) Professor *Wild* i Zürich använder följande tabell, hvars fyra första kolumner, innehållande värden på 100 sin² *v* för gifna värden på *v*, afse ifrågavarande korrektion, och hvars två sista kolumner, innehållande värden på 100 tang *v*. för gifna värden på *v*, afser höjdbestämningen. Tabellens användning torde lämpligast belysas genom ett exempel.

T a b e l l 7.

100 sin² *n*				100 tang *n*	
0° 0′ $_{0.0}$	9° 1′ $_{2.5}$	12° 52′ $_{5.0}$	15° 51′ $_{7.5}$	**1**° 1.7	**10′** 0.3
1 24 $_{0.1}$	12 $_{2.6}$	13 0 $_{5.1}$	57 $_{7.6}$	2 3.5	12 0.3
2 17 $_{0.2}$	23 $_{2.7}$	8 $_{5.2}$	16 4 $_{7.7}$	3 5.2	14 0.4
55 $_{0.3}$	34 $_{2.8}$	15 $_{5.3}$	10 $_{7.8}$	4 7.0	16 0.5
3 26 $_{0.4}$	44 $_{2.9}$	23 $_{5.4}$	17 $_{7.9}$	**5** 8.7	18 0.5
53 $_{0.5}$	54 $_{3.0}$	31 $_{5.5}$	23 $_{8.0}$	6 10.5	**20** 0.6
4 17 $_{0.6}$	10 4 $_{3.1}$	38 $_{5.6}$	29 $_{8.1}$	7 12.3	22 0.6
39 $_{0.7}$	14 $_{3.2}$	46 $_{5.7}$	36 $_{8.2}$	8 14.1	24 0.7
5 0 $_{0.8}$	24 $_{3.3}$	53 $_{5.8}$	42 $_{8.3}$	9 15.8	26 0.8
19 $_{0.9}$	34 $_{3.4}$	14 0 $_{5.9}$	48 $_{8.4}$	**10** 17.6	28 0.8
37 $_{1.0}$	43 $_{3.5}$	8 $_{6.0}$	54 $_{8.5}$	11 19.4	**30** 0.9
55 $_{1.1}$	52 $_{3.6}$	15 $_{6.1}$	17 1 $_{8.6}$	12 21.3	32 0.9
6 11 $_{1.2}$	11 2 $_{3.7}$	22 $_{6.2}$	7 $_{8.7}$	13 23.1	34 1.0
27 $_{1.3}$	11 $_{3.8}$	29 $_{6.3}$	13 $_{8.8}$	14 24.9	36 1.0
42 $_{1.4}$	20 $_{3.9}$	36 $_{6.4}$	19 $_{8.9}$	**15** 26.8	38 1.1
56 $_{1.5}$	29 $_{4.0}$	43 $_{6.5}$	25 $_{9.0}$	16 28.7	**40** 1.2
7 10 $_{1.6}$	38 $_{4.1}$	50 $_{6.6}$	31 $_{9.1}$	17 30.6	42 1.2
24 $_{1.7}$	46 $_{4.2}$	57 $_{6.7}$	37 $_{9.2}$	18 32.5	44 1.3
37 $_{1.8}$	55 $_{4.3}$	15 4 $_{6.8}$	43 $_{9.3}$		46 1.3
50 $_{1.9}$	12 3 $_{4.4}$	11 $_{6.9}$	49 $_{9.4}$		48 1.4
8 3 $_{2.0}$	11 $_{4.5}$	18 $_{7.0}$	55 $_{9.5}$		**50** 1.5
15 $_{2.1}$	20 $_{4.6}$	25 $_{7.1}$	18 1 $_{9.6}$	**2′** 0.1	52 1.5
27 $_{2.2}$	28 $_{4.7}$	31 $_{7.2}$	6 $_{9.7}$	4 0.1	54 1.6
39 $_{2.3}$	36 $_{4.8}$	38 $_{7.3}$	12 $_{9.8}$	6 0.2	56 1.6
50 $_{2.4}$	44 $_{4.9}$	44 $_{7.4}$	18 $_{9.9}$	8 0.2	58 1.7

Om mellan distanskorsen aflästs 167. och vinkeln befunnits vara 5°10′, så är afståndets korrektion 167 sin² 5°10′. I tabellen synes, att för *v* mellan 5° och 5°19′ korrektionstalet för 100 meter (fot) är 0,8 meter (fot). Det är således för 167 meter (fot) $0,8 \cdot 1,67 = 1,34$ meter (fot). Man behöfver imellertid vid multiplikationen aldrig taga med mer än de båda första siffrorna, och i de flesta fall är det tillfyllest att göra reduktionen för jemna 50-tal i händelse af fot. Nämnde multiplikation inskränker sig derför till en ögonblickligt utförd hufvudräkning. Det reducerade afståndet uti förevarande exempel blir således,för $d = 167$ meter: 167 — 1,3 + 0,7 = 166,4 meter och för $d = 167$ fot: 167 — 1,3 + 2,3 = 168 fot. Den häremot i mätskalan [uti den reducerade skalan i händelse att *k h* bestämmes enligt 3)] svarande längden afsattes sedan från stationspunkten utefter linialkanten — och punkten är kartlagd.

För att enligt formeln $y = A$ tang *v* bestämma punktens höjd, begagnar man de två sista kolumnerna. Af dem synes, att för $A = 100$ svarar mot $v = 5°$ $y = 8,7$ och mot $v = 10′$ $y = 0,3$. För $A = 100$ svarar derför mot $v = 5°10′$ approximativt men tillräckligt noga $y = 8,7 + 0,8 = 9$. För $A = 166,4$ och $v = 5°10′$ är alltså $y = 9 \cdot 1,66 = 14,94$. Är stationspålens höjd 157,60, så är den observerade punktens höjd 157,60 + 14,94 = 172,54. Detta tal uppskrifves vid punkten. Det säger sig sjelf, att man på samma sätt kan genom syftning på en känd punkt bestämma stationspålens höjd.

Det må erinras, att *y* adderas till eller subtraheras från stationspunktens höjd, allt efter som *v* är höjdvinkel eller djupvinkel, men att, när stationspunktens höjd sökes, *y* adderas till eller subtraheras från den observerade punktens höjd, allt efter som *v* är djupvinkel eller höjdvinkel.

Professor Wild betjenar sig äfven af, en af honom konstruerad logaritmtumstock för att göra ifrågavarande korrektion.

β) Professor *Jordan* i Karlsruhe använder för att omedelbart erhålla det reducerade afståndet ett diagram (fig. 162), hvars konstruktion och användning lämpligast torde visas genom ett exempel. Om $v = 12°$ och $d = k \cdot h$, afsatt i den skala hvari man mäter, motsvaras af linien *a b* i diagrammet, så motsvarar längden *b c* eller punktens *b* afstånd till linien *a c* värdet $d \cos^2 12° = d — d \sin^2 12°$; ty strålen *a b* bildar ej såsom besiffringen antyder en vinkel af 12° med linien *a x*, utan är dragen under sådan vinkel med *a x*, att $a b \cos x a b = a b \cos^2 12°$. Betecknas den verkliga vinkeln i

diagrammet med *α* och den besiffrade vinkeln (den aflästa lutningsvinkeln) med *v*, så existerar alltså relationen

$\cos \alpha = \cos^2 v.$

Sedan man alltså uti deri skala, hvari mätningen försiggår [uti en häremot svarande reducerad skala, i händelse att *k h* bestämmes enligt 3)] tagit *d* såsom passöppning, afsättes *d* från *a* på den stråle, som är besiffrad med det aflästa gradtalet, och afståndet från den så bestämda punkten till *a c* transporteras sedan med passaren från stationspunkten utefter linialkanten. För att det konstanta tillskottet 0,7 meter (2,3 fot) må medtagas, kan *a c* flyttas dess i skalan motsvarande längd till venster.

Fig. 162.

I och för uppritandet af ett sådant diagram innehåller följande tabell hvarandra motsvarande värden på *v, α* och tang *α*.

T a b e l l 8.

v	*α*	tang *α*	*v*	*α*	tang *α*
0°	0° 0′	0,0000	10°	14° 6′	0,2512
1	1 27	0,0253	11	15 30	0,2773
2	2 48	0,0489	12	16 55	0,3041
3	4 15	0,0743	13	18 19	0,3310
4	5 39	0,0989	14	19 43	0,3584
5	7 4	0,1240	15	21 5	0,3855
6	8 29	0,1491	16	22 29	0,4139
7	9 53	0,1742	17	23 51	0,4421
8	11 18	0,1998	18	25 14	0,4718
9	12 42	0,2254	19	26 37	0,5011
10	14 6	0,2512	20	27 59	0,5313

Man begagnar sig vid diagrammets uppritning naturligtvis heldre af värdet på tang α än af vinkelvärdet. Diagrammet, som är ganska beqvämt när det endast är fråga om planmätning, lämpar sig mindre för samtidig höjdmätning i mycket kuperad terräng. För att då erhålla höjdskilnaden *y*, får man först på skalan förskaffa sig det reducerade afståndets sifferuttryck och sedan förfara som i föregående fall och under användning af tangenttabellen.

γ) Herr kommissionslandtmätaren Ljungström låter sin distansmätare (fig. 157) sjelf utföra reduktionen till horisonten. Instrumentet är nämligen försedt med en rörelsemekanism, hvilken låter en skala bilda med linialkanten den vinkel α, som [se föreg, fall *β*)] enligt formeln $\cos \alpha = \cos^2 v$ svarar mot tubens vinkel *v* med linialens hvilplan (horisonten).

Om derför en från skalans nollpunkt vinkelrätt mot linialkanten utgående indexlinie flyttas parallelt med sig sjelf, tills den afskär *d* på skalan, så har den utefter linialkanten och i dess riktning blifvit flyttad afståndet $d \cos \alpha = d — d \sin^2 v$. Mekanismen är på följande sätt inrättad: Skalan *l*, som är vridbar kring en axel *a*, står genom en häfstång i förbindelse med en tapp *b*. När tuben vrides, glider denna tapp ut efter en af de båda, enligt formeln $\cos \alpha = \cos^2 v$ konstruerade styrplanerna *p* och tvingar derigenom skalan att bilda den vinkel *α* med linialkanten, som svarar mot tubens lutningsvinkel *v* mot linialens hvilplan. Den utefter skalan flyttbara nonien *n* är genom en slid så förbunden med slidlinialen *c*, att den på samma gång kan deltaga uti skalans och linialens (de vid linialen fastade trycknålarnes *t* och $t_{,}$) rörelser. Polöglorna *ö*, af hvilka blott en i sänder begagnas, måste, såvida man ej vill fasta afseende vid det konstanta tillskottet 0,7 meter (2,3 fot) vara så placerade, att nålspetsarne komma exakt öfver dem, när noniens och skalans nollpunkter stå midt för hvarandra. Vill man deremot införa detta tillskott, så låter det sig göra genom att flytta nålarne den i skalan motsvarande längden framåt.

Instrumentet begagnas sålunda: Man sticker polnålen genom någon af öglorna (hvilkendera beror af punktens läge på taflan) och stationspunkten, inställer tuben på stången (midtkorset på instrumenthöjdens märke), för nonien på det aflästa afstånds-talet och nedtrycker den polöglan motsvarande nålen.

Vid distansmätning är det i allmänhet förmånligt att hafva långa stänger (4,5 meter eller 15 fot), isynnerhet om instrumentet är inrättadt för och stången enligt 2) är graderad för en liten konstant.

159. Noggrannhet. Vid en Teknologiska Institutets distanstub Det torde vara på sin plats att anmärka det denna tub är större än de, som vanligen användas och att den (stämplad af *Frauenhofer*) är synnerligen god. Konstanten 100 har användts. tro vi oss hafva funnit, att man vid omsorgsfull mätning kan i medeltal påräkna, att felet uppgår till $1/400$ af afståndet

Bauernfeind antager äfven 1/400; *Jordan* deremot 1/200 ocn i mycket kuperad terräng blott 1/100 af afståndet.. I kuperad terräng vinnes måhända ej denna skärpa. Stångens lutning mot lodlinien får nämligen i så fall större betydelse. Det är lätt att visa att felet blir större, om i stigande terräng stången lutas bakåt, än då den lutas framåt, och att i fallande terräng förhållandet är motsatt. Det ligger stor vigt vid att stången, vare sig med tillhjelp af pendel eller dosvattenpass, hålles lodrätt, då terrängen är kuperad och långa afstånd förekomma. Om stångtoppen afviker med 1/50 af stånglängden från lodlinien, så äro för följande lutningsvinklar hos kollimationsaxeln felen i % af afståndet

0° 5° 10° 20° 30° 0,02 0,18 0,35 0,73 1,15.

En omständighet, som i någon mån minskar noggrannheten, är ögats akommodation, tillföljd af hvilken tuben ej alltid blir så inställd på stången, att hårkorsen komma exakt på det afstånd $a_,$ som enligt den allmänna formeln för linsen svarar mot föremålets afstånd *a*, hvilket i härledningen af distansformeln förutsattes. Man bör med anledning häraf en gång för alla noggrannt försätta okularet på det för ögat passande afståndet från hårkorset, och vid tubens inställning på föremålet borttaga all parallax.

Noggrannheten vid afståndsafläsningen är, då parallax ej förefinnes, omvändt proportionel mot konstanten. Med anled- ning häraf torde 70 — mindre konstant bör i anseende till abberrationens inflytande på långt i sär liggande distanskors måhända ej användas — med hänsyn till noggrannhet vara lämpligare än den af beqvämlighetsskäl oftast använda konstanten 100.

Vid höjdmätning med horisontel tub erhålles naturligtvis samma noggrannhet som vid afvägning. Vid höjdmätning; med lutande tub tro vi oss hafva funnit, att man, då mätbordet är stadigt och väl instäldt, kan i mån efter afståndets och höjdskilnadens storlek i medeltal bestämma punkter rätt på 30 à 80 m.m. (10 à 25 linier) när — en noggrannhet, som i allmänhet vid nivåkartor torde vara tillfyllest.

Stampfers distans- och höjdmätare.

160. Ehuru många år förflutit sedan professor *Stampfer* i Wien konstruerade ifrågavarande instrument, så har först på senare tider i Sverige uppmärksamheten blifvit fästad vid detsamma. Tvifvelsutan skulle det hafva betingat sig större användning, om Stampfer, i stället för att kringgå det fel hvarmed hans konstruktion är behäftad genom en afskräckande formel, sökt göra konstruktionen principielt riktig, något som ej synes vara förenadt med svårigheter.

Innan vi beskrifva Stampfers instrument, anse vi oss böra redogöra för den teoretiska princip, hvilken man visserligen ej lagt, men som man enligt vårt förmenande bort lägga till grund för Stampfers distansmätare.

161. Teori. Stampfers instrument kan användas för *afståndsbestämning, afvägning* och *mätning af höjder.*

Fig. 163.

Om man (fig. 163) har en kring en axel *c* vridbar tub, vid tubens ena ände en mätinrättning, som på bestämdt afstånd *s* från *c* möjliggör en ytterst skarp uppmätning af det lodlinie-element *b*, som inneslutes mellan de två olika lägen *ö Ö* och *u U*, kollimationsaxeln erhåller, då den riktas på två, å en lodad stång fastsatta signalbrickor *Ö* och *U* så har man vilkoren för en teoretiskt riktig afståndsmätare uppfylda; ty emedan trianglarne *u c ö* och *U c Ö* äro likformiga, så är, om

Fig. 164. man betecknar det sökta afståndet med *A* och brickornas afstånd med *a*, $A\ b = a\ s$. Emedan *s* och *a* äro kända, så kan *A* bestämmas när *b* blifvit uppmätt.

Stampfer införde i och för uppmätning af *b* en mikrometerskruf. Betecknas skrufvens stigning med *t*, det antal hvarf, som afläses vid syftning på den öfre brickan med *ö* samt på den nedre med *u*, så blir alldenstund $b = t\ (ö - u)$

$A = (s/t)[a/(ö - u)] = k[a/(ö - u)]$ .... (169),

hvarvid $k = s/t$ är en för hvarje instrument karakteristisk konstant, hvars storlek beror af skrufvens stigning samt afståndet från rörelseaxeln *c* till den linie, utefter hvilken skrufven verkar. Denna konstant bestämmes på sätt som längre fram skall visas.

Om tuben icke allenast riktats på brickorna *Ö* och *U*, utan derjemte äfven med mikrometerskrufven instälts horisontelt, och man för dessa tre lägen af kollimationsaxeln aflläst *ö, u* och *h*, så har har man tillräckligt många bekanta storheter för att kunna beräkna höjdskilnaden mellan instrumentets horisont och någon af brickorna. Betecknas höjdskilnaden mellan denna horisont och den undre brickan med *z*, så har man, alldenstund triangeln *h c u* är likformig med *e c U* samt triangeln *u c ö* är likformig med *U c Ö*, följande relationer:

$s{:}A = (u - h)t{:}z$

$s{:}A = (ö - u)t{:}a$

hvaraf

$z = a{\cdot}(u - h)/(ö - u)$

Om den rätliniga skalans besiffring går i sådan riktning, att $ö - u$ alltid är positiv, så är *z* positiv eller negativ (i fig. 163: *z* positiv och $z_,$, negativ) allt efter som *u* är större eller mindre än *h*, d. v. s. allt efter som den nedre brickan ligger öfver eller under instrumentets horisont.

Vill man veta höjdskilnaden *H* mellan punkterna *p* och *J*, så måste man känna instrumenthöjden *i* och den undre brickans afstånd *r* till stångens hvilände. Äro *i* och *r* bekanta, så kan *H* beräknas ur den påtagligen för alla lutningsförhållanden gällande formeln

$H = i + [a{\cdot}(u - h)/(ö - u)] - r$ ...... (170).

hvarvid är att bemärka, att $a{\cdot}(u - h)/(ö - u)$ blir negativ för $u < h$.

H blir i öfverensstämmelse med det förut sagda positiv eller

negativ (i fig. 163: *H* positiv och $H_,$, negativ) allt efter som den observerade punkten ligger högre eller lägre än stationspunkten.

Om höjden *F* af ett föremål, t. ex. af en tornspira, skall bestämmas och tör detta ändamål den med brickor försedda stången uppställes bredvid tornspiran, samt tuben — instrumentet förutsattes vara uppstäldt på lämpligt afstånd — inställes på såväl brickorna som tornspetsen och härvid afläses *u, ö* och *v*, så har man, om afståndet mellan den undre brickan och tornspetsen betecknas med *f*,

$[(ö - u)t]{:}[(v - u)t] = a{:}f$

hvaraf, om afståndet mellan nyssnämnde bricka och stångändan betecknas som förut med *r*

$F = a{\cdot}[(v - u)/(ö - u)] + r$ .... (171).

162. Detaljbeskrifning. Fig. 164 (pl. 2) visar, ett Geologiska Byrån tillhörigt afvägningsinstrument, på hvilket Stampfers afstånds- och höjdmätningsskruf etc. blifvit enligt föreskrifter af ingeniör *Börtzell* anbringad Se: Öfversigt af Kongl. Vet.-Akad:s förhandlingar 1871, N:o 3..

Fig. 165.

Tuben är vridbar i vertikalplanet kring en axel *d*, bestämd genom två dubbar, hvilka passa uti motsvarande fördjupningar hos det ined vertikaltappen fast förbundna understycket *u*.

Mikrometerskrufven *m* (fig. 165) är medelst en noggrannt utarbetad ledgång I förbunden med tubklåfven. Denna ledgång tillåter, endast att skrufven svajar i tubens längdriktning. Den med en graderad ring *m* försedda mutterhylsan är upptill sferiskt afrundad och verkar uti en motsvarande fördjupning hos understycket *u*. Härigenom möjliggöres för hylsan att deltaga uti skrufvens svajning. Mellan tuben och

understycket är (fig. 164) anbringad en fjeder, som sträfvar att vrida tubens okularände uppåt kring axeln *d* och som får sin vilja fram eller ytterligare spännes, allt efter som hylsan

vrides åt ena eller andra hållet. Denna fjeder verkar påtagligen ock till att upphäfva den döda gången hos skrufven. Hela hvarf afläsas vid en rätlinig skala; bråkdelar vid skrufskifvan. Skifvan är graderad i 100-delar. Vid afläsning uppskattar man tiondedelar af delningsafståndet.

För att underlätta skarp inställning af tuben har ingeniör Börtzell anordnat med en skruf utan ände *s* som griper in i en snäcktandning hos muttern *M*. Denna skruf kan genom häfstången *h* och en dermed i förbindelse varande excenterskifva göras overksam, när man vill direkt vrida muttern.

Den Stampferska konstruktionen uppfyller ej de vilkor, som föregående teoretiska betraktelse förutsätta. Dels skära koilimationsaxeln och axeln *d* ej hvarandra, dels är skrufven så fästad vid tuben att den måste svaja då tuben vrides, och slutligen ligger ej skrufvens anbringspunkt midt för utan under koilimationsaxeln. Vi skola längre fram belysa i hvad mån dessa felaktigheter inverka menligt på mätningsresultatet.

163. Bestämning af instrumentets konstant. Man uppmäter med noggrannhet och helst under användning af basstänger en linie om 300 meter eller mer och betecknar hvar 30:de eller hvar 50:de meter med en sticka; ställer sedan upp instrumentet, så att (tuben värd åt de utsatta stickorna) tubens ledaxel *d*, kring hvilken tuben kan vridas, kommer lodrätt öfver utgångspunkten. För att härvid, hastigt kunna ställa vertikaltappen lodrätt, bör man förut hafva inställt mikrometerskrufven för den afläsning, som svarar mot vattenpassets och vertikaltappens mot hvarandra vinkelräta lägen. När linien blifvit uppmätt och instrumentet uppstäldt, återstår innan mätinngsoperationerna begynna att så fästa brickorna vid stången, att afståndet *a* mellan deras syftränder blir mycket noga bestämdt (dessa äro (fig. 166) lämpligen svarta och hvita och så målade, att en 10 m.m. bred, hvit syftrand erhållits). Ju större detta afstånd är, desto nogare blir resultatet. Imellertid medgifver Stampfers konstruktion ej större vridning af tuben, än att man redan i plan terräng ej kan på afstånd under 60 meter

Fig. 166.

syfta på dessa brickor for $a = 3$ meter. Ehuru 3 meter (10 fot) i allmänhet är lämplig, måste man derför vid kortare afstånd åtnöja sig med 2 à 2,5 meter. Det kan derför vara förmånligt att hafva tre brickor på stången. Sedan ofvannämnde förberedelser blifvit gjorda, börjas de egentliga operationerna i och för konstantbestämningen. Stångföraren uppställer för detta ändamål stången vid stickorna i den ordning de följa och gifver åt den medelst en lodpendel eller ett dosvattenpass en lodrät ställning. Af vigt är, att han under det observationerna pågå vid instrumentet ej rubbar stången; skulle marken vara lös, är det förmånligt om stången uppställes på en medförd tackjernssko. Vid tubens inställning på brickorna bör man laga att detta alltid eger rum under vridning åt samma håll på mutterhylsan och om möjligt utan fram- och återvridning. Ehuru visserligen fjedern skulle upphäfva död gång hos skrufven, hafva vi dock funnit att bättre resultat erhållas, om ofvannämnde regel iakttages. Dessutom bör man redan före den egentliga inställnipgen hafva upphäft all parallax, så att någon in- eller utskrufning af okulartuben ej förekommer mellan de båda syftningarne. Vid afläsningen uppskattar man äfven bråkdelen (i tiondedelar) af en skaldel.

Insattes de kända värdena på *A, a* och *ö — u* uti formeln (170), så kan *k* beräknas ur

$k = A(ö - u)/a$ .... (172).

Upprepar man förfarandet vid hvarje sticka och söker mediet, så har man naturligtvis utsigt att få ett skarpare resultat. Tages slutligen mediet af samtlige de erhållna resultaten, så erhålles den sökta konstanten, som föröfrigt med hänsyn till skrufvens svajning och ofullkomliga gängning etc. blir allmängiltigare i samma mån som mätningen jemnt fördelats utefter hela skrufven. Med anledning häraf är det förmånligt, om man haft såväl stigande som fallande terräng.

Vi hafva tyckt oss finna att konstanten ändras (ökas), om ock obetydligt, efter rengöring af mikrometerinrättningen, äfvensom att den ökas i den mån skrufven nötes.

Efterföljande tabell visar en af de många observationsserier, som blifvit utförda af Teknologiska Institutets elever med institutets Stampferska distansmätare (afvägningsinstrument af vanlig storlek, hvarpå Stampfers skruf blifvit anbringad). Den hör ej till de skarpaste, utan kan anses uttrycka en medienoggrannhet. I den näst sista kolumnen finnes afstånden beräknade med den erhållnamediekonstanten, och i den sista felen, d. v. s. skilnaden mellan de med basstänger noggrannt uppmätta och de med afståndsmätaren bestämda afstånden. För afstånden 650 och 750 har tydligen något gröfre mätningsfel blifvit begånget.

Med basst. uppm. afstånd.	ö	u	ö — u	k = A(ö — u) / a	Medel-värde.	Med konst. 325,82 beräknadt avstånd.	Fel.
Fot.						Fot.	Fot.
200	23,087	6,813	16,274	325,48	} 325,50	200,20	0,20
»	23,129	6,853	16,276	325,52		200,18	0,18
250	22,786	9,744	13,042	326,05	} 325,55	249,82	0,18
»	22,761	9,759	13,002	325,05		258,58	0,42
300	18,140	9,443	8,697	326,14	} 326,44	299.70	0.30
»	18,120	9,407	8,713	326,74		299,15	0,85
350	15,174	7,719	7,455	326,16	} 325,37	349,63	0,37
»	15,158	7,739	7,419	324,58		351,06	1,06
400	15,165	8,623	6,542	327,10	} 326,825	398,43	1,57
»	15,188	8,657	6,531	326,55		399,10	0,90
450	15,134	7,902	7,232	325,445	} 325,445	450,50	0,50
»	»	»	»	»		450,50	0,50
500	15,163	8,642	6,521	326,05	} 326,20	499,65	0,35
»	15,191	8,664	6,527	326,35		499,20	0,80
550	15,197	9,268	5,929	326,09	} 326,09	549,37	0,63
»	15,194	9,265	5,929	326,09		549,37	0,63
600	15,539	10,117	5,422	325,32	} 325,77	600,92	0,92
»	15,550	10,113	5,437	326,22		598,66	1,34
650	15,752	10,719	5,033	327,145	} 326,30	647,37	2,63
»	15,729	10,722	5,007	325,455		650,71	0,73
700	15,968	11,309	4,659	326,13	} 326,305	699,34	0,66
»	15,971	11,307	4,664	326,48		698,59	1,41
750	16,419	12,090	4,329	324,675	324,675	752,64	2,64
800	16,792	12,711	4,031	326,48	} 325,88	798,38	1,62
»	16,773	12,707	4,066	325,28		801,33	1,33
850	16,146	12,331	3,815	324,275	324,275	851,42	1,42
900	15,988	12,364	3,624	326,16	} 326,205	890,06	0,94
»	15,969	12,344	3,625	326,25		898,81	1,19
950	96,036	12,599	3,435	326,325	326,325	948,53	1,47
					k = 5213,155⁄16 = 325,82		

164. Afståndsbestämning. Ehuru visserligen större noggrannhet ernås med Stampfers än med Reichenbachs afståndsmätare, så lämpar sig den förra mindre för grafisk planmätning än den senare; deremot är det synnerligen förmånligt att hafva Stampfers distansskruf anbringad på afvägningsinstrument med anledning af dess förmåga att med ganska stor skärpa angifva afstånd, att möjliggöra ett vid många tillfällen förmånligt höjdmätningssätt samt att i egenskap af

skruf för partiel inställning af vattenpasset underlätta den vanliga afvägningen.

Afståndsmätning mellan två punkter med ifrågavarande instrument består uti att uppställa instrumentet (tubens ledaxel *d*) öfver den ena punkten, att inställa tuben medelst mikrometerskrufven på den vid andra punkten (med dosvattenpass eller pendel) lodrätt uppstälda stångens båda brickor samt att i formeln insätta de aflästa värdena *ö* och *u* och derefter beräkna *A*. Afståndet *a* mellan brickorna är under vanliga förhållanden lämpligast 3 meter (10 fot). I händelse af 3 meter blir formeln för Tekn. Inst:s instrument.

$A = 3 \cdot 325{,}82/(ö - u) = 977{,}46/(ö - u)$.

Det säger sig sjelf, att stora afstånd bestämmas med större skärpa ju längre i sär brickorna äro. Föröfrigt har man sannolikhet för att erhålla resultatet skarpare i samma mån som det framgår som medium af flera observationer.

Skola från samma punkt afstånden till flera punkter i olika riktningar bestämmas, så ställes vertikaltappen lodrätt öfver stationspunkten; och vill man vara noga, så adderas afståndet (omkring 70 m.m.) mellan tappen och tubens horisontela ledaxel till det erhållna värdet på *A*. Föröfrigt hafva stångförare och observator att iakttaga de föreskrifter, som redan (i 163) äro gifna.

En olägenhet vid Stampfers konstruktion är, att det endast behöfver ifrågakomma temligen obetydligt kuperad terräng, för att instrumentet skall vara omöjligt att använda Vid den Stampferska konstruktionen, sådan den vanligen förekommer, måste man för afstånd under 200 fot äfven i plan terräng använda ett mindre afstånd mellan brickorna än 10 fot.. Visserligen kan man, när mikrometerskrufven ej räcker till, vrida tuben i riktning mot stången medelst någon af fotskrutvarne och sedan företaga observationerna; men det säger sig sjelf, aldenstund mikrometerskrufven då vikes ur lodlinien, att detta endast kan tillåtas inom temligen inskränkta gränser, såvida man något så när vill emotse den noggrannhet, som

instrumentet eljest lemnar.

Med ett godt instrument kunna vid klar luft, lämpliga brickor och under i öfrigt gynsamma förhållanden afstånd om 2000 à 3000 meter bestämmas.

165. Noggrannhet vid afståndsmätning. Föregående tabell gifver ett begrepp om den noggrannhet som vid Teknologiska institutets Stampferska afståndsmätare blifvit ernådd. Såsom resultatet af flera sådane serieobservationer, företagna

på afstånd från 50 till 300 meter, framgår att felet i medeltal uppgår till 1/100 af afståndet. Dessa serier antyda för öfrigt att denna noggrannhet äfven kan påräknas då afstånden öfverstiga 500 meter och att noggrannheten långsamt aftager för tilltagande afstånd, så länge brickornas syftränder synas tydligt — isynnerhet om brickafståndet ökas, t. ex. till 4 à 5,5 meter. Betydligt skarpare resultat än de ofvan uppgifna kunna erhållas, om medium tagas af flera observationer och om särskildt afseende fästes vid de olika gängornas stigning. Härför erfordras en noggrann undersökning af skrufven.

Skulle man med Stampfer antaga, att fel endast uppkomma af att $ö - u$ är felaktig, så erhålles, om $ö - u$ betecknas med y och $y = k \cdot a / A$ differentieras, $dy = (k\, a \cdot dA)/A^2$,

hvaraf

$dA = (A^2 \cdot dy)/(k \cdot a)$ .... (173).

Af denna formel framgår att felet ökas med qvadraten på afståndet och att det minskas i samma mån som a ökas. Antages med Stampfer dy = 0,003 af skrufvens stigning, så erhålles, om felet dA ur ofvannämnde formel beräknas, betydligt större noggrannhet än den ofvan antydda. För a = 12 fot skulle enligt en af Stampfer beräknad tabell felen vid afstånden 100, 600, 1200 och 2400 fot blefvo 0,01, 0,27, 1,08 och 4,44 fot. Vi hafva ej funnit denna lag bekräftad, och anse såsom orsak härtill, att dy vid konstant brickafstånd påtagligen blir större vid korta än vid långa afstånd — ju närmre stången flyttas, desto flera hvarf behöfver vridas och desto mer inverkar skrufvens felaktighet samt svajning — samt att, äfven för den bästa skruf, som kan åstadkommas, det antagna värdet på dy är för litet. Bauernfeind antager på grund af försök med ett i Wien tillverkadt instrument dy = 0,005, af stigningen, ett resultat, som något så när öfverensstämmer med de resultat, som profmätningar med Teknologiska Institutets instrument lemnat.

Af vigt är att stången hålles lodrätt. Lutar den med vinkeln v mot lodlinien, så fås felet ur

$f = k\, a/[(ö - u) \cos v] - k\, a/(ö - u) = A[(1/\cos v) - 1]$ ... (174).

166. Höjdmätning. Skall man i öfverensstämmelse med 161 höjdmäta med Stampfers instrument, så måste man först öfvertyga sig att vattenpassets axel och syftlinien äro

parallela. För öfrigt söker man äfven nu inställa tuben på de båda brickorna samt i horisonten under vridning åt samma håll samt om möjligt utan fram och återvridning, och beräknar sedan enligt formeln (172) höjdskilnaden H mellan stationspunkten och den punkt hvarpå stången är uppställd.

Fig. 167.

Om man under användning af ifrågavarande höjdmätningssätt vill göra en linieafvägning, så är det lämpligast att använda framåt- och bakåtsyftning. Kallas som förut instrumenthöjden för i, och den och den undre brickans afstånd från stångens hvilande för r, så är (fig. 167) enligt formeln (172), om exponenten f antyder framåtsyftning och exponenten b bakåtsyftning, höjdskilnaden

mellan 0 och $J = i + [a \cdot (u - h)/(ö - u)]^b - r$,

" J och $1 = i + [a \cdot (u - h)/(ö - u)]^f - r$.

Emedan formeln gifver dessa höjdskilnader med olika tecken (höjdskilnaden mellan 0 och J negativ, emedan 0 ligger lägre än J, deraf $u - h$ negativ), men det enligt fig. 167 påtagligen är genom addition af deras numeriska värden, som höjdskilnaden H' mellan 0 och 1 erhålles, så måste − sättas mellan dem, således

$H' = i + [a(u - h)/(ö - u)]^f - r - i + [a(u - h)/(ö - u)]^b - r - i + [a(u - h)/(ö - u)]^b - r$

eller

$H' = [a(u - h)/(ö - h)]^f - [a(u - h)/(ö - u)]^b$.

Om man på likartadt sätt fortsätter att resonera, så skall man inse, att höjdskilnaden mellan den första och den n:te punkten fås ur

$H = a\{\Sigma^f[(u - h)/(ö - u)] - \Sigma^b[(u - h)/(ö - h)]\}$ ..... (175).

Man finner alltså höjdskilnaden mellan två punkter, hvilka som helst, om man från summan af allaframåtsyftningarne subtraherar summan af alla bakåtsyftningarne, der- vid iakttagande, att inom hvardera summan $(u - h)/(ö - u)$ sättes negativ för alla de syftningar, vid hvilka $u < h$. För öfrigt ligger slutpunkten högre eller lägre än utgångspunkten, allt efter som H_n blir positiv eller negativ.

Enligt detta höjdmätningssätt kunna från en station betydliga nivåskilnader bestämmas. Ingeniör Börtzell har på ett afstånd af 11000 fot med en station höjt sig 1000 fot.

167. Noggrannhet vid detta höjdmätningssätt. Om man för att undersöka i hvad mån felaktigheter hos $u - h$ och $ö - u$ inverka på värdet af

$H = a(u - h)/(ö - u) + i - r$

differentierar denna eqvation och dervid betecknar $u - h$ med x och $ö - u$ med y, så fås

$dH = a \cdot (y\, dx - x\, dy)/y^2$,

eller för det ofördelaktiga antagandet $dx = -dy$, om värdena på x och y insättas

$dH = a \cdot [(h - ö)/(ö - u)^2] \cdot dy$ .... (176).

Af ofvanstående formel framgår, att felet dH ökas, när $h - ö$, d. v. s. när höjden ökas, vidare att dH ökas, när $ö - u$ minskas, d. v. s. när afståndet ökas. Under förutsättning af samma värde på $h - ö$ ökas dH (A inverse proportionel mot $ö - u$} med qvadraten på afståndet. Deremot blir enligt samma formel dH mindre i samma mån som a ökas, ty $ö - u$ ökas i samma proportion som a, men dH minskas med qvadraten på $ö - u$.

Antages a = 3 meter och dy som förut 0,005 af skrufvens stigning, så befinnes för $h - ö = 15$, det största värde som $ö - h$ kan få vid Teknologiska Institutets instrument, och för $ö - u$ = l, 2, 3, etc. eller de häremot svarande afstånden 977,46, 488,73, 244,36, etc. meter dH vara 225, 56, 25, etc. m.m.

Vi hafva kommit till dessa resultat under de ofördelaktigaste antaganden. Verkstälda profmätningar vid Teknologiska institutet hafva visat bättre resultat och att man när medium tages af flera observationer kan med ett godt instrument vid lika långa framåt- och bakåtsyftningar, åtminstone då de ej öfverstiga 800 meter, nästan påräkna samma noggrannhet som vid vanlig afvägning.Om korrektionen för refraktionen och jordytans buktighet, se mätningsläran.

168. Konstruktionsfelen vid Stampfers distansmätare. Stampfer och alla författare som beskrifvit hans instrument utveckla dess teori sålunda: Utan märkligt fel kan (fig. 163) sättas $a = A \tang \alpha$; men som α, är en mycket liten vinkel, så kan tang α anses vara proportionel mot $ö - u$ eller $ö - u = k \tang \alpha$. Häraf formeln (170). Denna formel säges vara approximativ. Genom att uppställa Stampfers konstruktion som högsta princip har man således åsidosatt den enkla princip, för hvilken ofvannämnde formel enligt föregående är ett riktigt uttryck. Häraf kan man ock förklara hvarför Stampfer sökt finna en noggrannare, om ock mycket komplicerad formel Denna formel, som för att kunna begagnas, fordrar att ett ej obetydligt tabellverk upprättas för hvarje instrument, utesluta vi. Den är äfven om man har ett sådant tabellverk besvärlig att använda. för sitt instrument, i stället för att konstruera det enligt formeln (170). Detta är såvidt oss synes ej förenadt med svårigheter. Man kan undvika skrufvens svajning, om man, i stället för att med ledgång direkt förbinda skrufven med tuben, på samma sätt förbinder den med en liten klots, som, allt efter som skrufven kommenderar, kan glida på tuben i kollimationsaxelns riktning. Anbringar man derjemte mikrometerskrufven vid en hylsa, som är flyttbar på och kan fastläsas vid en i skrufvens riktning från tapptvärstycket parallelt med tappen utgående spindel, så möjliggöres

afståndsmätning i huru kuperad terräng som helst, utan att skrufven behöfver vara längre än förut.

Om tubens ledaxel ej skär kollimationsaxeln, utan, som oftast är fallet, är anbringad såsom i fig. 164, så uppkommer ett fel — kollimationsaxeln kommer att svaja på en cirkel. Detta konstruktionsfel utöfvar vid små lutningar ej något märkbart inflytande, men torde vid nyss antydde konstruktion — hvilket påtagligen lätt låter sig göra — böra undvikas.

Fig. 168.

Om slutligen skrufvens ledaxel ej skär kollimationsaxeln utan såom i fig. 165 ligger under densamma, så är instrumentet äfven felaktigt. Är det lodräta afståndet (fig. 168) mellan dessa axlar vid horisontel tub r, så är det, när tuben lutar med vinkeln $v$mothorisonten, $r/\cos v$. Skrufven har således ej kommit att mäta afståndet $r/\cos v - r$. Äfven detta fel kan undvikas.

*

<chapter name="Nionde kapitlet. Instrument för ytmätning."**Nionde kapitlet.**

Instrument för ytmätning.

169. Vid en karta, som blifvit genom grafisk mätning upprättad, måste egovidders ytinnehåll uttagas på kartan. Detta sker under användning af instrument, som antingen direkt eller ock indirekt i förening med räkneoperationer gifva ytinnehåll.

Poletten jemte hjelpmedel.

170. Poletten utgöres af en 6 m.m. tjock glasskifva,, hvars ena sida är öfverdragen med ett rutnät. Detta rutnät, som är åstadkommet genom etsning och sedermera tydliggjordt genom ifyld färg eller svärta, bör helst bestå af qvadratiska rutor; och hvarje ruta skall vara en ytenhet, vare sig l qv.-m.m. (l qv.-linie) eller mätskalans ytenhet, i hvilket senare fall all reduktion undvikes.

Fig. 169 — 171

Fig. 169 visar en del af en millimeterpolett (hvarje liten ruta 4 qv.-m.m., hvarje stor 100 qv.-m.m.); fig. 170 en del af landtmäteripoletten (hvarje liten ruta 25 qv.-st., hvarje stor 1 qv.-ref) och fig. 171 en del af den polett som begagnas vid ekonomiska kartverket (hvarje liten ruta 10 qv.-st., hvarje stor 1 qv.-ref); de båda sista för skalan 1:4000 (åkerskalan).

horisonten, $r/\cos v$. Skrufven har således ej kommit att mäta afståndet $r/\cos v - r$. Äfven detta fel kan undvikas.

*

<chapter name="Nionde kapitlet. Instrument för ytmätning."**Nionde kapitlet.**

Instrument för ytmätning.

169. Vid en karta, som blifvit genom grafisk mätning upprättad, måste egovidders ytinnehåll uttagas på kartan. Detta sker under användning af instrument, som antingen direkt eller ock indirekt i förening med räkneoperationer gifva ytinnehåll.

Poletten jemte hjelpmedel.

170. Poletten utgöres af en 6 m.m. tjock glasskifva,, hvars ena sida är öfverdragen med ett rutnät. Detta rutnät, som är åstadkommet genom etsning och sedermera tydliggjordt genom ifyld färg eller svärta, bör helst bestå af qvadratiska rutor; och hvarje ruta skall vara en ytenhet, vare sig l qv.-m.m. (l qv.-linie) eller mätskalans ytenhet, i hvilket senare fall all reduktion undvikes.

Fig. 169 — 171

Fig. 169 visar en del af en millimeterpolett (hvarje liten ruta 4 qv.-m.m., hvarje stor 100 qv.-m.m.); fig. 170 en del af landtmäteripoletten (hvarje liten ruta 25 qv.-st., hvarje stor 1 qv.-ref) och fig. 171 en del af den polett som begagnas vid ekonomiska kartverket (hvarje liten ruta 10 qv.-st., hvarje stor 1 qv.-ref); de båda sista för skalan 1:4000 (åkerskalan).

När poletten skall användas, så lägger man den etsade sidan mot papperet, under aktgifvande på att så många hela rutor som möjligt af figuren inneslutas och att poletten för öfrigt får ett läge, som medför lättnad i de följande operationerna och ett godt resultat. Man tager en penna, doppad i tusch, och utmärker på sätt fig. 169 visar, i det man samtidigt räknar hvarje större ruta med ett kors, räknar sedan antalet enhetsytor, i det man "plumpar" för hvarje medtagen ruta, och slumpar efter ögonmått tillsammans bråkdelar af rutor. Har figuren sålunda blifvit en gång uppmätt, gifver man poletten ett annat läge och verkställer en ny uträkning. Öfverstiger ej skilnaden mellan de båda resultaten det tillåtna gränsfelet, så tages deras aritmetiska medium såsom den sökta arean.

"Plumpning", som är ett långsamt och tröttande mätningssätt och som fordrar vana vid polettens placering, torde numera få anses höra till en öfvervunnen ståndpunkt.

171. Ytmätning med passare och cirkel. Figurer med rätliniga konturer indelas uti fyrhörningar och trianglar, hvilkas areor beräknas sedan erforderliga höjder och baser blifvit med passare och skala uppmätta.

Figurer med krokliniga konturer indelas på sätt fig. 172 visar uti parallela remsor af konstant bredd. Adderas dessa remsors medelhöjder (i hvarje remsa afståndet mellan de streck, som så dela konturlinien att tillskottsfiguren blir lika stor med afdragsfiguren) med passaren och deras summa multipliceras med den konstanta bredden, så erhålles figurens area. Är bredden en viss längdenhet, så angifves medelhöjdernas summa arean uttryckt uti motsvarande ytenhet. Additionen af medelhöjderna verkställes med passaren genom att man ökar föregående passöppning med remshöjden i fråga, och så förfar undan för undan tills öppningen innehåller summan af samtlige remshöjderna.

Fig. 172.

Littmarcks polettcirkel och Liedbecks ytberäknare, båda uppfunna i Sverige, ersätta passaren och skalan samt fordra ej, alldenstund de begagnas i förening med poletten, att figuren indelas i parallela remsor. Vi anse oss endast böra redogöra för den sistnämnda, hvilken, ehuru den ej synes vara känd utom Sverige, dock hos oss har funnit en temligen vidsträckt användning.

Pl. 3. Fig. 176-178.

Liedbecks ytberäknare.

172. Ytberäknaren (fig. 176, pl. 3) är sammansatt af följande hufvuddelar: en ram *a,* fyra rullhjul *h* — två och två fästade på samma axel — hvarigenom instrumentet kan parallelt med sig sjelf föras närmare till eller längre bort från den som använder det; en ändlös kedja *k,* spänd kring två trissor *t,* hvaraf den till venster är försedd med visaren *v;* en fast visartafla *b;* en mindre med tänder försedd tafla *c,* hvilande på den fasta taflan och rörlig kring sin medelpunkt; en mot ena rullhjulet släpande bromsklaff *d* och en längs efter ramen rörlig samt med handtag försedd skifva, löparen *s,* som uppbär en diopter *e* och två tangenter *f,* medelst hvilka kedjan kan vexelvis på ena eller andra sidan fastläsas vid löparen.

Den trissa *t,* på hvars axel visaren är fästad, är i och för justering sammansatt af två skifvor: en konisk skifva, kring hvilken kedjan är lagd, och en konisk eller cylindrisk styrskifva för kedjan, hvaruti den förra skifvan är till en del försänkt. Mellan skifvorna är en fjeder, som sträfvar att i axiel led åtskilja dem, och på yttre sidan af den förstnämnda skifvan finnes en justerskruf, medelst hvilken hon kan mer eller mindre försänkas uti styrskifvan. Under visa[ren] sitter en liten tagg, som genom en spärrhake ingriper uti lilla taflans

tänder, hvarigenom denna tafla ryckes fram med en tand för hvarje hvarf hos visaren.

Vid den hittills för åkerskalan och för polett med en linies mellanrum uppgraderade ytberäknaren har lilla taflan 20 tänder, och beteckna på denna tafla talen 5, 10, etc. qvadratrefvar, samt på den stora taflan I, II, etc. qvadratrefvar och 10, 20, etc. qvadratstänger. Hvarje delningsafstånd motsvarar 2 qvadratstänger.

173. Användning. Instrumentets visare och lilla tafla *c* ställas på följande sätt: Den ena tangenten nedtryckes och löparen föres fram eller tillbaka tills visaren kommer ⅛ hvarf framom 0. Med en blyerzpenna eller någon annan spets vrides lilla taflan, tills hennes begynnelse- och slutpunkt står midt för det på stora taflan pekande fingret. Medelst en tangents nedtryckning och löparens skjutning bringas visaren *tillbaka* till 0.

Nu lägges poletten på egofiguren och vrides tills figurens gränser upp- och nedtill tangeras af två polettens linier (är figuren mycket oregelbunden eller eljest sådan, att den ej väl kan bringas i önskadt läge, så afdelas den med blyerzlinier). Ytberäknaren ställes öfver poletten, så att längdriktningen

blir parallel med polettens linier, samt rullas derefter upp eller ned, tills öfre raden af egofiguren synes genom dioptern. Bromsklaffen nedtryckes då med ett af venstra handens finger; handtaget gripes med högra handens tumme och ringfinger; löparen föres till venstra gränsen af figuren, så att dioptern skär denna gräns på det sätt, att de båda små, på hvar sin sida om dioptern och mellan den, gränslinien och den öfversta radens linier inneslutna figurerna blifva lika stora. Man nedtrycker den *öfre* tangenten med långfingret och drager löparen till höger tills figurens högra gränslinie blir på samma sätt afskuren af dioptern; släpper den nedtryckta tangenten, nedrullar instrumentet en rad och fasthåller. det ånyo med bromsklaffen; bringar sedan dioptern att på ofvannämnde sätt skära andra radens *högra* gränslinie och skjuter löparen under nedtryckning af den *nedre* tangenten till venstra gränsen. Nedrullande instrumentet en rad för hvarje förflyttning af löparen fortsätter man sålunda att fora den fram och åter så länge det återstår något af figuren, och afläser slutligen figurens area.

Bäst är att begagna en polett utan rutor, med hvarannan linie röd och hvarannan svart. Iakttager man då att alltid föra dioptern åt höger under en röd och åt venster under en svart linie eller tvärtom, så bör misstag om raderna ej gerna kunna inträffa.

Ifrågavarande instrument mäter med ganska stor noggrannhet och anses af mången mäta smärre ytor skarpare än polarplanimetern. För vår del ha vi anledning att tro, att polarplanimetern lemnar lika godt resultat, om papperet ej är skrynkligt och den *rätt* användes.

174. Justering. Befinnes vid uträkning af känd yta instrumentet angifva för stort resultat, så härrör felet af att kedjan ligger på en för *liten* omkrets af venstra trissans koniska skifva. I så fall åtdrages skrufmuttern på denna trissa; i motsatt fall tillbakavrides muttern.

Vid gradering för åkerskalan skall visaren göra ett hvarf, då dioptern föres 3,125 linier = 1250 fot i åkerskalan.

Den skrufmutter, som befinnes på högra änden af ramen, tjenar till att få kedjan lagom spänd.

Linearplanimetern.

175. Ehuru idén till detta instrument lär vara gifven af en schweizisk ingeniör, *Oppikofer,* tillkommer det dock ingeniören *Wetli* i Zürich och astronomen *Hansen* i Gotha

att genom vidtagna förbättringar hafva gjort denna planimeter praktiskt användbar. General *Wrede* i Sverige har äfven förbättrat densamma.

Fig.173.

Linearplanimetern, sådan den är af general *Wrede* anordnad, finnes i fig. 173 genom en idéteckning (åtskilliga tekniskt vigtiga delar äro uteslutna) antydd. På ett plant bräde (c:ka 350 m.m. långt och 120 m.m. bredt) hvilar en lättrörlig vagn *v* på tre hjul. När vagnen sättes i rörelse, roterar det ena af dessa hjul direkt på brädet och de båda andra *h* och $h_,$, med insvarfvade kilformiga spår försedda, på en längs efter brädet fästad och efter spåren lämpad (rullfriktionen så liten som möjligt) skena. I vagnklotsens midt är en upprättstående vals *w* så lagrad, att den blir så lättrörlig som möjligt, och vid denna vals är fastad en med papper belagd tunn metallskifva *S*. Valsen och således äfven skifvan kommer i rotation, när linialen *l* föres i sin egen riktning, vare sig att rörelsen öfverföres genom friktion eller såsom i fig. 173 genom en kring valsen lindad metalltråd, som under lämplig spänning är fästad vid linialens båda ändar. Ofvanpå skifvan hvilar en löprulle *r*, som på grund af friktionen kommer i rotation, när skifvan roterar. Vid löprullens vinkelrätt mot linialen förlagda och delvis gängade axel är fästad en i 100 delar graderad skifva *s*. Förmedelst en indexlöpare *i* vid den gängade delen af axeln jemte en skala med stigningen såsom enhet samt nämnde graderade skifva kunna hela och bråkdelar af hvarf, som löprullen roterat, afläsas. Linialen är vid sin ena ände försedd med en i brädets hvilplan inställbar glasskifva *g*, och vid glasskifvans undre sida är ett märke (prick) anbringad. När denna prick föres ut efter en figurs gränslinie, så resulterar dess rörelse af vagnens

och linialens rörelser; och emedan den båge som löprullen afvecklat, när pricken återkommer till utgångspunkten (när figuren blifvit kringfaren) kan bevisas vara proportionel med figurens area, så afläses, om instrumentet är justeradt för en viss ytenhet, figurens area vid indexlöparen och den graderade skifvan uttryckt med denna ytenhet.

Fig 174.

176. Teori. Om (fig. 174) märket föres parallelt med löprullens axel, så roterar ej löprullen. Den roterar ej heller, då märket föres i linialens riktning och löprullen tangerar skifvans medelpunkt, d. v. s. när märket föres ut efter linien *g l*. Denna linie har en viss betydelse för instrumentet och må benämnas *grundlinien*. Tydligen roterar löprullen — för samma rörelseriktning hos märket — åt olika håll, då skifvans medelpunkt är på olika sidor om löprullens plan. För att hafva en bestämd utgångspunkt, må vi i det följande antaga, att den graderade skifvan roterar positivt (med besiffringen). när märket är till höger om grundlinien och aflägsnas från vagnen eller när det är till venster om grundlinien och föres till vagnen.

Betecknas valsens och löprullens radier med r och $r_,$ *och deras samtidiga rotationsvinklar, uttryckta såsom båglängder, med* φ *och* ω, *så blir, om (fig. I) märket föres ut efter den på afståndet* y *från grundlinien befintliga linien a b, hvars längd må betecknas med* x, $x = r\,\varphi$ *och* $y\,\varphi = r_,\,\omega$, *hvaraf, om* φ *elimineras,*

$x\,y = r\,r_,\,\omega$ *.......... (177).*

Af vidstående formel framgår, om märket föres i tur och ordning ut efter med grundlinien parallela linier, att löprullens rotationsvinklar äro proportionela med areorna på

de rektanglar, som inneslutas af grundlinien, nämnde linier och de från dem vinkelrätt utgående linierna, och att areorna således direkt afläsas vid planimetern, om märket förts i positiv led och valsens samt löprullens radier äro så bestämda, att rotationsvinkeln för en skaldel svarar mot ytenheten.

Föres märket från *a* medsols ut efter den slutna, af grundlinien skurna trapplinien *a b c d e f,* hvars afsatser äro parallela med eller vinkelräta mot grundlinien, så roterar löprullen endast, men roterar positivt, då det föres parallelt med grundlinien. Man afläser alltså vid återkomsten till *a* arean på fig. I.

Föres märket medsols ut efter en dylik trapplinie, som ej skäres af grundlinien (fig. II eller III), så *framrycker* den graderade skifvan under rörelsen från *a* till *c* med ett antal skaldelar, som svarar mot arean på figuren *m a b c n* och *tillbakarycker* under rörelsen från *c* till *a* med ett antal skaldelar som svarar mot arean på figuren *m e d n*. Man afläser således vid återkomsten till utgångspunkten arean på figuren *a b c d e*.

Hvad som blifvit sagdt om ofvannämnde figurer gäller oberoende af afsatsernas storlek, således äfven om afsatserna äro oändligt små, d. v. s. om trapplinien öfvergår i en kroklinie. För ifrågavarande instrument gäller alltså: Om märket får medsols beskrifva en sluten kroklinie utan öglor, så afläses vid återkomsten till utgångspunkten arean på den af kroklinien inneslutna figuren.

Får märket kringfara en kroklinie, som förslingrar sig (fig. IV) så att den bildar öglor, så blir arean på hvarje medsols kringfaren ögla adderad till, men arean på hvarje mötsols kringfaren ögla subtraherad från grundfigurens area. Arean på en inåtböjd och medsols kringfaren ögla kominer påtagligen två gånger att medtagas. Huru man i öfverensstämmelse med det ofvan sagda skall föra märket för att få veta skilnaden mellan gräfnings- och fyllningsareorna vid banksektioner i en sidosluttning visar fig. V.

För att bestämma valsens och löprullens radier har man formeln $x\,y = r\,r_,\,w$. Är den graderade skifvan indelad i 100-delar och man vill, att en skaldel skall motsvara en ytenhet, så har man att i denna formel insätta värdena $x\,y = 1$ och $\omega = 2\pi/100$ och får då $1 = r\,r_,\,2\pi/100$, hvaraf

$r\,r_, = 15{,}91$ .... (178)

r och $r_,$ fås naturligtvis härvid uttryckta med den ytenheten motsvarande längdenheten.

Kommissionslandtmätaren *J. P. Ljungström* har konstruerat en linearplanimeter, hvars linial kan inställas under hvilken vinkel som helst med löprullens axel. Instrumentet kan härigenom anordnas för olika ytenheter.

Bildar (fig. 175) linialen (grundlinien) en vinkel v med löprullens axel, och föres märket kring en parallelogram, som bestämmes af grundlinien, en dermed parallel linie x och två från denna linies ändpunkter parallelt med löprullens axel utgående linier y, så erhålles som förut löprullens rotationsvinkel ur $x\ y = r\ r_,\ \omega$; men den kringfarna figurens area är ej $x\ y$ utan $x \cos v{\cdot}y$. Den skalenheten motsvarande ytenheten minskas alltså proportionelt med cosinus för vinkeln v.

177. Pröfning. För att pröfva linearplanimetern ritar man upp cirklar och rektanglar med fina och skarpa linier, låter märket kringfara dessa figurer och jemför deras beräknade areor med de af planimetern angifna. Visar det sig härvid, att differenserna ej öfverstiga ¹⁄₁₀₀₀ af arean och att de blifva än positiva än negativa, så är instrumentet i ordning. Visar det sig åter att planimetern angifver oupphörligt för stora eller oupphörligt för små areor, så måste antingen löprullens eller valsens diameter ökas eller minskas, ty ju mindre radier ju större rotations vinkel Bauernfeind m. fl. taga miste, då de påstå motsatsen.. Äro felen ej stora, så kan man genom att använda gröfre eller finare tråd möjligen få instrumentet korrekt. Eljest måste antingen valsen eller löprullen omgöras eller afsvarfvas, såvida ej, såsom på Ljungströms konstruktion, linialen kan vridas i förhållande till löprullens axel. I så fall göres vinkeln v spetsigare eller trubbigare, allt efter som instrumentet gifver för stora eller för små areor.

Huru man afhjelper öfriga felaktigheter som kunna inverka menligt, såsom att det mot skifvan vinkelräta plan, uti hvilket löprullens axel ligger, ej skär skifvan utefter en dess diameter, att skifvan har ojemnheter, att löprullen på grund af för stor tappfriktion eller af att indexlöparen tager för stor kraft i anspråk, ej är tillräckligt lättrörlig o. s. v., öfverlemnas åt läsarens bepröfvande.

178. Noggrannhet. För att utröna när linearplanimetern mäter noggrannast hafva vi att undersöka, huru man lämpligast bör ställa den relativt till figuren, på det att

planimeterns ofullkomligheter må minst menligt inverka. Vi må i detta afseende endast lästa oss vid ojemnheter hos skifvan och öfriga omständigheter som föranleda oegentligheter i löprullens rörelser.

Antaga vi med hänsyn till skifvans ojemnheter m. m., att den ställning af planimetern i förhållande till en figur, som skall mätas, är den bästa, för hvilken löprullen minst roterar, d. v. s. för hvilken de negativa rörelserna reduceras till ett minimum, så framgår fördelen af att så ställa planimetern, att grundlinien delar figuren (fig. 174: I) i två hälfter. Man torde i allmänhet ock böra så ställa planimetern; dock aktgifvande på att konturlinien ej bildar allt för spetsiga vinklar med löprullens axelriktning eller allt för nära smyger sig efter grundlinien; ty, om detta är händelsen, kommer kraftkomposanten för löprullens vridning att vid sådane ställen blifva så liten, att den ej förmår sätta löprullen i rörelse, oaktadt teoretiskt sedt rörelse fordras. Fördelen af att hafva löprullen så lättrörlig som möjligt framgår i samband härmed.

Alldenstund rörelsen hos löprullen för samma figur blir större i den mån linialens vinkel med löprullens axel är spetsig, så följer med stöd af ofvannämnde antagande, att linearplanimetern mäter skarpast, när linialen bildar rät vinkel med löprullens axel.

Linearplanimetern lemnar, när den är i godt skick, synnerligen skarpa resultat. En person med vana att föra märket kan då, om figurerna ej äro allt för små, påräkna, att felet i medeltal ej öfverstiger ¹⁄₁₀₀₀ af arean som mätes. Imellertid förebrås linearplanimetern icke utan skäl att lätt komma i olag och att på grund häraf vara opålitlig. Detta i förening med att den är ganska dyr torde vara anledningen till, att den blifvit mycket undanträngd af polarplanimetern.

Amslers polarplanimeter.

179. Detta ytmätningsinstrument förekommer under många modifikationer. Fig. 177, pl. 3, visar en i Teknol. Institutets samlingar befintlig polarplanimeter, som i detaljanordningen något afviker från Amslers ursprungliga konstruktion. Instrumentet består af två armar, $A\ P$ och $A\ M$, förenade genom en vridningsaxel i A. Armen $A\ P$ har i P ett med sistnämnde axel parallelt stift, afsedt att nedtryckas uti papperet. Detta stift utgör den *pol*, kring hvilken hela instrumentet vrides; häraf namnet polarplanimeter. Armen $A\ M$ har i M en rund glasskifva, försedd med ett märke

(en svart prick), som vid mätningen med tillhjelp af händtaget k föres utefter konturlinien till den figur, hvars area sökes. Förutom på punkterna P och M hvilar instrumentet på flänsen till ett graderadt hjul H, hvars vridningsaxel är inpassad vid sidan af och parallelt med armen $A\ M$. Detta hjul kommer på grund af friktionen mellan flänsen och papperet i rotation, då armen $A\ M$ vrides. Hjulets skifva är graderad i 100 lika delar, och den vid armen $A\ M$ fästade bågformiga nonien i 10 delar. Noniens utslag ar alltså tiondedelen af en skaldel eller tusendedelen af ett hvarf. För att man, om så påfordras, må lätt kunna hålla reda på antalet hela hvarf, har hjulets axel en skruf r utan ände, som ingriper uti ett dref med 10 tänder. Detta dref är fästadt vid axeln till en skifva s, som är försedd med 10 delningsstreck. Skifvan framrycker följaktligen med ett delningsstreck för hvarje hvarf hos hjulet. Vigten v har till ändamål att hindra stiftet från att hoppa ur centrum och att gifva erforderligt tryck mellan hjulflänsen och papperet.

Återkommande till instrumentets användning, vilja vi i det följande endast förutskicka hvad som för uppfattningen af dess teori är nödigt att på förhand veta.

På det plant lagda papperet, som innehåller den figur hvars area sökes, väljes polpunkten i eller utom figuren. Stiftet nedtryckes vertikalt, så att glasskifvan och hjulflänsen ligga an mot papperet. En punkt på figurens omkrets utsattes och sedan man fört märket öfver punkten och afläst hjulets ställning eller under upplyftning af detsamma inställt dess nollpunkt midt för noniens, föres märket noggrannt kring hela omkretsen tillbaka till utgångspunkten. Man afläser nu hjulets nya ställning. Om polen tagits utanför figuren angifver det antal delningsstreck, hvarmed hjulet framryckt, dennas yta i någon, af instrumentets dimensionsförhållande beroende enhet; har den tagits inom figuren, så måste en för hvarje instrument karakteristisk konstant adderas till det af hjulet angifna talet, för att figurens ytinnehåll må erhållas.

180. Teori. Emedan hjulet ej roterar, när märket föres i dess axels riktning, så kan det ej heller rotera, när man, efter att så hafva fastläst armen $A_1\ M_1$ vid $A_1\ p$ (fig. 179, pl. 4), att hjulflänsens plan går genom polen p, låter märket alstra cirkeln $M_1\ u\ v\ O$. Denna cirkel, som må benämnas *grundcirkeln*, har en viss betydelse för instrumentet. Betecknas med $R_,$ grundcirkelns radie, med l längden af armen $A_1\ M_1$ med R längden af armen $A_1\ p$ samt

Pl. 4 Fig. 179-182.

med h hjulflänsens afstånd Förmånligast vore, om h vore lika med 0, d. v. s. om hjulflänsens plan sammanfölle med ledgångsaxeln. Att så anordna möter tekniska svårigheter. Man finner, vid en del instrument hjulet utanför ledgångsaxeln. till ledgångsaxeln A_1, så fås i trianglarna $A_1\ H_1\ p$ och $p\ H_1\ M_1$

$R_,^2 = (l - h)^2 + R^2 - h^2,$

hvaraf

$R_,^2 = l^2 + R^2 - 2\ l\ h$ .... (179).

Omedelbart torde inses, att hjulet ej roterar åt samma håll, när märket föres inom och när det föres utom grundcirkeln (i båda fallen tör märket samma rotationsled i förhållande till polen). I det följande må en gång för alla antagas, alt hjulet roterar med besiffringen till hjulets gradering, när märket föres medsols och utom grundcirkeln, och att denna rotationsled hos hjulet således är den positiva. För ifrågavarande instrument gäller alltså: *hjulet gifver positiv afvecklingsbåge, när märket föres medsols utom eller motsols inom grundcirkeln, samt negativ afvecklingsbåge, när märket föres medsols inom eller motsols utom grundcirkeln.*

Om märket föres i hjulaxelns riktning, så roterar ej hjulet. Vrides det kring A_1 så afvecklar hjulet en båge af samma längd som den cirkelbåge, hvilken dess medelpunkt alstrat; och föres slutligen märket (läget $p\ A_2\ M_2$) så, att hjulets medelpunkt alstrar en rät linie $H_2\ s = x$, som bildar vinkeln $90° - \alpha$ med hjulaxeln, så afvecklar hjulet en båge $b = H_2\ t$, hvars längd erhålles ur eqvationen

$b = x \cos \alpha$ .... (180).

Riktigheten af denna formel torde lättast inses, om man föreställer sig hjulet roterande i riktningen $H_2\ t$, under det att papperet drages i hjulaxelns riktning. Har på detta sätt och under samma tid hjulets medelpunkt gått stycket $H_2 t$ och papperet stycket $t\ s$, så är hjulet i s, men det har, alldenstund förflyttningen af papperet i riktningen $t\ s$ ej åstadkommer någon rotation, endast afvecklat båglängden $H_2\ t$. Formeln (180) eger äfven giltighet, när hjulets medelpunkt beskrifver en cirkelbåge x kring p ty för en oändligt liten förflyttning af

hjulets medelpunkt från H_2 i tangentens riktning sammanfaller tangentelementet med bågelementet. Således gäller formeln för ett oändligt litet element af bågen x; men gäller den för ett, så gäller den ock för alla följande oändligt små bågelement och alltså, alldenstund α förblir konstant, för hela bågen x.

Om märket under vridningen kring p öfverfarit bågen $M_2 M_3$, svarande mot bågen e i enhetscirkeln, så har hjulets medelpunkt alstrat $H_2 H_3$, äfvenledes svarande mot e. Längden af bågen $H_2 H_3$ fås således, om radien $p H_2$ betecknas med z, ur $x = z e$, och den af hjulet afvecklade bågen ur $b = z e \cos \alpha$, hvaraf, emedan $z \cos \alpha = R \cos \beta + h$ och ____^{2} $p M_2 = \rho^2$ $= \rho^2 = l^2 + R^2 + 2 l R \cos \beta$,

$l b = e \rho^2/2 - [e(l^2 + R^2 - 2 l h)]/2$,

eller, alldenstund enligt eqv. (179) $R_,^2 = l^2 + R^2 - 2 l h$,

$l b = e \rho^2/2 - e R_,^2/2$ .... (181).

Denna formel gäller påtagligen äfven, när märket föres på en polcirkelbåge ($M_4 M_5$), hvilken ligger inom grundcirkeln. Skärskåda vi formeln närmare, så finna vi, att $I b$ angifver skilnaden mellan de båda sektorsareorna $p M_2 M_3$ ($p M_4 M_5$) och $p u v$ ($p u_5 v_5$), d. v. s., $l b$ angifver arean af den streckade figuren $u M_2 M_3 v$ ($u_5 M_4 M_5 v_5$). Man kan alltså säga: Om märket föres utefter en cirkelbåge med polen till medelpunkt, så gifver produkten af hjulets afvecklingsbåge b och armlängden l arean på den mellan grundcirkeln, cirkelbågen och dess båda ändradier inneslutna figuren. $I b$ (arean) blir i öfverensstämmelse med förut gifven regel positiv, då märket föres medsols utom eller motsols inom grundcirkeln, i annat fall negativ.

Låta vi nu märket följa den af polcirkel bågar och radiela afsatser bestående brutna linien $m n$ (fig. I), hvars ändpunkter m och n ligga på samma afstånd från p (från grundcirkeln), så gäller ofvanstående sats för hvar och en af nämnde bågar. Om derför de afvecklingsbågar hos hjulet som svara mot dem, äro Δb, Δb_1 Δb_2 etc., så gifver $l \sum \Delta b = l b$ påtagligen arean I. Märket har imellertid äfven måst föras utefter de radiela afsatserna, och hjulet har då äfven roterat; men som m och n äro på samma afstånd från p, så hafva de af hjulet afvecklade båglängder som svara mot dessa afsatser, tydligen upphäft hvarandra. Hjulet har alltså, när märket förts utefter $m n$, afvecklat en båglängd $\sum \Delta b = b$, som multiplicerad med l gifver arean I.

I öfverensstämmelse härmed erhållas äfven areorna II och III, om märket förts efter den brutna linien, utaf produkten af hjulets afvecklingsbåge och armlängden l (som för de båda sista bågarne i fig. III hjulet roterar negativt, så blifva areorna a och a_1 subtraherade från $v u m o z$, och det

återstår arean III). Då detta nu måste gälla, äfven om polcirkelbågarne och de radiela afsatserna äro oändligt små, så kan man säga: när märket förts utefter en kroklinie, hvars båda ändpunkter ligga på samma afstånd från polen, så gifver produkten af hjulets afvecklingsbåge b och armlängden l arean å den mellan grundcirkeln, kroklinien och «de båda ändradierna inneslutna figuren, åtminstone om kroklinien ej bildar öglor.

Då vi nu gå att tillämpa det ofvan sagda, så är det nödvändigt att hvar för sig behandla följande fall: 1:o) *polen befinner sig utom figuren;* 2:o) *polen befinner sig inom figuren*. Dessförinnan torde det för vinnande af förenkling redan nu vara på sin plats att påpeka, att man mäter den afvecklade båglängden med antalet framryckta skaldeiar hos hjulet. Betecknas detta antal med n och delningsafståndet med a, så är $b = n a$ och $I b = I n a = n$, om, såsom alltid är fallet, armens och hjulets dimensioner äro så bestämda, att produkten $l a$ representerar en viss ytenhet. Vi kunna alltså i nyss anförda sats i stället för produkten af hjulets afvecklingsbåge b och armlängden l sätta: antalet framryckta skaldelar, eller

$l b = l a n = n$ .... (182).

1:o) *Polpunkten utom figuren.* Ehuru genom att påpeka, det ofvannämnde sats äfven förklarats giltig, då de båda ändpunkterna sammanfalla, och att i så fall hjulets utslag gifver arean på den slutna krokliniens figur, vi hafva generelt bevisat, hvad som skulle bevisas, anse vi oss dock för att kunna åskådliggöra instrumentets sätt att verka, böra tillämpa denna sats på några särskilda figurer.

Låta vi märket i pilarnes riktning följa kroklinien till fig. IV från m till den på samma polcirkel liggande punkten n, så *framrycker* hjulet med antalet skaldelar som angifver den positiva arean $u m t n v$; låta vi det sedan gå från n till m, så tillbakarycker hjulet med antalet skaldelar som angifver den negativa arean $u m s n v$. Man afläser således vid återkomsten i m den positiva arean IV.

Låta vi vidare märket följa kroklinien till fig. V i pilarnes riktning från m till n och sedan från n till m, så *tillbakarycker* hjulet i förra fallet med antalet skaldelar som svarar mot den negativa arean $m u v n s$ och *framrycker* i senare fallet med antalet skaldelar som svarar mot den positiva arean $n t m u v$. Man afläser således vid återkomsten i m den positiva arean V.

Låta vi slutligen märket i pilarnes riktning följa kroklinien till fig. VI från m till n och sedan från n till m, så

framrycker hjulet i förra fallet med antalet skaldelar som svarar mot den utanför, och i senare fallet med antalet skaldelar som svarar mot den innanför grundcirkeln varande arean. Man afläser vid återkomsten i m den positiva arean VI.

Då vid kringfarandet af en figur hjulet påtagligen gifver samma utslag, hvilken utgångspunkt man än må välja, så kunna vi på grund af det föregående för det ifrågavarande instrumentet uppställa följande sats: Då man har polen utanför en figur utan öglor och låter märket medsols (i förhållande till figurens centrum) kringfara densamma, så afläses vid återkomsten i utgångspunkten figurens area. Kringfares figuren i motsatt led, så blir afvecklingsbågen negativ och man måste afläsa mot besiffringen. Betecknas figurens area med A, så är alltså, när polen befinner sig utom figuren

$A = l a n = n$ .... (183).

Får märket medsols kringfara en kroklinie (fig. 180, pl. 4), som förslingrar sig, så blir i öfverensstämmelse med det förut sagda, arean af hvarje medsols kringfaren ögla adderad till och arean af hvarje motsols kringfaren ögla subtraherad från grundfigurens area (arean $a b c d$ när öglorna borttagas). I fig. 180 komma alltså areorna af öglorna vid a och b att adderas till grundfigurens area, och areorna af öglorna vid c och d att subtraheras från grundfigurens area. Arean af öglan vid b blir således medtagen två gånger, arean af öglan vid d ej medtagen.

2:o) *Polpunkten inom figuren.* Är (fig. 181, pl. 4) $u v s$ grundcirkeln, och kringfares medsols kroklinien $u t v s$, innanför hvilken polen är belägen, så *framrycker* hjulet för bågen $u t v$ med antalet skaldelar som svarar mot den utanför grundcirkeln liggande arean a, och *tillbakarycker* för bågen $v s u$ med antalet skaldelar som svarar mot den innanför grundcirkeln liggande arean a, Hjulet gifver alltså vid återkomsten till utgångspunkten utslaget $n_,$, för $a - a_,$ (för grundcirkeln helt och hållet inom figuren är $a_, = 0$, för figuren helt och hållet inom grundcirkeln är $a = 0$). Adderas grundcirkelns area till $a - a_,$, så erhålles påtagligen arean af figuren $s u t v$. Om en figurs area betecknas med A, så gäller alltså, när polen är inom figuren, följande formel

$A = l a n_, + \pi R_,^2 = l a n_, + \pi (l^2 + R^2 - 2 l h) = n_, + K$ . . (184).

Grundcirkelns area K är således en för hvarje polarplanimeter karakteristisk konstant, som, när polen är inom figuren, måste adderas till utslaget för att figurens area må erhållas, Som hjulets afvecklingsbåge blir negativ när $A < K$,

och detta kan föranleda förvillelse, så må påpekas fördelen af att ställa in hjulet, så att *konstanten afläses i utgångspunkten,* när märket skall kringfara en figur, som har polen inom sig. Instrumentet utför då sjelf additionen eller subtraktionen, och man afläser, likasom då polen är utom figuren, vid återkomsten i utgångspunkten den sökta arean.

För att utröna, under hvilka förhållanden instrumentet mäter skarpast, hafva vi att undersöka hvarest med hänsyn till figuren polen bör väljas för att hjulet må gifva det bästa utslaget samt för att ett fel i armlängden må minst menligt inverka. Vi måste behandla dessa båda frågor hvar för sig.

Hvad beträffar den första, så är det med hänsyn till papperets ojemnheter och öfriga omständigheter, som föranleda oegentliga rörelser hos hjulet, berättigadt att antaga den pol såsom den bästa, för hvilken rörelsen hos hjulet är minst. Fasthålla vi tillsvidare denna sats såsom riktig, så är det lätt afgöra, för hvilken af de fyra lika stora cirklarne i fig. 179

resultatet bör blifva bäst, då polen är i p.

Hjulet afvecklar för cirkeln med polen till medelpunkt en negativ båge, som svarar mot arean på ringformiga figuren mellan bågen och grundcirkeln; för cirkeln $m_1\ s_1\ n_1\ t_1$ en positiv båge, som svarar mot $n_1\ t_1\ m_1\ v_1\ u_1$ samt en negativ båge, som svarar mot $m_1\ v_1\ u_1\ n_1\ s_1$; för cirkeln med medelpunkten på grundcirkeln en positiv båge, svarande mot cirkelns area; för cirkeln $m_2\ s_2\ u_2\ t_2$ en positiv båge, som svarar mot $u_2\ m_2\ s_2\ n_2\ v_2$ samt en negativ båge, som svarar mot $u_2\ m_2\ t_2\ n_2\ v_2$. Jemföra vi dessa bågar med hvarandra, så finna vi, alldenstud de äro proportionela mot areorna, att hjulet roterat minst för den cirkel som har medelpunkten på grundcirkeln, och mest för den som har polen till medelpunkt, samt att, om de båda andra cirklarne förutsättas på samma afstånd från grundcirkeln, förhållandet är gynnsammare för den yttre än för den inre cirkeln.

Vore ofvan anförde sats riktig, så kunde man alltså säga: polarplanimetern mäter *smärre* figurer (i allmänhet sådane, för hvilka arean är mindre än grundcirkelns halfva area, ty i så fall är $n < n_,$) säkrast, om polen är utom samt grundcirkeln symmetriskt skär figuren, och sämst, när polen är inom figuren eller i närheten af dess konturlinie; för öfrigt i allmänhet bättre, när figuren är utanför, än när den är innanför grundcirkeln.

Imellertid kan häremot invändas, när små, smala och af grundcirkeln längs efter skurna figurer mätas, att kraftkomposanten i hjulflänsens plan kan blifva så liten, att den ej förmår sätta hjulet i rörelse. Denna invändning är

tvifvelsutan fullt berättigad och modifierar i någon mån det ofvan sagda, i det den påpekar, att polen bör väljas så, att grundcirkeln ej delvis sammanfaller med eller allt för nära smyger sig efter figurens konturlinie Det är ej nog med att kraftkomposanten minskas, då rörelsen närmar sig till att gå vinkelrätt mot hjulflänsen; tapptrycket (ändtryck) ökas i samma mån, och tillföljd häraf är större kraft erforderlig för att sätta hjulet i rörelse.. För öfrigt ligger häri en påminnelse om att göra hjulet så lättrörligt som möjligt. Mot den vanliga konstruktionen af polarplanimetern kan med skäl anmärkas, att mekanismen i och för afläsning af hela hvarf tager allt för mycket kraft i anspråk. Vid herr Ljungströms cirkelplanimeter (184) är hjulet, med anledning af det sätt hvarpå han inrättat denna mekanism, vida lättrörligare, Det återstår att undersöka när ett fel i armlängden l verkar menligast. För detta ändamål hafva vi att differentiera formlerna (183) och (184), och erhålla då

$dA_1 = a\ n{\cdot}dl$ samt

$dA_2 = a\ n_,{\cdot}dl + 2\ \pi(l - h){\cdot}dl$,

hvaraf, emedan

$a\ n = A/l$ och $a\ n_, = (A - \pi\ R_,^2)/l = [A - \pi\ (l^2 + R^2 - 2\ l\ h)]/l$,

$dA_1 = (A/l){\cdot}dl$ .... (185)

och

$dA_2 = dA_1 + (\pi/l)\ (l^2 - R^2){\cdot}dl$ ..... (186).

Man finner häraf, att för, $l = R$, justerfelet utöfvar samma inflytande, vare sig att polen är utom eller inom figuren, att dess inflytande i senare fallet får större betydelse, i den mån den ena armen är längre än den andra, samt slutligen, att det relativa felet dA_2/A blir större, ju mindre figuren är.

Vid Teknologiska Institutets polarplanimeter är ungefärligen $R = 113$ m.m. och $l = 116$ m.m. Insättas dessa värden i formlerna (185) och (186), så erhålles

$dA = \pm\ 0{,}0086\ A\ dl$

samt

$dA_2 = \pm\ 0{,}0086\ A\ dl \pm 19\ dl$

Om justerfelet dl antages vara ± 0,1 m.m., så svara mot $A = 1000$ qv.m.m.: $dA_1 = \pm\ 0{,}86$ qv.m.m. och $dA_2 = \pm\ 0{,}86 \pm 1{,}9 = \pm\ 2{,}76$ qv.m.m.

181. Polarplanimeters pröfning och justering bestå, uti att efterse, om produkten $l\ a$ är lika med den för instrumentet bestämda ytenheten (den ytenhet, som svarar mot en skaldel på hjulet), och att i motsatt fall söka bringa detta vilkor att uppfyllas. Som hjulets dimensioner ej kunna ändras, så måste justeringen göras genom armens förlängning eller förkortning (med justerskrufvarne j). För att undersöka om ifrågavarande vilkor är uppfyldt, slår man upp cirklar, med till sin längd noga bestämda radier. Man låter märket kringfara dessa cirklar, hvilka, emedan K förändras med l, i händelse af förutsedd justering ej böra hafva polen inom sig, samt efterser, om hjulets utslag n angifver deras beräknande med ofvannämnde ytenhet uttryckta areor. I öfvensstämmelse med hvad framdeles kommer att visas äro de cirklar att föredraga, som hafva medelpunkten på grundcirkeln. Som $A - l\ a\ n$ och l således är omvändt proportionel mot n, så bör l förlängas eller förkortas i samma proportion som utslaget n varit för stort eller för litet. Förmånligt är, om konstruktionen medgifver så stor förändring af armlängden, att instrumentet kan inställas för olika ytenheter Vid en del konstruktioner ligger hjulet utanför ledgångsaxeln; armlängden kan i så fall inställas inför hvilken ytenhet som helst.. Det säger sig sjelf, att man bör, såvidt möjligt är, göra sig oberoende af tillfälliga oegentligheter genom att bestämma felet ur flera undersökningar.

Konstantens bestämning företages, alldenstund K beror af l, först sedan instrumentet blifvit justeradt. Ehuru K kan beräknas ur $K = \pi\ (l^2 + R^2 - 2\ l\ h)$, kommer man i anseende till svårigheten att noggrannt uppmäta l, R och h bäst till målet på följande sätt: Man uppslår med noggrannt bestämda radier koncentriska cirklar — helst sådana som ligga utanför grundcirkeln och på så stort afstånd från den, att kraftkomposanten för hjulets vridning ej må blifva för liten — väljer medelpunkten till pol och låter märket sedan kringfara dessa cirklar. Betecknar A den beräknade cirkelarean och $n_,$ såsom förut utslaget, så kan K sökas ur

$K = A - n_,$.

Alldenstund $n_,$ förekommer med olika tecken (positivt för cirklar som äro större, negativt för cirklar som äro mindre än grundcirkeln), påpeka vi fördelen af att i utgångspunkten ställa in hjulet, så att den *kända arean A* afläses, och att i så fall låta märket gå *motsols* kring figuren. Instrumentet utför då sjelf subtraktionen eller additionen, och man afläser vid återkomsten K. Genom att på lämpligt sätt,t. ex. medelst en trästicka fastläsa de båda armarne vid hvarandra kan man få märket att noggrannare, än då det föres på fri hand, följa cirkeln. Det säger sig sjelf, att konstanten bör bestämmas ur ett medium af vid flera operationer erhållna resultat.

182. Instrumentets användning. På grund af det föregående må följande reglor anföras till ledning för ett rätt bruk af polarplanimetern. Ehuru det från teoretisk synpunkt är likgiltigt hvar polen befinner sig, så bör man i allmänhet, när figurens area är mindre än grundcirkelns halfva area, helst välja polen utom figuren och så, att figuren symmetriskt skäres af grundcirkeln; dock under aktgifvande på, att grundcirkeln ej smyger sig för nära efter eller under mycket spetsig vinkel skär figurens konturlinie. När polen skall tagas *utom* figuren, sätter man alltså märket i dess centrum, vrider sedan polarmen, tills polnålen kommer i hjulflänsens plan (läget $p\ A_1\ M_1$ i fig. 179) och nedtrycker nålen. Då ofvan nämnde operation ej behöfver utföras med noggrannhet, så föranleder ett sådant val af lämplig pol ingen tidspillan. Den bästa polen *inom* en figur är i allmänhet dess centrum. För att undvika förvillelse rörande tecknet för n_1 då polen befinner sig inom figuren, är det lämpligast att i utgångspunkten inställa hjulet, så att konstanten afläses. Man afläser då vid återkomsten till utgångspunkten omedelbart figurens area. Vid samma konstruktion som den ifrågavarande skall, om sistnämnde regel alltid följes, hvarje figur kringfaras medsols i förhållande till figurens centrum; eljest får man afläsa mot besiffringen.

183. Noggrannhet. En god polarplanimeter lemnar vid jemnt och lämpligt papper och ej för små figurer i medeltal arean riktig på 1/500 à 1/600 när. Vid mycket små figurer blir den relativa noggrannheten betydligt mindre. Dock synes påståendet, att polarplarplanimetern är oduglig för smärre ytor, hafva sin grund i, att man i allmänhet ej beaktat nödvändigheten af att välja lämplig polpunkt. Gör man detta enligt ofvan gifna föreskrifter, och kringfar figurer om 10 à 20 qv.m.m. (1 à 2 qv.lin.) 4 gånger, så erhålles med all säkerhet arean på 1/40 när. Det sannolika felet är betydligt mindre.

Vid 6 seriemätningar af arean på en cirkel, om 2,36 lin. i diameter, hvarvid för hvarje serie ny polpunkt valdes och figuren kringfors 10 gånger, lemnade 4 serier exakt samma slutsumma 7 skaldelar (figurens area alltså 0,7 skaldel = 7 qv.st. i åkerskalan), de båda andra 6,9 och 7,05.

Likartade försök med en god planimeter torde öfvertyga hvar och en huru skarpt polarplanimetern, rätt använd, mäter och att orsaken till att instrumentet ej lemnar samma relativa

noggrannhet för små som stora figurer hufvudsakligen får tillskrifvas afläsningsfel med anledning af för litet delningsafstånd. Som $l{\cdot}a = 1$, så är med anledning häraf lämpligt, att för små figurer använda planimetrar med kort arm märkets arm) och stort hjul.

Ljungströms cirkelplanimeter.

184. Detta af kommissionslandtmätaren *J. P. Ljungström* uppfunna instrument är teoretiskt sedt en polarplanimeter, hvars grundcirkel har oändligt stor radie, d. v. s. öfvergår i en rät linie.

Instrumentet är på följande sätt inrättadt: Vid en cirkelrund glasskifva *A* (fig. 178, pl. 3) är fästad en med två handtag *h* och *h*, försedd metallbygel *B*, som medelst en horisontel ledaxel *v a* uppbär en metallskifva *C*. Denna kring nyssnämnde axel vridbara skifva hvilar vid sin andra ände på mäthjulet *H*. Detta, som har sin axel $H\,a_1$ lagrad uti metallskifvan förmedelst två spetsar vid *H* och a_1, har ett sådant läge i förhållande till glasskifvan, att hjulflänsens lägsta punkt (beröringspunkten med papperet) sammanfaller med glasskifvans medelpunkt, när instrumentet är uppstäldt. Sistnämnde axel är plattgängad, och i gängans spår ligger en liten trådbygel, som, då hjulet vrides, åker fram eller tillbaka och vid skalan indikerar antalet hela hvarf, som hjulet roterar. Hjulet är graderadt i 100 delar, och bråkdelar af skaldelen afläses medelst den vid metallskifvan fästade, bågformiga nonien*N*. Märket *M*, som är betecknadt genom en svart prick på glasskifvans hvilplan, måste likasom skifvans medelpunkt vara beläget på den förlängda hjulaxelns projektion på nämnde plan. Då instrumentet för öfrigt kan, såvidt dess dimensioner medgifva, mäta i hvilken skala (med hvilken enhet) som helst, blott märket förlägges på ett motsvarande afstånd från glasskifvans medelpunkt, så har herr Ljungström utsatt prickar för vanligen förekommande skalor. För att underlätta utsättandet af sådana märken, för den händelse man önskar mäta i andra skalor än dem, hvarför märken finnas, äfvensom för att underlätta instrumentets pröfning och justering, äro i glasskifvans hvilplan två mot hvarandra vinkelräta diameterspår inristade, af hvilkadet ena sammanfaller med hjulaxelns projektion på nämnde plan. *D* är en linial (fig. 182, pl. 4), som medelst två à tre nålspetsar fästes vid papperet, och hvilken glasskifvans periferi alltid måste beröra under mätningen.

Instrumentet användes på följande sätt: Efter att hafva valt ett lämpligt läge för linialen, nedtryckt dess spetsar uti papperet, fört märket på figurens konturlinie samt instält hjulets nollpunkt midt för noniens — hvilket underlättas genom en enkel mekanism *m* — låter man, förande instrumentet med en hand vid hvardera handtaget, märket medsols kringfara figuren, under aktgifvande på att glasskifvan alltid tangerar linialen. Vid återkomsten i utgångspunkten afläses figurens area.

185. Teori. Har man fattat den i det föregående framstälda teorien för polarplanimetern, så finner man cirkelplanimeterns teori såsom ett korolarium häraf. På grund af ifrågavarande instruments konstruktion följer, att hjulet alltid berör papperet på den med linialen parallela och genom glasskifvans medelpunkt gående linien *G L* (fig. 182), och att det ej kommer att rotera, då märket föres utefter denna linie. Linien *G L*, som i alla afseenden motsvarar grundcirkeln hos polarplanimetern, må benämnas cirkelplanimeterns *grundlinie*. Antaga vi den led, *h* var åt hjulet roterar, då märket föres från venster till höger ofvanför grundlinien för positiv, så följer i öfverensstämmelse med hvad pilarne indikera, att hjulet afvecklar positiva bågar, när märket föres från venster till höger öfver eller från höger till venster under grundlinien, och negativa bågar, då märket föres från höger till venster öfver eller från venster till höger under grundlinien.

Om märket *M* föres utefter en med grundlinien parallel linie $M\,M_1 = x$, så flyttar sig hjulet stycket $H\,H_1 = x$, och afvecklar dervid en båge *b*, som, om vinkeln mellan hjulaxeln och grundlinien betecknas med α, fås ur $b = x \sin \alpha$. För öfrigt synes af figuren, att

$b\,l = l{\cdot}x \sin \alpha = t\,x$ .... (187).

Man kan alltså säga: Om afståndet *l* mellan märket och skifvans medelpunkt multipliceras med den båge, som hjulet afvecklar, då märket föres utefter en med grundlinien parallel linie, så erhålles arean af den rektangel, som inneslutes mellan grundlinien, den gifna linien och de från dess ändpunkter vinkelrätt utgående linierna; arean blir positiv, då märket föres från venster till höger öfver eller från höger till venster under grundlinien, eljest negativ.

Sambandet mellan cirkelplanimetern och polarplanimetern torde nu utan svårighet inses. Cirkelplanimetern är tydligen en polarplanimeter, hvars grundcirkel har oändligt stor radie. Det torde derför ej behöfvas någon speciel utredning af dess teori. Det må endast påpekas, att hvad som bevisats om polarplanimetern för fig. 179: I—II äfven kan på samma sätt bevisas om cirkelplanimetern för fig. 182: I—II, i hvilka polcirkelbågarne öfvergått i med grundlinien parallela linieelement, och de radiela afsatserna i mot grundlinien vinkelräta afsatser; och att med anledning häraf allt som blifvit sagdt om polarplanimetern rörande fig. 179: VI—IV och fig. 180, då polen ej ligger inom figuren (cirkelplanimetern har polen oändligt långt bort och kan således aldrig hafva den inom figuren), äfven måste gälla för cirkelplanimetern.

186. Cirkelplanimeterns pröfning och justering bestå uti att efterse om hjulaxelns projektion på glasskifvans undre plan sammanfaller med den linie (spår), som glasskifvans medelpunkt och märket bestämma, samt om märket är på riktigt afstånd från glasskifvans medelpunkt. Justeringen i och för det första vilkoret är ej lätt att med erforderlig noggrannhet utföra. Densamma verkställes, sedan befästningsskrufvarne *S* och *S*, blifvit lösgjorda, genom förflyttning af metallskifvan *C*. Då denna justering, en gång väl utförd af instrumentmakaren, i allmänhet torde stå vid lag, och i motsatt fall det ej bör vara svårt för hvar och en att uttänka, huru man lämpligen bör gå till väga, så inskränka vi oss till att jemte det ofvan sagda framhålla nödvändigheten af, att detta vilkor noga uppfylles.

För att pröfva, om märket har riktig plats, kan man gå till väga på samma sätt som vid polarplanimetern; dock torde för cirkelplanimetern rektanglar (de längre sidorna parallela med, de andra itudelade af grundlinien) vara förmånligare än cirklar. Justeringen sker genom att flytta märket uti det spår, som är parallelt med hjulaxeln. Skall ett nytt märke utsättas, torde vara lämpligast att först beräkna afståndet *l*, och sedan på grund af ofvan anförde profningssätt göra erforderlig justering. Justeringsfelets inflytande angifves af formeln.

187. Användning. I öfverensstämmelse med hvad som blifvit sagdt vid polarplanimetern, rörande val af lämplig pol, är det i allmänhet förmånligt, om man lägger limalen så, att grundlinien symmetriskt delar figuren; dock under aktgifvande på, att grundlinien ej smyger sig nära utefter och under mycket spetsig vinkel skär konturlinien.

För en större långsträckt figur, hvilken har en sådan bredd, att konturlinien hvarken på ena eller andra sidan behöfver smyga sig mycket nära intill och utefter grundlinien, är det förmånligt att hafva linialen i figurens längdriktning; ty förutsatt att kraftkomposanten för hjulets vridning är tillräckligt stor, är det med hänsyn till fördelen af liten rörelse hos hjulet riktigt att så mycket som möjligt föra märket i närheten af och parallelt med grundlinien, detta så mycket mera som det i denna riktning är lättast att föra. En uppmärksam iakttagare af instrumentet torde för öfrigt lätt inse, när ofvan antydda föreskrifter böra modifieras eller ej följas. För öfrigt kringfares hvarje figur medsols i förhållande till sitt centrum.

Det torde ännu vara för tidigt att fälla någon slutdom om detta instrument. Under en serie försök vid Ekonomiska Kartverket lär cirkelplanimetern hafva visat sig mäta skarpare och något fortare än polarplanimetern. Emedan glasskifvan slätar ut papperet är cirkelplanimetern förmånligare än polarplanimetern på skrynkladt papper. Äfven kan man såsom fördelar hos den förra anföra: att den utan att ändras kan användas för hvilket ytmåttsystem som helst och att dess hjul i allmänhet har mindre rörelse än polarplanimeterns. Vid den förra rör det sig endast på grundlinien; vid den senare på en sluten kroklinie. Mycket beror på hvilkendera planimetern är lättast och minst tröttsam att föra. Ehuru man vid första påseende torde vara benägen att föredraga polarplanimetern, torde det ännu vara förhastadt att obetingadt tillerkänna honom företräde i dessa afseenden framför cirkelplanimetern, åtminstone så länge märket ej ligger för nära glasskifvans medelpunkt (cirkelplanimetern är svårare att föra ju närmare märket ligger denna punkt). Att den senare måste skötas med två händer tyckes ej göra den tröttsam att använda; och linialen lemnar, på samma gång den styr, ett visst stöd mot handens darrningar. Polarplanimetern beherrskar större cirkelartade, cirkelplanimetern större rektangelartade figurer.

Herr Ljungström lemnar för öfrigt sin planimeter försedd med ett armsystem, som, om det tillkopplas, låter cirkelplanimetern förvandlas till en polarplanimeter.

Pantografen.

188. Pantografen är ett instrument, afsedt för kopiering af kartor eller teckningar uti hvilken skala som helst.

Om (fig. 184) *e a f d b s* är ett genom ledgångar vid *a, f, d* och *b* förbundet armsystem, som bildar parallelogrammen *a f d b* och uti hvilket punkterna *f, p* och *s* ligga i rät linie, så kommer, när systemet försättes i rörelse kring punkten *f, p* och *s* att beskrifva likformiga figurer, som derjemte förhålla sig som *d b* och *d s*; ty emedan *d b* sammanfaller med *d s*, och för hvilket läge än armsystemet kan få vinklarne *b* och *d* äro lika stora, samt emedan relationen $f\,d{:}d\,s = p\,b : b\,s$ ständigt eger rum, så måste för hvilket läge än armsystemet kan få, punkterna *f, p* och *s* ligga på samma räta linie och således $f\,p : f\,s = d\,b{:}d\,s$. Men sammanfaller alltid *f p* med *f s* och förblir förhållandet mellan dem alltid konstant, så kommer

påtagligen *p* och *s* att beskrifva likformiga figurer, som förhålla sig som *d b* till *d s*. Låter man derför ett i *s* fästadt stift kringfara en figur, så uppritar en i *p* fästad penna en härmed likformig figur uti skalan *d b*:*d s*.

Fig. 183.

En nyare pantograf-konstruktion af *Ott* & *Conradi* i Kempten finnes afbildad i fig. 183. Vi återfinna der armsystemet *e a f d b s*, uti hvilket *a b* kan hvar som helst fastläsas parallelt med *f d* vid *e f* och *d s*, hvilka för detta ändamål äro erforderligt graderade. Ledgångsaxeln *f* är fästad vid en på bordet uppstäld vigt; i punkten *s* är fästadt ett stift och i linie med *f* och *s* är i *p* en penna fästad vid en på *a b* flyttbar slid. För att uppbära armsystemet är i *h* en medskruf ställbar kula anbringad, samt utgå från armen *g* tvenne trådar från *e* och *d*. Dessa trådar ersätta de hittills brukliga löprullarne vid *a* och *b* och möjliggöra användandet af en betydligt mindre bordskifva än hvad eljest fordras. I och för noggrann inställning uti bordskifvans plan kunna trådarne spännas med skrufvar. För att pennan må beqvämt kunna försättas ur verksamhet, då stiftet föres i en bana som ej skall af pennan uppritas, löper från *s* öfver snörhjulet *i* ett snöre hvarmed pennan kan upplyftas. Stiftet och pennan, som äro inskjutna uti hylsor, hvila blott med egen tyngd mot papperet.

Fig. 184.

189. Användning. Instrumentet uppställes på ett för ändamålet afsedt plant ritbord; och egnar man härvid särskild omsorg åt att så spänna upphängningssnörena och inställa kulan *h*, att armsystemet blir parallelt med skifvans plan. Armen *a b* flyttas sedan utefter *e f* och *s d* till de märken, som svara mot den skala (*d b*:*d s*), i hvilken kopieringen skall försiggå, och slutligen förskjutes pennslidea till det motsvarande märket på *a b* (*f, p* och *s* komma då i linie med hvarandra). Pennan bör vara väl centrerad och rundt formerad, så att den håller sig på samma punkt, då den vrides i hylsan. Tid efter annan pröfvar man huruvida någon rubbning egt rum.

Är originalet så stort, att det ej kan på en gång kopieras, får man kopiera det afdelningsvis. I så fall egnas synnerlig omsorg åt originalets inpassning.

Då pantografen skall användas för förstoring, låter man stiftet och pennan byta platser.

*

Tionde kapitlet.

Horisontalmätning.

Bestämning af en orts meridian.

190. För att kunna angifva läget af en kartlagd trakt med hänsyn till väderstrecken, måste man känna meridianriktningen i en eller flera punkter på kartan. Meridianens riktning angifves omedelbart vid hvarje observatorium af det för observationer uti meridianplanet en gång för alla i detta plan instälda meridianinstrumentet och kan, om observatoriet — såsom vanligen är fallet — utgör en punkt uti landets geodetiska triangelnät, på grund häraf genom räkning bestämmas och angifvas för samtlige nätets triangelpunkter. Som det imellertid vid många slags mätningar för praktiska ändamål sällan inträffar att dessa punkter komma att upptagas eller att man har tillfälle till att få nödiga uppgifter för att kunna genom räkning för dem bestämma meridianriktningarne, så må vi här nedan sysselsätta oss med några mer eller mindre approximativa sätt att bestämma meridianen.

1) Man uppställer (fig. 185) en solskensdag, några timmar före middagen, en justerad teodolit (alhidadaxeln skarpt lodrätt), förser tubens okular med ett solglas och inställer under samtidig vridning på alhidadens och vertikalcirkelns inställningsskrufvar tuben på solen, så att det horisontela håret tangerar solskifvans öfverkant när det vertikala håret delar skifvan midt itu. När man lyckats få denna inställning, som försvåras genom jordens rörelse, erforderligt skarp, afläser man vid horisontalcirkelns nonier och låter derpå instrumentet stå orubbadt och betäckt tills ej fullt lika lång tid efter

Fig. 185.

middagen förflutit. Man lösgör då varsamt alhidaden *j*, följer — samma lutning hos tuben som vid föregående observation — solen, söker med alhidadens inställningsskruf fixera det tubens läge, för hvilket såsom förut det horisontela håret tangerar solskifvan och det vertikala delar den midt itu samt afläser ånyo. Hafva de båda afläsningarne vid en nonie varit v och $v_{,}$, så utvisar $\alpha = (v_{,} - v)/2$ påtagligen det vinkelvärde, hvarpå nonien bör inställas för att kollimationsaxeln skall angifva meridianriktningen. Man utsätter, sedan detta är gjordt, en signal *s* — och har denna riktning fixerad.

Det torde väl knapt behöfva påpekas, att en tublinial kan ersätta teodoliten och att man med den kan direkt på taflan inlägga meridianriktningen.

I stället för solen kan äfven en stjerna användas. Genom blott enkel syftning på polstjernan blir maximifelet i i meridianbestämningen 1° 40′.

2) Man förskaffar sig genom telegrafen noga reda på middagstiden vid något observatorium, gör tidskilnadsreduktion (± 15 minuter för hvarje longitudgrad) för den ort hvars meridian sökes och inriktar ett syftinstrument på solen vid ortens middagstid.

3) Om man omedelbart vill fixera meridianriktningen på ett mätbord, så kan detta låta sig göra under användning af en orienteringskompass. Som imellertid kompassnålen är underkastad såväl sekulärafvikelser som daglig afvikelse (se 173), måste vid dessa afvikelser — egentligen vid den förstnämnda — fästas behörigt afseende.

4) Ifrågavarande problem kan äfven lösas på följande sätt, som för fullständighetens skull må anföras. Man fäster (fig. 186) vid mätbordet en upprättstående nål, som slutar upptill med en liten af ett fint hål genombruten platta, bestämmer så skarpt som möjligt detta håls lodräta projektion *p* på taflan och uppslår med denna punkt till medelpunkt koncentriska cirklar. Man utmärker sedan på för- och eftermiddagen den af hålet föranledda solbildens skärningspunkter med cirklarne, delar midt itu de af solbanans kurva (hyperbel) afskurna cirkelbågarne och får sålunda punkter, som likasom punkten *p* tillhöra meridianlinien. Om operationen är med omsorg verkstäld, ligga dessa punkter exakt på samma linie; i motsatt fall får man välja den linie som bäst ansluter sig till dem.

Fig. 186. **Stommätning.**

191. När ett helt land eller ett större fält skall uppmätas, måste man, enligt hvad i inledningen är sagdt, först genom särskildt mätning bestämma ett antal lämpligt förlagda hufvudpunkter, från hvilka detaljmätningarne kunna utgå och genom hvilka de kunna kontrolleras. Lemnande åsido de mätnings- och räkneoperationer som höra till den sferiska geodesien, må vi i det följande endast sysselsätta oss med de olika stommätningssätt, som — vare sig att de ansluta sig eller ej till triangelnät af högre ordning — stå i närmare samband med detaljmätningarne. Dessa stommätningssätt kunna vara: Bruten liniemätning, trigonometrisk triangelmätning af 4:de ordningen, rutmätning, triangelsidomätning och grafisk triangelmätning, m. fl.

Af dessa stommätningssätt torde de båda förstnämnda böra behandlas särskildt; de öfriga lämpligast i samband med detaljmätningarne.

Bruten liniemätning.

192. Om (fig. 187) ett antal punkter på jordytan sammanbindas i den ordning de följa på hvarandra med räta linier, så uppstår ett brutet linietåg. Detta tågs horisontalprojektion kan fullständigt bestämmas, när de horisontela afstånden mellan på hvarandra följande brytningspunkter och och de horisontela brytningsvinklarne äro kända. Den brutna liniemätningen består uti att direkt mäta afstånden mellan brytningspunkterna och att i hvarje brytningspunkt mäta horisontalvinkeln mellan de två sammanstötande linierna. Punkternas kartläggning sker förmedelst deras på grund häraf beräknade koordinater.

Fig. 187.

Hvad beträffar val af lämpliga brytningspunkter, måste man fästa afseende vid terrängförhållanden och utsträckningen af den trakt som skall mätas. Är det fråga om att mäta långsträckta trakter, såsom floddalar, kanalområden etc., så kommer ock det brutna *linietåget af 1:sta ordningen* att få en utsträckt karakter; är det åter fråga om att mäta

fält, så kommer det vanligen (fig. 188) att bilda en sluten månghörning. Såväl i ena som andra fallet utgå från en och annan brytningspunkt i *hufvudtåget linietåg af 2:dra ordningen*

för att underlätta upptagandet af från hufvudtåget aflägsna detaljpunkter. Förmånligt är med hänsyn till kontroll att linietåget af 2:dra ordningen sammanknyter två punkter i hufvudtåget.

Brytningspunkterna måste väljas med omtanke. Man bemödar sig att få dem på så stort afstånd från hvarandra, som utan olägenhet för detaljmätningarne är möjligt — härigenom mätning af färre vinklar, mindre vidlyftiga räkneoperationer och större skärpa — och förlägger dem så, att linietåget smyger sig så nära som möjligt till — dock heldre utanför än innanför — gränslinjerna för den eller de figurer som skola mätas. Lämpar det sig så, att befintliga triangelpunkter kunna i linietåget intagas, så har man ett tillförlitligt sätt att kontrollera mätningen. Att man måste fästa afseende vid det längdmätningarne låta beqvämt utföra sig, torde knapt behöfva påpekas. Afstånden mellan brytningspunkterna vexla allt efter terrängens och gränsliniernas beskaffenhet i allmänhet mellan 100 à 500 meter.

Brytningspunkterna utmärkas antingen genom kors på nedslagna träpålar eller på i marken nedfälda stenar — det senare om man vill äfven för framtida detaljmätningar fixera linietåget.

Vinkelmätningen verkställes vid noggrann polygonmätning med enkel teodolit — horisontalcirkel-diameter om 100—200 m.m. och nonieutslag från 10″—30″. Vinklarne mätes en gång i hvardera tubläget och protokollet föres enligt 67 fallet 2). Man bor taga för regel att *först* ställa in tuben på den föregående brytningspunktens signal och att alltid mäta medsols. Härigenom blir (teodoliten graderad medsols), då man är vänd åt det håll hvartåt mätningen fortgår, alltid vinkeln till venster uppmätt och, allt efter som man går medsols eller motsols kring en sluten tågpolygon, antingen blott utanvinklar (fig. 187) eller blott innanvinklar antecknade — och all förvexling af vinklar är förebygd.

Längdmätningen verkställes antingen med kedja eller med enkla träbasstänger. Mätning med basstänger lemnar skarpare resultat, men blir dyrare och långsammare än mätning med kedja.

Vid mindre noggrann mätning kan man mäta vinklarne dels med kedja, dels med vinkelmätningskompassen (73). I förra fallet utsättes en kedjelängd l i hvarje linie och

mätes afståndet s mellan de så bestämda punkterna. Vinkeln kan påtagligen beräknas ur $\sin (v/2) = s/(2\ l)$. Dock beräknas den sällan, utan konstrueras den vanligen direkt på grund af kännedomen om storleken af de tre sidorna i mätningstriangeln.

Med vinkelmätningskompassen kan mätas fortare än med teodoliten; ty man behöfver ej stationera mer än i hvarannan punkt.

Då vinkelmätningar med kedja och fältmätningskompass endast hafva approximativ karakter, så kartlägges på detta sätt uppmätta polygoner ej med koordinater, utan omedelbart genom vinklarnes och liniernas afsättning på papperet.

193. Beräkning af brytningspunkternas koordinater. För att brytningspunkterna må kunna noga kartläggas, måste deras koordinater i förhållande till ett genom någon af dem (helst en triangelpunkt) förlagdt rätvinkligt axelsystem bestämmas. Detta axelsystem förlägges vanligen så, att den ena axeln sammanfaller med origos meridian. För att kunna välja ett så beskaffadt axelsystem, måste man känna någon polygonsidas *azimutvinkel,* d. v. s. dess vinkel med meridianriktningen. Som i hvarje triangelpunkt de der sammanstötande triangelsidornas vinklar med meridianriktningen äro kända, behöfver man, när en triangelpunkt är inlänkad i linietåget, blott mäta vinkeln mellan en triangelsida och en polygonsida för att med kännedom om triangelsidans azimutvinkel kunna beräkna polygonsidans azimutvinkel. Finnes ej någon triangelpunkt i linietåget, kan man enligt 190 bestämma meridianriktningen, såvida man ej såsom vid smärre fristående mätningar åtnöjer sig med att efter godtycke välja axelsystem, i hvilket fall för förenklings vinnande det är lämpligt att taga en af polygonsidorna till abskissaxel.

I det följande må i öfverensstämmelse med vedertaget bruk antagas, att x-axeln är förlagd i meridianens riktning, att abskisserna (x) räknas positiva i sydlig, ordinaterna (y} i vestlig riktning, samt att en linies azimutvinkel, med hänsyn till linietågets riktning har sin spets i liniens eftersta ände och alltid räknas *medsols* från x-axelns sydriktning till linien.

Innan vi direkt öfvergå till formlerna för koordinaternas beräkning, torde det vara lämpligt att visa huru man, när brytningsvinkeln v_2 mellan två linier och den ena liniens azimutvinkel α_1 äro kända, beräknar den andra liniens azimutvinkel α_2. I öfverensstämmelse med det nyss gjorda

antagandet är, om sifferordningen antyder riktning, i fig. 188 α_1 azimutvinkeln för linien 1 — 2 och β_1 azimutvinkeln för linien 2 — 1 Man kan ock teckna dessa vinklar med (1 — 2) och (2 — 1).. Dessa båda vinklar skilja sig tydligen alltid med 180° eller $\beta = \alpha \pm 180$. Det är påtagligen likgiltigt huruvida man i denna formel använder + eller —, ty värdet i ena fallet skiljer sig med 360° från värdet i andra fallet, d. v. s. de båda värdena äro trigonometriskt identiska. Vi må i det följande alltid taga för regel att använda tecknet —. Det är vidare lätt att öfvertyga sig, det den efterföljande liniens azimutvinkel alltid är lika med summan af brytningsvinkeln (alltid räknad medsols från den föregående till den efterföljande linien) och azimutvinkeln för den föregående liniens omvända riktning, d. v. s. att $\alpha_2 = \beta_1 + v_2$, om denna summa minskas med 360°, när den öfverstiger 360°. Insättes uti den sista eqvationen $\beta_1 = \alpha_1 — 180$, så erhålles $\alpha_2 = \alpha_1 + v_2 — 180$ .... (188).

Fig. 188.

Denna formel är allmängiltig och gör all användning af figur öfverflödig, om man i öfverensstämmelse med hvad förut är sagdt alltid låter beräkningen fortgå i sådan riktning, att brytningsvinklarne äro till venster samt föröfrigt, när värdet på $\alpha_1 + v_2 — 180$ blir negativt eller större än 360°, ökar eller minskar med 360°.

Koordinatberäkningen sker efter löpande nummer och enligt följande formler, hvilkas allmängiltighet utan vidare förklaring torde af fig. 188 framgå. Slutsumman medgifver ett lätt sätt att kontrollera räkneoperationerna. Erinras må att $a \sin \alpha$ blir negativ för a 180 och att $a \cos \alpha$ blir negativ för α mellan 90° och 270°.

$\alpha_2 = \alpha_1 + v_2 — 180$ } $\alpha_3 = \alpha_2 + v_3 — 180$ } $\alpha_4 = \alpha_3 + v_4 — 180$ } .... }..... (189). $\alpha_{n-1} = \alpha_{n-2} + v_{n-1} — 180$ } $\alpha_n = \alpha_{n-1} + v_n — 180$ } ___________________________ } $\alpha_n = \alpha_1 + \sum v - p \cdot 180$ }

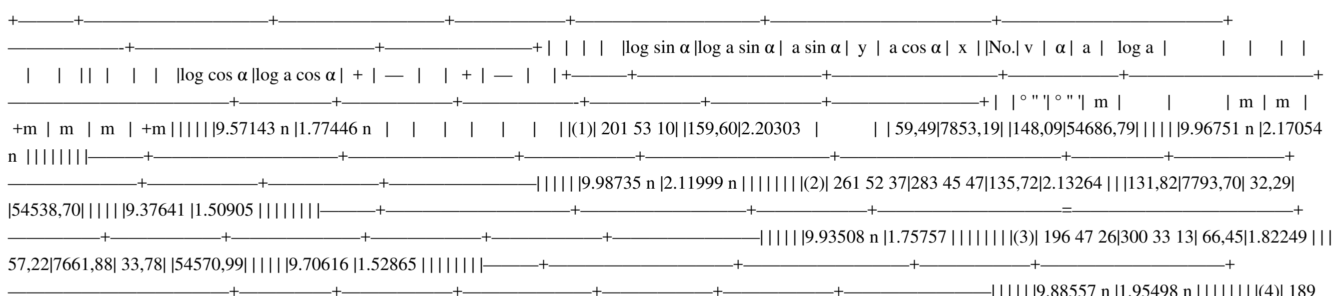
$y_2 = y_1 + a_1 \sin \alpha_1$ } $y_3 = y_2 + a_2 \sin \alpha_2$ } $y_4 = y_3 + a_3 \sin \alpha_2$ } .... }..... (190). $y_n = y_{n-1} + a_{n-1} \sin \alpha_{n-1}$ } ___________________________ } $y_n = y_1 + \sum a \sin \alpha$ }

$x_2 = x_1 + a_1 \cos \alpha_1$ } $x_3 = x_2 + a_2 \cos \alpha_2$ } $x_4 = x_3 + a_3 \cos \alpha_3$ } .... }..... (191). $x_n = x_{n-1} + a_n \cos \alpha_{n-1}$ } ___________________________ } $x_n = x_1 + \sum a \cos \alpha$ }

För att underlätta räkneoperationerna och förebygga misstag kan man föra dem schematiskt enligt följande schema,. hvilket vi taga oss friheten citera ur "Taschenbuch der prachtischen Geometri von Wilh. Jordan". De uppmätta storheterna äro skrifna med kursiv stil. Räkningen är utförd med två decimaler på metern och med enstaka sekunder. Två decimaler på metern kan väl knapt undvikas, men det torde i allmänhet vara tillfyllest om vinklarne uttryckas på 10 à 30 sekunder när — till och med understundom på l minut när. Grunderna för schemats uppställning torde föröfrigt utan vidare förklaring fattas. Till ledning visar fig. 189 en efter ögonmått gjord teckning af linietåget, som schemat upptager.

Fig. 189.

Schema för beräkning af ett polygontåg.


+———+———————+——————+————+———————+————————+————————+
————-+—————————+——————+ | | | | |log sin α |log a sin α | a sin α | y | a cos α | x | |No.| v | α | a | log a | | | | |
| | || | | | |log cos α |log a cos α | + | — | | + | — | | +———+———————+——————+————+———————+
————————+———+————+————-+————+————+—————+ | |° " '|° " '| m | | | m | m |
+m | m | m | +m | | | | | |9.57143 n |1.77446 n | | | | | | | |(1)| 201 53 10| |159,60|2.20303 | | | 59,49|7853,19| |148,09|54686,79| | | | | |9.96751 n |2.17054
n | | | | | | | |———+———————+——————+————+———————+————————+————+————+
————+————+————+—————| | | | | |9.98735 n |2.11999 n | | | | | | | |(2)| 261 52 37|283 45 47|135,72|2.13264 | | |131,82|7793,70| 32,29|
|54538,70| | | | | |9.37641 |1.50905 | | | | | | | |———+———————+——————+————+———————=————————+
————+————+————+————+————+—————| | | | | |9.93508 n |1.75757 | | | | | | | |(3)| 196 47 26|300 33 13| 66,45|1.82249 | | |
57,22|7661,88| 33,78| |54570,99| | | | | |9.70616 |1.52865 | | | | | | | |———+———————+——————+————+———————+
————————+———+————+————+————+————+—————| | | | | |9.88557 n |1.95498 n | | | | | | | |(4)| 189

14 17|309 47 30|177,33|2.06941 | | | 90,15|7604,66| 75,09| |54604,77| | | | | |9.80618 |1.87559 | | | | | | | |———+——————————+—————————+——————+ ——————————+————————————+—————+——————+———————+——————+——————+————————+ | | | | |9.87025 n |2.27479 n | | | | | | | |(5)| 98 5 17|227 52 47|253,83|2.40454 | | |188,27|7514,51| |170,24|54679,86| | | | | |9.82652 n |2.23106 n | | | | | | | |———+——————————| —————————|——————|——————————|————————————|—————|——————|———————|——————|——————| ————————| | | | | |9.94219 n |2,05989 n | | | | | | | |(6)| 251 1 57|298 54 44|131,13|2.11770 | | |114,79|7326,24| 63,40| |54509,62| | | | | |9.68437 |1.80207 | | | | | | | |———+ ——————————+—————————+——————+——————————+————————————+—————+——————+———————+ ——————+——————+————————| | | | | |9.36903 n |1.93158 n | | | | | | | |(7)| 74 36 52 |193 31 36|305,22|2.56255 | | | 85,42|7211,45| |355,08|54573,02| | | | | |9.98778 n |2.55033 n | | | | | | | |———+——————————+—————————+——————+——————————+————————————+—————+ ——————+———————+——————+——————+————————| | | | | |9.33121 n |1.68310 n | | | | | | | |(8)| 178 51 12|192 22 48|224,85|2.35189 | | | 48,21|7126,03| |219,62|54217,94| | | | | |9.98978 |2.34167 | | | | | | | |———+——————————+—————————+——————+——————————+ ————————————+—————+——————+———————+——————+——————+————————+ | | | | | | | 0 |775,37| |204,56|893,03| | |(9)|1250 29 38| | | | |============|7077,82|=============|53998,32| | | | | | | | — 775,37 | | — 688,47 | |

Understundom kan det blifva fråga om att beräkna en sidas längd och azimutvinkel, då koordinaterna för dess ändpunkter äro gifna. Om x_1 y_1 och x y äro dessa koordinater, så sker beräkningen (se fig. 188), under förutsättning att koordinaterna införas med sina respektive tecken, påtagligen ur formlerna:

tang $\alpha = (y_1 - y)/(x_1 - x)$ .... (192)

och

$a = y_1/\sin \alpha = (x_1 - x)/\cos \alpha = [(y_1 - y)^2 + (x_1 - x)^2]^{1/2}$. (193).

α ligger i 1:sta, 2:dra, 3:dje eller 4:de qvadranten, allt efter som tecknen i täljaren och nämnaren för bråket $(y_1 - y)/(x_1 - x)$ äro +/+, +/−, −/−, eller −/+. Af de tre formlerna för beräkning af a bör den väljas, som för tillfället medgifver de beqvämaste räkneoperationerna.

194. Anslutning af ett linietåg till ett gifvet koordinatsystem. För att ett linietåg skall kunna anslutas till ett gifvet koordinatsystem, t. ex. landets triangelsystem, så måste en sida i detta system vara i linietåget inlänkad och dessutom antingen koordinaterna för sidans båda ändpunkter eller ock dess azimutvinkel och koordinaterna för dess ena ändpunkt vara gifna. Om så låter sig göra, söker man för att vinna nödig kontroll och för att kunna utjemna mätningsfelen att på detta sätt vid tågets båda ändar anknyta detsamma till det gifna koordinatsystemet. Vi vilja i följande, med föregående schema i samband varande exempel (fig. 189) visa huru man i så fall utjemnar mätningsfelen.

Gifna äro koordinaterna:

	y	x
C	+ 7773,87	+ 53898,24
B	+ 7708,68	+ 53898,73
1	+ 7853,19	+ 54686,79
9	+ 7077,54	+ 53997,90

häraf enligt formeln (192) azimutvinklarne

$\alpha_C = 5° 44' 39''$ $\alpha_9 = 98\ 55\ 47$.

Mätna äro vinklarne:

1 = 16° 8′ 14″
2 = 261 52 20
3 = 196 47 10
4 = 189 14 0
5 = 98 5 0
6 = 251 1 40
7 = 74 36 35
8 = 178 50 55
9 = 86 32 40
____
$\sum v = 1353° 8'34'' = 273° 8'34''$.

Enligt den sista formeln (189) måste denna summa vara $\sum v = \alpha_9 - \alpha_C + 9 \cdot 180 = 273° 11'8''$, om 4·360° bortkastas.

Då den genom mätning bestämda vinkelsumman alltså är för liten med 2′34″, så har man före koordinatberäkningen att öka hvar och en af de nio vinklarne v med $2'34''/9 = 17''$, och får då de i föregående schema upptagna vinkelvärdena.

Verkställer man nu (utgående från 1) enligt formlerna (190) och (191) och på sätt som i schemat är angifvet beräkningen för punkterna i den ordning de följa, så befinnes koordinaterna för punkten 9 vara:

$y_9 = + 7077,82$, $x_9 = + 53998,32$*) Intet räknefel begånget, alldenstund

$y_9 = y_1 + \sum a \sin \alpha = 7853,19 - 775,37 = 7077,82$ $x_9 = x_1 + \sum a \cos \alpha = 54686,79 - 688,47 = 53998,32$.

under det att deras gifna och riktiga värden äro

$y_9 = + 7077,54$, $x_9 = + 53997,90$.

De beräknade koordinaterna äro alltså felaktiga med $f_y = + 0,28$ och $f_x = + 0,42$. Denna motsägelse, möjlig att erhålla deraf, att man har bekant en sida mer än hvad för linietågets bestämning är nödigt, visar, att längdmätningen ej är felfri. Man brukar fördela f_y på de särskilda värdena af $a \sin \alpha$ och f_x på de särskilda värdena af $a \cos \alpha$ – och vanligen proportionelt mot dessa värden Det torde knappt behöfva påpekas, att vid positiva värden på f_y och f_x alla positiva $a \sin \alpha$ och $a \cos \alpha$ minskas och alla negativa ökas; att vid negativa värden på f_y och f_x förhållandet blir omvändt.. Genom denna felfördelning få de sex sista kolumnerna i schemat på sid. 256 följande utseende

N:o	a sin a (+ / —)	y	a cos a (+)	a cos a (—)	x
	m.	+ m.	m.	m.	+ m.
1	59,51	7853,19	——	148,15	54686,79
2	131,87	7793,68	32,28	——	54538,64
3	57,24	7661,81	33,77	——	54570,92
4	90,18	7604,57	75,06	——	54604,69
5	188,34	7514,39	——	170,31	54679,75
6	114,83	7326,05	63,38	——	54509,44
7	85,45	7211,22	——	355,22	54572,82
8	48,23	7125,77	——	219,70	54217,60
9	——	7077,54	——	——	53997,90

Härmed är beräkningsschemat utan motsägelser och felutjemningen afslutad. Densamma utföres äfven enligt minsta qvadratmetoden, men fordrar då vida längre tid, utan att motsvarande fördelar vinnas.

195. Slutna polygoner. Om linietåget bildar en sluten polygon med n hörn, så är, allt efter som utanvinklar eller innanvinklar blifvit uppmätta, vinkelsumman $(n + 2)$ 180 eller $(n - 2)$ 180. Visar sig den uppmätta vinkelsumman öfverskjuta eller understiga med felet f, så har man att subtrahera f/n från eller addera f/n till hvar och en af de n vinklarne, innan koordinatberäkningen företages. Då vanligen alla n sidorna äro uppmätta, men endast $n-1$ sidor fordras bekanta för polygonens bestämning, så kan man äfven kontrollera längdmätningen och på sätt som i föregående fall proportionelt fördela skilnaderna mellan de gifna och de beräknade koordinaterna för utgångspunkten på de särskilda värdena af a sin α och a cos α och derefter korrigera de först erhållna koordinatvärdena.

196. Noggrannhet vid bruten liniemätning. Lemnande för öfrigt åsido de fel, hvartill man vid längdmätningen (se 68, 95 och 97) och vinkelmätningen gör sig skyldig — fel som man har i sin makt att minska i den mån man har tillfälle att åt dessa mätningsoperationer egna tid och omsorger — må här blott påpekas nödvändigheten af att såvidt möjligt är undvika små sidor. Centreringsfelet vid teodolitens uppställning får nämligen i så fall ett farligt inflytande. Det behöfves vid en sida om 100 meter blott att teodoliten står excentriskt med 5 m.m. för att vinkelfelet skall blifva 10″. Mindre sidor än 60 à 70 meter böra derför ej finnas i linietåget, och bör man isynnerhet bemöda sig om att få

teodoliten väl centrerad öfver alla brytningspunkter, i hvilka små sidor sammanstöta. Vid felutjemningen borde man egentligen göra en större korrektion för de vinklar som bildas af små, än för de som bildas af stora sidor, emedan det med all sannolikhet är vid de förra vinklarne som de större mätningsfelen uppkommit.

Antages, allt efter som mätningarne verkstälts mer eller mindre noga, att medievinkelfelet är 15″ à 1′, så torde för n brytningspunkter felsumman ungefärligen fås ur

$f_{\min} = (1/4)\, n^{0,5}$ à $f_{\min} = n^{0,5}$.

För n = 4, 16 och 25, blir i sista fallet felsumman 2′, 4′ och 5′.

Hvad beträffar koordinatfelen kan ej någon bestämd formel härför uppsättas. I Preussen fordras, allt efter mätningens olika karakter, att afståndet mellan linietågets begynnelse- och slutpunkt är riktigt på $1/1000$ à $3/1000$ när.

Trigonometrisk triangelmätning af 3:dje eller 4:de ordningen.

197. Om flera punkter äro så förlagda på jordytan, att de kunna sammanbindas till ett nät af trianglar, så är det möjligt att genom mätning bestämma hela nätets projektion, d. v. s. samtlige punkternas projektioner, på ett ideelt jordklot eller, om nätet har obetydlig utsträckning, på ett klotet tangerande plan. Denna mätning, som benämnes *triangelmätning,* består uti mätning af *en* nätets sida och af erforderligt antal vinklar, och punkternas projektioner bestämmas genom koordinater, som på grund af dessa mätningar beräknas och hänföras till ett förut antaget axelsystem. I händelse af projektion på klotet består axelsystemet af en klotets meridianbåge och en dermed rät vinkel bildande cirkelbåge — och koordinaterna äro cirkelbågar; i händelse af projektion på horisontalplanet, af två med hvarandra rät vinkel bildande linier i detta plan — och koordinaterna äro rätliniga. Lemnande åsido den sferiska triangelmätningen, hvilken, enligt hvad uti inledningen är antydt, hör till den högre geodesien, komma vi i det följande att sysselsätta oss med den i omedelbart samband med detaljmätningarne stående triangelmätningen af 3:dje eller 4:de ordningen — och företrädesvis med de senare.

Skall detaljmätningen öfver en trakt grundas på en trigonometrisk triangelmätning af 4:de ordningen, så förlägges öfver trakten ett triangelnät, hvars sidor i medeltal äro 500

à 1000 meter. Är det fråga om detaljmätning af ett helt land eller af en större trakt, så anslutes detta nät till befintliga triangelpunkter af högre ordning Det torde böra påpekas, att man vid de topografiska mätningarne i Sverige ersätter den trigonometriska detaljtriangelmätningen med en grafisk triangelmätning. Den trigonometriska triangelmätningen af 4:de ordningen torde i vårt vidsträckta land endast få betydelse vid upprättandet af noggranna specialkartor i stora skalor.; är det åter fråga om en fristående mätning af en mindre trakt, så är en sådan anslutning, ehuru alltid förmånlig, ej nödvändig. I hvilketdera fallet inmätes från triangelpunkterna af 4:de ordningen sådane bipunkter, som kunna underlätta detaljmätningarne.

I fig. 190 utvisa de grofva linierna ett nät af 3:dje ordningen (sidor om 3000 à 6000 meter), de fina ett nät af 4:de ordningen och de streckade enstaka trianglar för bestämning af bipunkter.

Fig. 190.

Hvad utval af lämpliga triangelpunkter beträffar, så sker detta efter en föregången rekognosering och med ledning af de kartor som öfver trakten redan finnas. Man bemödar sig att finna dominerande punkter, som på samma gång bilda knutpunkter i ett nät af trianglar, hvilka ej hafva allt för spetsiga vinklar. Liksidiga trianglar äro i allmänhet de förmånligaste med hänsyn till mätningens skärpa. Vigtiga triangelnät af 4:de ordningen söker man understundom att utmärka så, att de blifva beståndande, vanligen genom ett kors på en uti berg eller jordfast sten nedslagen jerndubb, och uppreser häröfver en enkel pyramidsignal, exempelvis en sådan som den hvilken i fig. 36 finnes afbildad; men i allmänhet får man åtnöja sig med kors på stenar eller på i marken neddrifna träpålar. I så fall användes skodda och stadiga flaggstänger såsom signaler (se 38).

Är ej triangelnätet anslutet till ett nät af högre ordning, så måste en baslinie uppmätas. Man utväljer härför, såvidt möjligt är, plan terräng (på isen öfver vattendrag eller utefter raka jernvägslinier kan basmätning med lätthet verkställas) och förlägger basliniens ändpunkter så, att de på ett förmånligt sätt — genom goda afskärningstrianglar — kunna anknytas till nätet. Mätningen verkställes med träbasstänger (91), vare sig att dessa läggas direkt på marken eller att de föras efter spända snören. Baslinien behöfver ej hafva så stor längd som nätets sidor i allmänhet hafva.

Erfarenheten har visat, att äfven med en betydligt mindre bas ett godt resultat kan vinnas, blott man under noggrann mätning så småningom från baslinien öfvergår till större och större trianglar. Fig. 191 visar en kombination som, när den är möjlig, väsendtligt underlättar en sådan öfvergång. För nät af 4:de ordningen torde baslinier om 200 à 500 meter — i nödfall ännu mindre sådane, om öfvergångsmätningen verkställes noggrannt — vara tillfyllest.

Fig. 191.

Vinkelmätningen verkställes i punkter af 4:de ordningen med teodoliter, som hafva 100 à 200 millimeters horisontalcirkel och 10 à 30 sekunders utslag vid nonierna. Man använder vanligen riktningsmätning och mycket sällan repetitionsmätning. Allt efter nätets utsträckning och den skärpa som eftersträfvas mätes i hvarje hufvudpunkt med 4 eller 2 gyris, d. v. s. 2 eller 1 korresponderande gyruspar är tillfyllest. I hvarje hufvudtriangel blir i öfverensstämmelse med det förut sagda alla vinklarne uppmätta. Bipunkter bestämmas blott genom mätning af vinklarne vid basen och med enkelt gyruspar. För protokollföring m. m. hänvisas till sid. 97.

198. Beräkning af triangelpunkternas koordinater. Till origo väljes alltid en triangelpunkt i landets triangelnät, när någon sådan är till nätet af 4:de ordningen anknuten, eljest en centralt belägen punkt i detta nät. Axelsystemet förlägges vanligen så, att abskissaxeln sammanfaller med origos meridian. För att kunna välja ett så beskaffadt axelsystem måste man känna någon triangelsidas azimutvinkel. Som i hvarje punkt af landets triangelnät de der sammanstötande triangelsidornas vinklar med meridianriktningen äro kända eller enligt formlerna (189) och (192) kunna beräknas, så behöfver man, när en sådan punkt är inlänkad i nätet af 4:de ordningen, blott mäta vinkeln mellan två sammanstötande sidor i det stora och det lilla nätet för att kunna beräkna azimutvinkeln för den det lilla nätet tillhörande sidan. Finnes ej någon triangelpunkt af högre ordning, får meridianriktningen på förut (190) anfördt sätt bestämmas, såvida man ej, såsom understundom vid smärre fristående mätningar, oberoende af riktningsförhållanden tager en af triangelsidorna till abskissaxel.

Förutsatt att vinkelmätningsfelen äro på sätt, hvarför längre fram skall redogöras, utjemnade, börjar man med att

beräkna triangelsidorna. Man utgår dervid från baslinien eller från en triangelsida af högre ordning, om nätet blifvit anknutet till en sådan. I sistnämnde fall beräknas denna sidas azimutvinkel och längd — dess koordinater, äro — ur formlerna (192) och (193).

Betecknas de tre hörnpunkterna i en triangel med *a, b* och *c,* och sidan *a b* är bekant, vare sig att den är en baslinie eller att dess storlek blifvit bestämd i en föregående triangel, så fås sidorna *a c* och *b c* ur

$a\,c = (a\,b/\sin c)\cdot\sin b$ och $b\,c = (a\,b/\sin c)\cdot\sin a$ ... (194),

hvarvid $a\,b/\sin c$ är en för båda formlerna gemensam faktor. Vid beräkningen med logaritmer har man alltså att skrifva:

log *a b* = log sin *c* = —————————————————— log *a b* − log sin *c* = ... = ... log sin *b* = ... | log sin *a* = ... ——————————————| —————————————— log *a c* = ... | log *b c* = ... *a c* = ... | *b c* = ...

Som nu en närgränsande triangel har någon af dessa sidor gemensam med ifrågavarande triangel, så kunna äfven dess båda öfriga sidor på samma sätt beräknas — och så undan för undan hela nätet igenom. Anmärkas bör, att man, alldenstund den kända sidans logaritm alltid återfinnes i den föregående triangelberäkningen, i hvarje triangel (med undantag af den första) blott har att slå upp logaritmerna för vinklarne. Eör att underlätta beräkningen och förekomma misstag är det förmånligt att företaga operationerna i en bestämd ordning.

Koordinatberäkningen kan nu ske på två sätt. Antingen tillvägagår man som vid bruten liniemätning (193) i det man bestämmer sig för ett visst linietåg och, utgående från den sida hvars azimutvinkel är känd, beräknar i tur och ordning sidornas azimutvinklar enligt formlerna (189) och punkternas koordinater enligt formlerna (190) och (191); eller ock beräknas koordinaterna för en punkt i hvarje triangel (de två öfriga punkternas koordinater blifva påtagligen beräknade i föregående trianglar), och i så fall kan man för hvarje punkt kontrollera räkningen; ty om *a, b* och *c* beteckna de tre hörnpunkterna i en triangel, och koordinaterna för *a* och *b* blifvit bestämda i föregående trianglar samt

azimutvinklarne (*a c*) och (*b o*) blifvit på förut kändt sätt ur formeln (189) härledda, så fås koordinaterna för *c* ur $y_c = y_a + a\,c \sin(a\,c)$ $x_c = x_a + a\,c \cos(a\,c)$ eller ur

$y_c = y_b + b\,c \sin(\mathrm{b\,c})$ $x_c = x_b + b\,c \sin(\mathrm{b\,c})$.

Beräkningen bör föras schematiskt och på likartadt sätt som i schemat på sid. 256.

199. Vinkelfelens utjemning. Vi hafva hittills förutsatt att vinkelfelens utjemning redan vore verkställd eller att någon sådan, såsom vid en del praktiska mätningar, ej varit nödig. Det må i det följande visas huru denna utjemning verkställes. I triangelnät af högre ordning sker felutjemningen med tillhjelp af minsta qvadratmetoden. Ehuru på detta sätt det bästa resultatet erhålles, så har man i allmänhet ej tillfälle att åt felutjemningen vid ett nät af 4:de ordningen egna den tid, som minsta qvadratmetoden skulle taga i anspråk; och äfven om

så vore, torde det vara lämpligare att egna denna tid åt förökad noggrannhet vid mätningen. Vi anse oss derför endast böra meddela en enkel felutjemningsmetod, hvarvid läsaren ej torde förvexla den något invecklade bevisföringen med den enkla användningen.

Om vinkelmätningen vore absolut riktig, så skulle vinkelsumman i hvarje triangelpunkt vara lika med fyra räta vinklar, och vinkelsumman i hvarje triangel vara lika med två räta vinklar. På grund af mätningsfelen får man imellertid vid hopsummeringen (fig. 192):

$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 - 360 = k$

$c_1 + a_1 + b_1 - 180 = \triangle_1$ $c_2 + a_2 + b_2 - 180 = \triangle_2$ $c_3 + a_3 + b_3 - 180 = \triangle_3$ $c_4 + a_4 + b_4 - 180 = \triangle_4$ $c_5 + a_5 + b_5 - 180 = \triangle_5$

Fig. 192.

Vinklarne c_1, c_2, c_3, c_4 och c_5 förekomma såväl i poleqvationen som i hvar sin tillhörande triangeleqvation. Betecknas det korrektionselement, som i triangeln I tillkommer hvardera af de tre vinklarne med m_1, och det korrektionselement, som i och för polvilkorets uppfyllande dessutom särskildt tillkommer hvardera af polvinklarne med p, så bör i triangeln I vinklarne a_1, och b_1, hvardera korrigeras med m_1 och vinkeln c_1 korrigeras med $v_1 = m_1 + p$. Under

motsvarande beteckning följer, att korrektionselementen äro vid de öfriga trianglarne för de yttre vinklarne m_2, m_3, m_4 och m_5 samt för polvinklarne $v_2 = m_2 + p$, $v_3 = m_3 + p$ o. s. v.

Emedan enligt föregående

$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 - 360 = k$ och $c_1 + v_1 + c_2 + v_2 + c_3 + v_3 + c_4 + v_4 + c_5 + v_5 - 360 = 0$, så är $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = - k$; och emedan $c_1 + a_1 + b_1 - 180 = \triangle_1$ och $c_1 + v_1 + a_1 + m_1 + b_1 + m_1 = 180$, så är $v_1 + 2m_1 = - \triangle_1$.

En identisk eqvation kan för hvardera af de följande trianglarne uppställas. Man erhåller genom sammanställning af dessa och föregående eqvationer följande eqvationsschema:

$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + 5p = - k$ $v_1 + 2m_1 = 3m_1 \ldots\ldots\ldots\ldots + p = - \triangle_1$ $v_2 + 2m_2 = 3m_2 \ldots\ldots\ldots + p = - \triangle_2$ $v_3 + 2m_3 = 3m_3 \ldots\ldots + p = - \triangle_3$ $v_4 + 2m_4 = 3m_4 \ldots . + p = - \triangle_4$ $v_5 + 2m_5 = 3m_5 \ldots + p = - \triangle_5$.

Om de 5 sista eqvationerna adderas, så erhålles

$3m_1 + 3m_2 + 3m_3 + 3m_4 + 3m_5 + 5p = - \triangle_1 - \triangle_2 - \triangle_3 - \triangle_4 - \triangle_5$,

och om den första multipliceras med 3 på ömse sidor om likhetstecknet, så fås

$3m_1 + 3m_2 + 3m_3 + 3m_4 + 3m_5 + 15p = - 3k$.

Tager man skilnaden mellan dessa båda eqvationer, så fås

$10\,p = - 3\,k + \triangle_1 + \triangle_2 + \triangle_3 + \triangle_4 + \triangle_5$

hvaraf $p = (\sum' \triangle - 3\,k)/10$.

Om man granskar huru denna formel tillkommit, så finner man, att den, när n trianglar sammanstöta i polpunkten, får följande utseende

$p = (\sum \triangle - 3\,k)/(2\,n)$ .... (195).

Detta värde på p hafva vi enligt föregående eqvationsschema att i följande eqvationer insätta för att i hvardera triangeln erhålla de respektive korrektionstalen m och v för hörnvinklar och polygonvinkeln

$m_1 = -(p + \triangle_1)/3$ $v_1 = m_1 + p$ } $m_2 = -(p + \triangle_2)/3$ $v_2 = m_2 + p$ . . . . (196). . . . . } $m_n = -(p + \triangle_n)/3$ $v_n = m_n + p$ }

Användningen af formlerna (195) och (196) i och för vinkelfelens utjemning torde lämpligen belysas genom ett exempel.

Antag att 5 trianglar ($n = 5$) sammanstöta, att summan af vinklarne vid polen öfverskjuter 360° med $k = +20''$, och att vinkelsummorna i de respektive trianglarne afvika från 180° med $\triangle_1 = +20''$, $\triangle_2 = -60''$, $\triangle_3 = +40''$, $\triangle_4 = -100''$ och $\triangle_5 = +20''$, så är

$\sum \triangle = -80$

och $p = (-80 - 3 \cdot 20)/10 = -2''$.

Korrektionstalen blifva alltså:

Triangeln I

för de båda hörnvinklarne m_1 $-(-2 + 20)/3 = -6''$

och för polvinkeln $v_1 = -6 - 2 = -8''$.

Triangeln II

för de båda hörnvinklarne $m_2 = -(-2 - 60)/3 = + 20\tfrac{2}{3}''$ och för polvinkeln $v_2 = + 20\tfrac{2}{3} - 2 = +18\tfrac{2}{3}''$ o. s. v.

Korrigeras vinklarne i de öfriga trianglarne enligt samma grunder, så blir polsumman lika med 360° och vinkelsumman i hvarje triangel lika med 180°. Det är imellertid ej nog med att dessa vilkor äro uppfylda, för att triangelnätet skall vara matematiskt möjligt. De förutsätta ej att triangelsidorna sammanstöta i hörnpunkterna 1, 2, 3, 4 och 5 (man kan vrida på en gränssida och utdraga motsvarande polsida, utan att rubba de ofvannämnde vinkelsummorna), och, om de ej göra detta, så erhålles ej samma koordinatvärden för en punkt, när man på olika linietåg kommer till densamma. Vilkorseqvationen för att triangelsidorna skola sammanstöta i hörnpunkterna kan erhållas sålunda: Af fig. 192 framgår att polsidorna

$c2 = (c1 \sin a_1)/\sin b_1$

$c3 = (c2 \sin a_2)/\sin b_2$

$c4 = (c3 \sin a_3)/\sin b_3$

$c5 = (c4 \sin a_4)/\sin b_4$

$c1 = (c5 \sin a_5)/\sin b_5$

Multipliceras på ömse sidor om likhetstecknen, så fås

$(\sin a_1 \cdot \sin a_2 \cdot \sin a_3 \cdot \sin a_4 \cdot \sin a_5)/(\sin b_1 \cdot \sin b_2 \cdot \sin b_3 \ \sin b_4 \cdot \sin b_5) = 1$.

Detta är den sökta vilkorseqvationen, som för att beqvämt kunna användas transformeras till

$\log \sin a_1 + \log \sin a_2 + \log \sin a_3 + \log \sin a_4 + \log \sin a_5 - \log \sin b_1 + \log \sin b_2 + \log \sin b_3 + \log \sin b_4 + \log \sin b_5 = 0$

eller, om summan af logaritmerna för vinklarne till venster i trianglarne (man tänkes stå i polen) betecknas med $\sum \log \sin a$ och summan af logaritmerna för vinklarna till höger med $\sum \log \sin b$, till

$\sum \log \sin a - \sum \log \sin b = 0$ ...... (197).

Insättas de genom föregående korrektion funna vinkelvärdena uti sistnämnde eqvation, så finner man i allmänhet att skilnaden mellan logaritmsummorna ej blir 0 utan

$\sum \log \sin a - \sum \log \sin b = l$.

Vi hafva alltså att så ändra samtliga hörnvinklarne (polvinklarne lemnar eqvationen oberörd), att eqvationen (197) uppfylles, utan att förorsaka ändring i trianglarnes

vinkelsumma. Detta låter sig endast göra, om i hvarje triangel den ena hörnvinkeln lika mycket ökas som den andra minskas. Är l positiv, så måste påtagligen vinkeln till venster (a) minskas och den till höger (b) ökas; är l negativ blir förhållandet motsatt. Då alla hörnvinklarne blifvit uppmätta med samma noggrannhet, så är det i öfverensstämmelse med sannolikhetsprincipens fordringar riktigt att korrigera dem med samma tal. Är det sökta gemensamma korrektionstalet x sekunder, så kommer log sin a_1*, att ändras med* $x \cdot z_1$*, om* z_1 *är logaritmdifferensen för en sekund i sinustabellen för*nämnde vinkel; och om motsvarande logaritmdifferenser för de öfriga hörnvinklarna betecknas med z_2, z_3, … z_{10}, så måste

$x(z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6 + z_7 + z_8 + z_9 + z_{10}) = -l,$

ty endast i så fall blir vid denna och föregående eqvations summering summan till venster om likhetstecknet lika med 0, x fås efter denna summering ur

$x = -(\sum \log \sin a - \sum \log \sin b)/(z_1 + z_2 \ldots z_{10}) = -l/\sum z$ . . . (198).

Exempel. Är $\sum \log \sin a - \sum \log \sin b = -960$ samt $\sum z = +60$, så är $x = -960/60 = +16''$.

Vi hafva alltså i detta fall att öka hvarje a-vinkel (venstervinkel) med 16″ och att minska hvarje b-vinkel (högervinkel) med 16″. Imellertid brukar man, såsom nedanstående schema utvisar, blott anteckna den korrigerade hörnvinkelns logaritm. Denna erhålles omedelbart ur redan kända tal sålunda: Är en vinkel 58°20′ 24″ så är log sin diff. för 1″ = +12,98. Skall denna vinkel ökas eller minskas med 16″, så kommer dess logaritm att ökas eller minskas med 16×12,98 = 208. Det torde väl knapt behöfva påpekas, att log sin diff för 1″ är negativ för vinklar i 2:dra och 4:de qvadranten.

Schema för triangelsidors beräkning.

```
+====+====+============+=================+=============+=============+=============+=============+=============+==========+============+==========
| T |   | Uppmätt   | Korrektionstal | Vinklar   | log.diff. z | log sin a  | log sin b  | log sin  | De mot-   | Sidornas | | r |   | vinkel.   | för hörnvinklar | korrig. med | för 1″.   | samt
än-   | samt än-   | b korrig. | stående   | längder | | i |   |        | och polvinkeln. | föreg. tal. |        | dringstalet | dringstalet | c      | triangel-  | i meter. |
| a |   |     |      |     |     | t = x·z.   | t = x·z.   | a korrig. | sidornas   |     |
| n |   |     |      |     |     |     |     |     | logaritmer. |     | | g |   |     |      |     |     |     |     |     |     |     |
| e |   |     |      |     |     |     |     |     |     |     | | 1 |   |     |      |     |     |     |     |     |     |     | |————+
————+————————————+——————————————————+————————————+—————————————+
—————————————+————————————+———————————+————————————+——————————|
|  |  |    |     |     |     |     |   −251 |     |     | |   | b, | 53° 19′00″   | −6″ | 53° 18′54″   | +15,70
  |     |  9,9041376 | 9,9041125 | 3,1148736   | 1302,89  | | I  | c, | 68 20 50   | −8        | 68 20 42   |    x = +16 |     +208 |        | 9,9682132 | 3,1789743   | 1510,00  |
|   | a, | 58 20 30   | −6        | 58 20 24   | +12,98     |  9,9300203 |        | 9,9300411 | 3,1408022   | 1382,93  | |   |   |
————————————|        |     |     |     |     |     |     | |
  |  |180  0 20  |      |     |     |     |     |     |     | |  |  | △, = +20  |      |     |     |     |   −370 |     |     |
|   | b2  | 42°20′20″  | +21        | 42 20 41   | +23,12     |      |  9,8283954 | 9,8283584 | 3,1408022   | 1382,93  |  | II | c2  | 39  9 30  | +18        | 39  9 48 |    x = +16 |
 −51 |       | 9,8002721 | 3,1127159   | 1296,33  | |   | a2  | 98 29 10  | +21        | 98 29 31   | −3,2    |  9,9952130 |        | 9,9952079 | 3,3076517   | 2030,73  | |   |   |
————————————|        |     |     |     |     |     |     |     |
|  |  |179 59 00  |      |     |     |     |     |     |     | |  |  | △2 = −60   |      |     |     |     |     |     |     |     |
                    o. s. v.
```

Ofvanstående schema torde för ifrågavarande sätt att utjemna mätningsfelen lämpligen böra användas vid triangelsidornas beräkning.

Har på detta sätt felutjemning och sidoberäkning blifvit gjorda för en hufvudgrupp, så utföres motsvarande operationer vid anslutningsgrupperna enligt samma grunder. En af hörnpunkterna i föregående grupp tages då till polpunkt och föröfrigt förfares som vid hufvudgruppen, blott med den skilnad att de sidor och vinklar, som gruppen har gemensamt med den föregående gruppen, ej få ändras. I anslutningsgruppen Ⅵ, Ⅶ, Ⅷ, Ⅸ (fig. 192) blir 5 polpunkt; men vinklarne a_4, b_4, c_4, a_5, b_5, c_5 få ej ändras. Man har alltså för denna grupp att i formeln (195) sätta $n = 4$ och att i formeln (198) ej medtaga logaritmdifferenserna z_4 och z_5 för dessa vinklar.

Ehuru ofvan afhandlade felutjemningssätt ej kräfver mycken tid, kan man understundom, t. ex. när mätningen blifvit verkstäld med en fin teodolit och nätet ej har stor utsträckning, vinna tid genom att göra en felutjemning efter smak. För att på detta sätt lyckas, fordras dock vana och skarpsinne.

För att få öfverskådlighet af triangelnätet brukar man upprätta en öfversiktskarta i någon af skalorna $1/10000$ till $1/20000$. Detta sker enligt längre fram angifna grunder.

Fig. 193, 194.

200. Excentrisk vinkelmätning. En del triangelpunkter, såsom tornspiror m. fl., äro af den beskaffenhet, att teodoliten ej kan öfver dem centreras. Man får derför ställa teodoliten vid sidan af sådane punkter och genom mätning af den excentriska vinkeln, excentricitetslinien och dess vinkel med en af de excentriska sidorna bestämma den centrerade vinkeln. Ehuru detta mätningssätt egentligen förekommer inom den högre geodesien och blott sällan vid triangelnät af 4:de ordningen, så torde det likväl vara på sin plats att derför i korthet redogöra.

Antag (fig. 193) s vara triangelpunkten och s_1 den station i hvilken man har uppstält teodoliten, φ och γ vara de uppmätta vinklarne (alltid räknade från venster till höger relativt till s_1 s), e vara exentricitetsliniens längd samt a och b de genom en approximativ

beräkning (i triangeln $s\ p\ p_1$ äro vinklarne vid p och p_1 samt sidan $p\ p_1$ kända från föregående mätningar) kända triangelsidorna. Alldenstund i trianglarne $s\ i\ p$ och $s_1\ i\ p$ vinklarne vid i äro lika stora, så är

$c = \gamma + \beta - \alpha.$

Nu kan imellertid, emedan α och β äro mycket små, sättas

$\alpha = e \sin \varphi / b \sin 1''$ och β $e \sin (\varphi + \gamma)/a \sin 1''$

hvaraf den sökta vinkeln

$c = \gamma + (e/\sin 1'')(\sin (\varphi + \gamma)/a - \sin \varphi / b)$ . . . (199).

Af denna formel får man äfven veta det vinkelfel $\delta = c - \gamma$ *δ, som en excentrisk uppställning af teodoliten förorsakar. δ blir lika med 0 när* s_1 *ligger på den* $s\ p\ p_1$ *omskrifna cirkeln; δ får vid oföränderliga värden på a, b och e sina maximivärden för φ = 0 och γ = 90° eller för φ = γ = 90, d. v. s. när man (fig. 194) stationerar på någon af de förlängda triangelsidorna. I förra fallet är* $\delta = e/a \sin 1''$ *sek. i senare fallet* $\delta = -e/a \sin 1''$ *sek. Är a = b = 206,26 meter e = 0,01 meter, så blir alldenstund* $\sin 1'' = 1/206265$

$\delta_{max} = \pm\ 206265 \cdot 0{,}01/206{,}26 = \pm\ 10$ sek.

201. Pothenots problem. *Det har i 151 blifvit redogjort för huru man på grafisk väg löser problemet: att bestämma stationspunkten genom syftning till tre kända punkter. Vi vilja i det följande (fig. 195) visa huru man, då de tre punkternas koordinater äro gifna och de två vinklarne φ' och φ" äro uppmätta, kan bestämma stationspunktens koordinater. Beteckna* x_1 y_1, x_2 y_2 *och* x_3 y_3 *de gifna koordinaterna till punkterna* p_1, p_2 *och* p_3 *samt x och y de sökta koordinaterna till stationspunkten s, så är enligt formlerna (192) och (193)*

$\tan \beta = (y_3 - y_1)/(x_3 - x_1), \tan \gamma = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$

$b = (y_3 - y_1)/\sin \beta$ och $c = (y_2 - y_1)/\sin \gamma.$

Fig. 195.

Emedan vidare $x = x_1 + d \cos \delta$ *och* $y = y_1 + d \sin \delta$*, så kunde*x och y bestämmas, om d och δ voro bekanta. Vi hafva alltså att söka d och δ.

Emedan trianglarne $s\ p,\ p_2$ och $s\ p\ p_3$ hafva sidan d gemensam, så är

$c \sin \varphi / b \sin \varphi' = \sin [\delta - (\beta - \varphi)] / \sin [\delta - (\gamma - \varphi')]$

och om hjelpvinkeln μ beräknas ur

$\tan \mu = c \sin \varphi / b \sin \varphi'$

och man sätter $\beta - \varphi = \varepsilon$ och $\gamma - \varphi' = \varepsilon'$

$(1 + \tan \mu)/(1 - \tan \mu) = [\sin (\delta - \varepsilon') + \sin (\delta - \varepsilon)]/[(\sin (\delta - \varepsilon') - \sin (\delta - \varepsilon)]$

eller efter en bekant trigonometrisk transformation

$\tan (45° + \mu) = \cot \tfrac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon') \cdot \tan [\delta - \tfrac{1}{2} (\varepsilon + \varepsilon')]$

hvaraf, om man sätter $\delta - \tfrac{1}{2} (\varepsilon + \varepsilon')$ följer

$\tan \rho = \tan (45° + \mu) \tan \tfrac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon)$.

Är ρ beräknad, så fås

$\delta = \rho + \tfrac{1}{2}(\varepsilon + \varepsilon')$

och härmed ur trianglarne $s\ p,\ p_2$ och $s\ p,\ p_3$,

$d = (b \sin (\delta - \varepsilon)/\sin \varphi = c \sin (\delta - \varepsilon')/\sin \varphi'$.

Insättas de funna värdena på d och δ (värdena på b och c beräknade enligt föregående formler) uti ofvan anförde koordinateqvationer, så erhålles värdena på x och y. Oftast kan man syfta på mer än tre punkter och kan då låta en felutjemning föregå den egentliga koordinatberäkningen. För huru en sådan felutjemning verkställes, anse vi oss ej här böra redogöra, utan hänvisa till större geodetiska arbeten.

Som bekant är problemet olösligt, när punkten ligger på samma cirkel som de gifna punkterna.

202. Hansens problem. Det har i 150 blifvit visadt huru man på grafisk väg löser problemet: att under stationering i två punkter bestämma dessa punkter genom syftning till två kända punkter. Vi vilja i korthet antyda huru man, då två punkters koordinater äro gifna, kan genom vinkelmätning i två andra punkter bestämma de sistnämnde punkternas koordinater.

Beteckna $x_p\ y_p$ och $x_r\ y_r$ de gifna koordinaterna för punkterna p och r, samt $x\ y$ och $x_{,}\ y_{,}$ de sökta koordinaternatill stationspunkterna s och $s_{,}$, så kunna (fig. 196) följande analogier uppställas:

Fig. 196.

$a \sin \psi = c \sin (\psi + \gamma - \alpha)$ $b \sin \varphi = c \sin (\varphi + \beta - \gamma)$ $a \sin \psi' = b \sin (\varphi')$ $\beta - \alpha = 180° - (\varphi' + \psi')$ $c = (x_r - x_p)/\cos \gamma = (y_r - y_p)/\sin \gamma$

$\tan \gamma = (y_r - y_p)/(x_p - x_p)$.

Häraf kunna de fyra obekanta storheterna $a,\ b,\ \alpha$ och β bestämmas. Känner man åter dessa storheter, så fås de sökta koordinaterna för s och $s_{,}$, ur $x = x_p + b \cos \beta$, $y = y_p + b \sin \beta$ $x_{,} = x_p\ a \cos \alpha$, $y_{,} = y_p + a \sin \alpha$.

Sätter man den bekanta differensen $\beta - \alpha = 2\delta$, och den ännu obekanta summan $\beta + \alpha = 2\sigma$, så fås $\alpha = \sigma - \delta$ och $\beta = \sigma + \delta$; sätter man vidare de bekanta vinklarne $\psi + \gamma + \delta = \rho$ och $\varphi - \gamma + \delta = \eta$, så få de tre första eqvationerna följande utseeende

$a \sin \psi = c \sin (\rho - \sigma)$ $b \sin \varphi = c \sin (\eta + \sigma)$ $a \sin \psi' = b \sin \varphi'$.

Dividerar man den första med den andra och insätter $a{:}b$ från den tredje, så erhålles

$(\sin \varphi' \sin \psi)/(\sin \varphi - \psi') = \sin (\rho - \sigma)/\sin (\eta + \sigma)$

och, om hjelpvinkeln μ införes och man sätter

$\tan \mu = \sin \varphi' \sin \psi/(\sin \varphi \sin \psi')$,

$\tan [\sigma + \tfrac{1}{2}(\eta - \rho)] = \tan (45° - \mu) \tan \tfrac{1}{2} (\eta + \rho)$,

ur hvilken eqvation σ kan erhållas; ty sätter man

$\tan [\sigma + \tfrac{1}{2}(\eta - \rho)] = \tan \omega$,

och beräknar ω ur föregående eqvation, så är

$\sigma = \omega - \tfrac{1}{2}(\eta - \rho)$.

Man kan alltså nu (se det föregående) beräkna $\alpha,\ \beta,\ a$ och b ur

$\alpha = \sigma - \delta,\ \beta = \sigma + \delta$

$a = c \sin (\rho - \sigma)/\sin \psi,\ b = c \sin (\eta + \sigma)/\sin \varphi$,

och, om dessa värden införas i koordinateqvationerna, de sökta koordinaterna $x\ y$ och $x_{,}\ y_{,}$

203. Noggrannhet vid triangelmätning af 4:de ordningen.

På grund af åtskilliga under öfningarne med Teknol. Institutets elever verkstälda mätningar i det af topografiska kåren upprättade triangelnätet för kartläggning af Stockholms stad, hafva vi vid resultatens Jemförande trott oss finna, att nian med 12 à 15 centimeters teodolit, med nonieutslag om 20 à 10 sekunder, kan vid tvåfaldig mätning (en gyrus i hvardera läget) påräkna, att det sannolika felet, hvarmed en punkt blir bestämd i förhållande till någon af sina grannpunkter, är $^1/_{10000}$ à $^1/_{15000}$ af punkternas afstånd (triangelsidans längd).

Jordan angifver det sannolika felet i sidornas längder vid nät af 4:de ordningen till 5 à 10 centimeter; *Franke* har vid undersökningsmätningar med en 12 centimeters teodolit med 20″ nonieutslag (2 gyrusmätningar i ena och 1 gyrusmätning i det andra läget) fått det sannolika felet att vara 0,000081 meter för 1 meter.

Detaljmätning.

204. Det har uti inledningen blifvit talat om två olika slags detalj mätning: *koordinatmätning och grafisk mätning*. Då vi nu gå att behandla koordinatmätningen och den grafiska mätningen hvar för sig, torde det vara på sin plats att påpeka, det den systematisering, som ansetts nödig i det följande, ingalunda angifver, att de, under hvardera behandlade olika metoderna i praktiken äro af hvarandra oberoende. Terrängförhållanden och för handen varande omständigheter kräfva nämligen i allmänhet, att olika metoder användas i samband med hvarandra; men för att kunna göra detta på bästa sätt, måste man känna hvarje metods karakter, dess fördelar och olägenheter.

Såväl med anledning af ändamålet med detta arbete, som med anledning af den principiela indelningsgrund, hvilken författaren ansett sig böra fasthålla, har han i det följande företrädesvis tänkt sig definitiva mätningar i större skalor. De approximativa mätningssätten hvila på samma principer som de definitiva. Skilnaden består i allmänhet blott uti, att man, lämpande sig vid de förra efter den mindre skalans förmåga att uttrycka och det speciela ändamålet, begagnar sig af de förenklingar och de genvägar som minskade anspråk på

noggrannhet möjliggöra.

Planmätning med kedja och korstafla (koordinatmätning). Pl. 5.

205. Mätning på ömse sidor af en linie. Skall ett fält af obetydlig bredd, eller gränslinien till ett större fält kartläggas, så kan kartläggningen grundas på mätning af detaljpunkternas koordinater relativt till en genom fältet eller ut efter gränslinien stakad baslinie.

Denna baslinie förlägger man (Pl. 5, fig. 197), för att få mäta korta ordinater, så nära som möjligt de punkter (hörnpunkter till hus, brytningspunkter i vägar, gränslinier, etc.) som skola bestämmas. Sedan den blifvit utstakad — i kuperad terräng med teodolit — så mätes den med basstänger eller kedja, och på hvar eller hvarannan kedjelängd utsättas stickor I, II, III, o. s. v., hvilkas besiffrade, åt utgångspunkten *A* vända sida angifver afståndet till denna punkt Mätes med 50 fots kedja, så har man blott att skrifva löpande nummer på hvarannan sticka för att utmärka antalet hundra fot från utgångspunkten.. Är basmätningen verkstäld, och hafva på ömse sidor om linien de punkter som skola upptagas blifvit, der så är nödigt, särskildt utmärkta, så bestämmas med korstafla, prisma eller vinkelspegel ordinaternas fotpunkter (abskisspunkter) i baslinien. Dessa punkter utmärkas lämpligast med stakar. Hafva ett antal sådane stakar blifvit i baslinien utsatta (man aktar sig for att utsätta fler i sänder, än man kan hålla reda på), så mätes hvarje stakes afstånd från föregående nummersticka, men antecknas dess afstånd från utgångspunkten *A* (som nummerstickorna äro på jemna 50 eller 100 fot (meter) från *A*, kan den härför erforderliga additionen lätt verkställas i hufvudet); derpå mätes ordinaterna. På detta sätt fortgår mätning af abskisser och ordinater, tills samtlige punkterna äro bestämda. Man bör, så snart en abskiss-stake är använd, antingen rycka upp den eller vika den ur linien, på det att inriktning af följande stakar må ske efter de ursprungligen utsatta, baslinien bestämmande stakarne.

Vid abskissmätningen är det synnerligen vigtigt att man endast utgår från den föregående basmätningens nummerstickor samt att man, då afstånden mellan dessa är större än en kedjelängd, endast flyttar kedjan med hel kedjelängd. Man kontrollerar härigenom basmätningen och behöfver ej addera två ojemna tal såsom fallet blir, om man lägger till med kedjan vid en förut bestämd abskisspunkt och mäter afståndet till en följande.

Pl. 5. Fig. 197-201

För öfrigt har man att vinnlägga sig om en bestämd ordningsföljd i operationernas gång samt att ej mer än nödigt är draga kedjan fram och tillbaka, d. v. s. med andra ord, man bör draga kedjan minsta möjliga väg. I och för kontrolls skull brukar man ofta mäta afstånd mellan närliggande ordinatpunkter.

Af synnerlig vigt är att mätningsprotokollet föres enligt ett system, som, på samma gång enkelt och tydligt, ej kan leda till förvillelse. Flera sådane system kunna uppgöras. Vi föredraga det i fig. 197 angifna. Alla abskisslängder, hänförda till utgångspunkten *A*, äro skrifna vinkelrätt mot baslinien och på motsatt sida om ordinatan. Härigenom komma ej siffertalen att gå i hvarandra, när ordinaterna ligga tätt, och ej heller förvexling att ega rum mellan siffrorna för närliggande venster- och höger-ordinater. Ordinatlängderna skrifvas i ordinatans riktning och vid dess ändpunkt. Förekomma flera punkter vid samma ordinatlinie, såsom fallet blir då linien skär en väg etc., så uppskrifves ordinatafståndet för hvarje punkt, ej afståndet mellan de respektive punkterna. Siffertalen för de kontroll-linier, som man här och der kan finna förmånligt att mäta, äfven som för dimensioner af hus etc., kunna skrifvas i liniens riktning och vid dess midt. Med undantag för sistnämnde siffertal böra alla andra i protokollet förekommande tal antingen beteckna abskiss- eller ordinatlängder. Att mäta hvilka afstånd som helst, att skrifva siffrorna hur som helst och genom pilar etc. antyda för hvilka längder de gälla är helt och hållet att förkasta. Siffertalet för basliniens längd kan man understryka med två streck. Man bör för öfrigt alltid förlägga utgångspunkten *A* vid bladets nedre ände. Härigenom kommer protokollföringen att fortgå i samma riktning som mätningen.

Skulle man vilja bestämma punkter, hvars ordinater till följd af ett hinder, t. ex. en flod, ej kunna direkt mätas, så kan man dock med tillhjelp af en 45 graders korstafla lätt nå målet. Man bestämmer då på vanligt sätt ordinatliniernas skärningspunkter med baslinien, söker sedan för hvarje punkt basliniens skärningspunkt med en 45 graders linie och får på detta sätt ordinater utlagda på baslinien. Detta sätt kan understundom användas med fördel, när mätning i ordinatriktningen af en eller annan anledning är svår att verkställa eller bör undvikas.

206. Mätning af ett fält på grund af dess indelning i trianglar och triangelsidornas mätning. Om ett större fält skall kartläggas, så kan man ansluta detaljmätningen till lämpligt förlagda trianglars sidor. I pl. 5, fig. 198 finnas två hufvudtrianglar *A B C* och *A C D,* hvilka hafva den gemensamma baslinien *A C* och bitrianglarne *A E F, A E H* och *E G C,* uppkomna tillföljd af att linierna *E F, E H* och *E G* blifvit förlagda ut efter de inre gränslinierna.

Vid valet af stomlinier bör man tillse, att ej flera trianglar erhållas än hvad för säker kontroll och lätta mätningsoperationer äro nödiga, att triangelsidorna smyga sig så nära som möjligt intill figurens gränslinier, på det att korta ordinater må erhållas, och att ej för spetsiga afskärningsvinklar (isynnerhet vigtigt vid hufvudtrianglar) erhållas. Dessa vilkor komma ofta i strid med hvarandra, och då återstår att söka det fördelaktigaste jemkningssättet.

Sedan grundstommen blifvit utstakad, mätes samt utsättes på hvarje eller hvarannan kedjelängd nummerstickor i samtlige stomlinierna, hvarvid alla skärningspunkter mellan stomlinierna äfven noggrannt bestämmas. Öfver denna stommätning föres ett särskildt protokoll (pl. 5, fig. 199), i hvilket man genom pilar antyder mätningens riktning i hvarje linie och uppskrifver afstånden vinkelrätt mot linien. Man mäter för kontrolls skull äfven sådane afstånd som ej äro teoretiskt nödvändiga för stomfigurens uppritning. Sålunda böra äfven afstånden *F E, E H* och *E G* mätas. Att mätningsresultatet uti förevarande fall i väsendtlig mån kommer att bero på den noggrannhet, hvarmed baslinien *A C* mätes, säger sig sjelf.

Detaljmätningen verkställes för hvarje linie på sätt som i föregående är visadt. Då fältet har större utsträckning, är, för att undvika ett oredigt protokoll, lämpligt att föra ett särskildt sådant för hvarje linie. Man har då att benämna linien med samma bokstäfver som i stomprotokollet (se i fig. 200, protokollet för *A D*). Under mätningen af abskisslängderna bör man äfven kontrollera den föregående stom-mätningen.

Fig. 201, pl. 5 visar stomlinierna till ett *stort* fält. Två eller om man så vill fyra hufvudtrianglar (båda diagonalerna anses uppmätta) finnas, och till dessa äro anslutna de stomlinier af 2:dra ordningen (streckade) hvartill detaljerna hufvudsakligen komma att anknytas. Sistnämnde linier äro i allmänhet så utdragna, att kontrolltrianglar erhållas. För att upptaga åkrar etc. i fältets inre, förläggas dessa linier ungefärligen vinkelrätt mot åkrarne och företrädesvis der, hvarest brytningar ega rum. Vid stommätningen böra hvarje linies skärningspunkter med andra stomlinier noga bestämmas.

Detta mätningssätt användes mycket i England. Dock betjenar man sig ofta af teodoliten, såväl för stomliniernas stakning som för mätning af vigtigare vinklar.

207. Mätning af en trakt på grund af dess inrutning. Detta mätningssätt består uti att staka öfver trakten ett nät af qvadratiska rutor, att från detaljpunkterna fälla ordinater mot nätets sidor och att mäta dessa ordinater och deras motsvarande abskisser.

Fig 203.

Rutsidans storlek beror i väsendtlig mån på beskaffenheten hos den trakt som skall mätas. Har (fig. 203) ett visst afstånd blifvit antaget, så utsättas i baslinien *a b* stakar på detta afstånd från hvarandra, och sedan detta är gjordt, stakas vinkelrätt mot baslinien de båda linierna *c d* och *e f*. Utsättas i dessa linier från *a b* räknadt stakar på rutafståndet och sedermera från dem stakar på samma afstånd i linien *g h,* så har man tillräckligt många stakar för att sedan utan mätning kunna staka ut rutnätet så långt man behagar. Det torde väl för öfrigt knapt behöfva påpekas, att många andra sätt finnas för rutnätets utstakning. Stakas med teodolit, så ökas noggrannheten i väsendtlig mån.

Har rutnätet blifvit stakadt, så hänföras detaljpunkterna till stomlinierna (rutsidorna) på förut anfördt sätt. Såsom en olägenhet vid rutmätning må anföras, att, alldenstund rutsidorna ej komma att förläggas ut efter gränslinierna, man i allmänhet får mäta för långa ordinater; dock kan denna olägenhet afhjelpas genom att man använder hjelplinier (*i k* och *l m* i fig. 203).

208. Mätning af en trakt på grund af bruten liniemätning. Den brutna liniemätningen (192) torde för detaljmätning af större trakter med korstafla och kedja i allmänhet lemna den bästa grundstommen, och detta isynnerhet, om den brutna linien anslutes till triangelpunkter af 3:dje eller 4:de ordningen (fig. 206) och felutjemning enligt (194) företages. För enstaka fält lemna slutna polygoner i allmänhet erforderlig kontroll.

Som polygonlinierna vanligen förläggas vid yttergränserna till ett fält, får man (fig. 204), när i fältets inre punkter förekomma som skola bestämmas, betjena sig af hjelplinier. Dessa linier kan man benämna hjelplinier af 1:sta,2:dra eller 3:dje ordningen, allt efter som de sammanbinda polygonpunkter eller punkter på polygonsidor (*a b*), en punkt på en polygonsida med en punkt på en hjelplinie (*c d* och *e f*), eller två punkter på hvar sin hjelplinie (*i k*). Då koordinaterna för ändpunkterna till en hjelplinie af 1:sta ordningen antingen

äro gifna eller lätta att erhålla [man mäter ändpunkternas afstånd till föregående polygonpunkter och beräknar enligt formlerna (190) och (191)], så kan man i allmänhet enligt formlerna (192) och (193) beräkna hjelpliniens längd och azimutvinkel, således äfven dess vinklar med polygonsidorna. Hjelpliniens längd kan vara förmånligt att på förhand känna i och för kontrollering af abskissmätningen i hjelplinien-, sistnämnde vinklar åter, när hjelpliniens ändpunkter ej äro synliga från hvarandra, ty i så fall kan man med kännedom om dem angifva hjelpliniens riktning från båda ändpunkterna. Det möter påtagligen intet hinder att äfven beräkna hjelplinien af 2:dra och 3:dje ordningen; dock torde detta sällan behöfvas. Detaljerna anknytas till stomlinierna (polygonsidor och hjelplinier) på förut anfördt sätt. Man kontrollerar äfven här stomliniernas längder under abskissmätningen.

Fig. 204

Detaljmätning med kedja och korstafla, grundad på bruten liniemätning, synes allt mer och mer vinna insteg i Tyskland.

209. Mätning af en trakt på grund af triangelmätning. Ehuru man i vissa delar af Tyskland ifrar för att omedelbart med kedja och korstafla anknyta detaljerna till ett triangelnät af 4:de ordningen (197) kunna vi ej inse annat än att detta mätningssätt endast under vissa, i vårt land sällsynta förhållanden är förmånligt att använda. Först och främst måste ett nät af synnerligen små trianglar härför användas och således triangelmätningen blifva tidsödande och besvärlig, och för det andra lämpa sig af flera skäl ej triangelsidor som stomlinier för detaljmätning med kedja och korstafla, bland annat derför, att de i allmänhet ej komma att smyga sig utefter gränslinier etc. Deremot torde, såsom i det föregående blifvit antydt, ett triangelnät böra läggas till grund för en vidsträckt bruten liniemätning (se fig. 206); och i så fall är ett nät af 3:dje ordningen tillfyllest. Skall detaljerna omedelbart anknytas till ett triangelnät, torde detta

på sätt som längre fram kommer att visas, lämpligast ske genom grafisk mätning.

210. Kartläggning af genom koordinatmätning bestämda punkter. Är det endast fråga om att kartlägga hvad som blifvit uppmätt på ömse sidor af en rät linie, så har man, sedan liniens läge blifvit på papperet bestämdt, att förlägga en rak linial i liniens riktning, att med passare afsätta abskisserna ut efter linialkanten och att efter den, abskisspunkten berörande kanten till en af föregående linial styrd vinkellinial afsätta ordinaterna. De båda linialerna böra för hithörande ändamål helst vara af stål, och styrlinialen bör hafva en sådan belastning, att den utan vidare fastläsning ligger stilla, när vinkellinialen med varsamhet föres ut efter den. Om båda linialkanterna förses med skalor, och vinkellinialen vid den, styrlinialen berörande kanten med en fast nonie och vid ordinatkanten med en löpande nonie, som uppbär en trycknål, så äro passare och särskild skala öfverflödiga.

I öfverensstämmelse med mätningsprotokollet böra samtlige abskisslängder afsättas från liniens utgångspunkt. Ett begånget afsättningsfel vid en punkt kommer då ej att inverka på läget af följande punkter, såsom förhållandet blefve, om en abskisspunkt bestämdes från en föregående abskisspunkt.

1) Har detaljmätningen verkstälts enligt 206, så får man först konstruera trianglarne. Man uppslår (fig. 198), sedan baslinien *A C* blifvit till läge och längd uppritad, med *A* till medelpunkt och *A B* samt *A D* såsom radier samt med *C* till medelpunkt och *C B* och *C D* såsom radier cirkelbågar, och får på detta sätt läget af punkterna *B* och *D* bestämda. Man bestämmer sedan hjelpliniernas skärningspunkter och utritar hjelplinierna, härvid görande de jemkningar som gjorda kontrollmätningar möjligen komma att föreskrifva. Man bör sålunda, sedan punkterna *F, E, H* och *G* blifvit utsatta, undersöka om motsvarande hjelplinier hafva sina riktiga längder. I allmänhet bör såsom i föregående figur hvarje hufvudtriangel kunna kontrolleras, och detta i synnerhet, om afskärningsvinkeln i den tredje (sökta) punkten är mycket spetsig.

2) Har detaljmätningen grundats på inrutning (207), så har man först att konstruera rutnätet. Som ritbräden ofta äro opålitliga, kan man gå till väga sålunda: Man slår upp cirkelbågar (fig. 205) från ändpunkterna af och på ömse sidor om den gifna axeln *a b*, hvarigenom *c d* blir bestämd, afsätter från 0 åt ömse sidor på hvardera axeln halfva hufvudrutans

längd, bestämmer från de så erhållna punkterna genom cirkelbågar hörnpunkterna, hvilka sedan kontrolleras genom uppritandet af den cirkel hvarpå de skola ligga, indelar hvarje rutkant i sitt bestämda antal delar och sammanbinder motsvarande punkter. Härefter inläggas hjelplinierna och slutligen detaljerna på förut anfördt sätt.

Fig. 205.

3) Har detaljmätningen grundats på triangelmätning eller på bruten liniemätning (192), så har man först att kartlägga triangelpunkterna eller polygonpunkterna. År mätningen verkstäld med teodolit, af enstaka natur och får den rum på ett enda kartblad, så uppritas först axelsystemet och sedermera rutkanterna på (fig. 205) nyss anfördt sätt. Är detta gjordt, så inläggas ofvannämnde punkter, i det man på rutkanterna *g e* och *h f* från *a* och *b* afsätter abskisserna och på rutkanterna *g h* och *e f* från *c* och *d* afsätter ordinaterna och sedan med passarspetsen ut efter en motsvarande punkter berörande stållinial ritar för hvarje punkt ett fint kors. Dessa punkter kunna äfven inläggas genom att man med stångcirkel och rutkantafstånden (lätta att beräkna, då koordinaterna äro kända) till radier slår upp cirkelbågar från motsvarande rutkanter. Sedan på ena eller andra sättet samtlige polygonpunkterna blifvit kartlagda, inläggas hjelplinierna och slutligen detaljerna.

Fig. 206.

Har den uppmätta trakten så stor utsträckning, att flera kartblad måste användas, så kan man förfara enligt något af följande sätt: Man konstruerar på hvarje kartblad den ruta som skall innesluta hvad på bladet kommer att kartläggas, Låt i fig. 206, som innehåller några sammanstälda rutor, hvarje ruta — dimensionerna bero på kartbladets storlek

och den skala hvari man ritar — vara qvadratisk och hvarje rutkant motsvara 1000 meter. Det är då lätt att på hvarje blad inlägga dithörande triangel- och polygonpunkter. Så finna vi t. ex. att på kartbladet B_1 komma alla de punkter, hvilkas koordinater äro mellan +500 och +1500 och på bladet B^1 alla de punkter, hvilkas abskisser äro mellan −500 och −1500 samt ordinater mellan +500 och +1500, o. s. v. Punkterna kunna med tillhjelp af stångcirkel på ofvan anfördt sätt bestämmas från norra och östra rutkanterna — man kan taga för regel att alltid använda dessa rutkanter. I förevarande exempel har man för bladet *B,* att förut minska samtlige ordinater och abskisser med 500 och att för bladet D_2 — man tänker sig den i fig. 206 antydda beteckningen af rutorna konseqvent genomförd — minska abskisserna med 1500 och ordinaterna med 2500, o. s. v. Hafva i hvarje blad samtlige hufvudpunkter sålunda, blifvit kartlagda, inläggas hjelplinier och detaljer. Imellertid får en och annan polygonsida sina ändpunkter i olika kartblad. För att kunna upprita en sådan sida, blir det nödigt att beräkna läget af hennes skärningspunkt med rutkanten. Betecknas koordinaterna för den sökta skärningspunkten med x och y och koordinaterna för polygonsidans ändpunkter med x_a y_a och x_b y_b så är (se linien *a b* i rutorna A^1 och B^1)

$(x_a - x_b)/(y_a - y_b) = (x - y_a)/(y - y_b)$

hvaraf $x = x_b + [(x_a - x_b)(y - y_b)]/(y_a - y_b)$ ...... (200).

eller $y = y_b + [(y_a - y_b)(x - x_b)]/(x_a - x_b)$ ...... (201).

Af dessa formler användes den första för de östra och vestra rutkanterna (för dessa äro alltid y bekant), och den senare för de norra och södra rutkanterna (för dessa äro alltid x bekant). Har den sökta abskissan eller ordinatan blifvit funnen, så kan man, sedan den blifvit ut efter rutkanten afsatt, upprita polygonsidan.

Fig. 207.

Skall en bruten linie, hvars vinklar blifvit uppmätta med kedja kartläggas, så sker detta på sätt fig. 207 antyder genom att bestämma skärningspunkten mellan cirkelbågar, som med punkterna *c* och *e* till medelpunkter hafva kedjelängdenoch den uppmätta tredje sidan *s* till radien. Vinkeln blir skarpare uppritad i samma mån som triangeln konstrueras i stor skala. Mätningsskalan är nästan alltid för liten för att erforderlig skärpa må erhållas.

Vinklar, som blifvit uppmätta med vinkelmätningskompass, afsättas med vanlig transportör. Transportören, som i noggrannhet fullt motsvarar kompassen, bör ej användas, då man vill skarpt afsätta vinklar. Ett bättre resultat erhålles, om vinklarne afsättas med tillhjelp af tangenter eller korder.

211. Ytberäkning på grund af koordinatmätning. För att få veta ytan af ett med kedja och korstafla uppmätt fält, får man först beräkna stomfigurens area och sedan arealinnehållen på de mellan stomlinierna och fältets gränslinier inneslutna tillskotts- och afdragsfigurerna.

Stomfigurernas ytberäkning. Har detaljmätningen grundats på fältets indelning i trianglar enligt 206, så fås stomfigurens area ur summan af stomtrianglarnes areor. Som trianglarnes sidor äro kända, så kan för dem ytberäkningen ske enligt den kända formeln

$A = [s(s-a)(s-b)(s-c)]^{1/2}$ ...... (202)

i hvilken s betyder $(a + b + c)/2$.

Slutna polygoners areor kunna, då man känner polygonpunkternas koordinater, beräknas. Om i fig. 202, pl. 5 ordinater nedfällas mot abskiss-axeln, så fås polygonens area, om areorna af paralleltrapezierna 1 — 5 och 5 — 4 subtraheras från areorna af paralleltrapezierna 1 — 2, 2 — 3 och 3 — 4, eller

$A = (y_2 + y_1)(x_2 - x_1)/2 + (y_3 + y_2)(x_3 - x_2)/2 + (y_4 + y_3)(x_4 - x_3)/2 + (y_5 + y_4)(x_5 - x_4)/2 + (y_1 + y_5)(x_1 - x_5/2.$

Uti ofvanstående formel blir, när figuren ej skäres af abskissaxeln, en trapeziiarea positiv eller negativ, allt efter som abskiss-skilnadsfaktorn är positiv eller negativ. Vi finna ock i full öfverensstämmelse med hvad figuren fordrar, att de båda sista areorna blifva subtraherade från de öfriga, ty både $(x_5 - x_4)$ och $(x_1 - x_5)$ hafva olika tecken mot de öfriga abskissfaktorerna.

Hyfsas ofvanstående formel, så framgår följandegenerela formler för beräkning af arean A hos en polygon med n hörn

$2A = y_1 (x_2 - x_n) + y_2 (x_3 - x_1) + y_3 (x_4 - x_2) \dots y_n (x_1 - x_{n-1})$ (203)

$2A = x_1 (y_2 - y_n) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_4 - y_2) \dots x_n (y_1 - y_{n-1})$ (204)

Af dessa formler kan hvilkendera som helst användas och utan att någon figur behöfver uppritas. Endast i det fall, att polygonen skäres af någon af koordinataxlarne, behöfver man fästa något afseende vid koordinaternas tecken. Skäres den af abskissaxeln, förekomma ordinater med olika tecken; skäres den af ordinataxeln förekomma abskisser med olika tecken. Såsom en kontroll har man att summan af parentesvärdena måste vara lika med 0.

Beräkning af skilnaden mellan tillskotts- och afdragsfigurerna vid en stomlinie. När en stompolygon smyger sig ut efter gränslinien till ett fält, så fås fältets area, om polygonens area ökas med arean af alla utanför och minskas med arean af alla innanför stomlinierna liggande småfigurer. Vi vilja i det följande visa huru man för hvarje stomlinie får skilnaden mellan de förra och de senare figurernas areor.

Om i (fig. 198) protokollet till en detaljmätning på ömse sidor om stomlinien $A\ D$ är gifvet, så kan skilnaden S mellan tillskotts- och afdragsfigurernas areor beräknas enligt formeln

$2S = y_1 (x_2 - x_1) + y_2 (x_3 - x_1) + y_3 (x_4 - x_2) \dots y_{n-1} (x_n - x_{n-2}) + y_n (x_n - x_{n-1})$ .... (205). Denna formel har blifvit härledd på samma sätt som formeln (203), d. v. s. man har sammanfört alla de parallel-trapezier, som kunna bildas mellan på hvarandra följande ordinater, stomlinien samt gränslinien. Dess afvikelse i första och sista termen från formeln (203) härleder sig af, att den första och sista ordinatan ej sammanfalla, hvilket är händelsen vid den slutna polygonen. I de flesta fall äro dessa ordinater lika med 0, och då försvinna första och sista termen. Vid användandet af formeln (205) har man att besinna, det ordinaterna äro positiva eller negativa, allt efter som de gå till utanför eller innanför stomlinien liggande punkter. Vi vilja belysa användandet af denna formel genom ett exempel.

Om i fig. 198 ändpunkterna A och D sammanbindas med de närmast liggande hörnpunkterna 2 och 7, så blir 1 2 3 4 5 6 7 8 den förslingrade figur som hör till

stomlinien $A\ D$. Insättas de uppmätta koordinatvärdena Formeln fordrar endast koordinatvärden för brytningspunkter. Som linierna 4—5 och 6—7 äro rätliniga, behöfver man alltså ej införa koordinatvärdena för s och $s_{,}$, hvilket åter varit nödvändigt, om ofvannämnde linier brutit sig i s och $s_{,}$ uti formeln (205), så fås

$2S = 0(6 - 0) - 13(30 - 0) - 20(40 - 6) - 12(65 - 30) \quad +15(90 - 40) + 14(106 - 65) - 19(110 - 90) \quad + 0(110 - 106) = -1221$, hvaraf

$S = -615{,}5$.

Vid stomlinien $A\ D$ öfverskjuta alltså afdragsfigurerna l 2 3 4 s och $s_{,}$ 7 8 tillskottsfiguren s 5 6 $s_{,}$ med 615,5 ytenheter.

Grafisk planmätning.

212. Under förutsättning att det är bekant hvad i sjunde kapitlet förekommer rörande de grafiska mätningsinstrumentens användning m. m., hafva vi i det följande att sysselsätta oss med de praktiska företeelserna vid grafiska mätningar. De olika mätningssätten äro i verkligheten ej så skarpt åtskilda som de här nedan i och för en principiel öfverskådlighet förekomma. Ofta användes olika mätningssätt i förening.

213. Kartläggning af punkter på ömse sidor om en linie. Skall ett fält af obetydlig bredd kartläggas, så kan detta ske enligt 147 genom afskärning från en längs efter faltet stakad och uppmätt baslinie.

Vid val af baslinie har man först och främst att tillse, det goda afskärningar (ej för spetsiga afskärningsvinklar mellan diagonaler och afskärningslinier) erhållas; ty härpå beror huruvida baslinien bör förläggas utom eller inom fältet. Är baslinien utstakad, så mätes densamma, i det pålar utsättas på hvarannan eller hvar fjerde kedjelängd. Sedan (fig. 208, pl. 6) mätbordet blifvit på sätt, som i 145 är närmare anfördt, uppstäldt och orienteradt i en af basliniens ändpunkter *(a),* tager man handtlangaren med sig och låter honom efter löpande nummer sätta stickor — i nummerordning uppträdda på ett snöre — i alla de punkter (gränsliniers brytningspunkter, etc.) som skola kartläggas. På samma gång man tillser, att dessa stickor blifva lämpligt

Pl. 6. Fig. 208 — 210 b, II, I, a

placerade, gör man efter ögonmått en handritning (fig. 209) och antecknar stickornas nummer. När stickutsättningen är afslutad, går man till taflan och drager diagonaler till stickorna. Handtlangaren går härför och uppställer efter löpande nummer lodrätt sin flaggstång vid hvarje sticka, i det han ropar stickans nummer. Sedan diagonalen är dragen (med passarspetsen eller en hård och spetsig blyerzpenna), gifver man honom ett tecken att gå till nästa sticka, och antecknar under tiden diagonalens nummer, i det man skrifver siffran omedelbart under en på diagonalen gjord punkt. Denna punkt ditsättes för att förebygga förvexling af siffror på hvarandra närliggande diagonaler. För att undvika allt ropande från handtlangaren kan man bedja honom vifta med stången för hvar tionde sticka. Eger då öfverensstämmelse rum med den siffra man antecknar, så kan man vara säker på att ingen sticka blifvit öfverhoppad. När samtlige diagonaler blifvit dragna, uppställes och orienteras mätbordet i en annan punkt *(b)* på den öfver hela taflan utdragna baslinien, och dragas afskärningslinier (korta snitt) till samtlige stickorna, vid hvilka stångföraren ännu en gång efter nummerordning får uppställa stången. Man har nu att tillse det hvarje snitt göres på riktig diagonal, och kontrollerar sig härför, dels genom handritningen, dels genom den viftning på stången som stångföraren gör för hvar tionde sticka.

Samtidigt med och i den mån mätningen fortgår uppritas kartan, i det sammanhörande punkter sammanbindas och gränsliniers och egodelars etc. beskaffenhet efter antaget beteckningssätt utmärkas. Detta försiggår i allmänhet på fri hand med en spetsig blyerzpenna. Den definitiva uppritningen sker sedermera under ledning häraf med tusch.

Hafva alla de punkter som genom, afskärningar kunna bestämmas, blifvit bestämda, så har man att kartlägga sådane punkter som af en eller annan anledning måste på annat sätt bestämmas. De punkter, som ligga så nära baslinien, att allt för dåliga afskärningar skulle erhållas, bestämmas genom mätning af deras ordinater till baslinien och af dessas motsvarande abskisser. En punkt, som ej synes mer än från en station, bestämmes antingen genom polarmätning (149), d. v. s. genom att man mäter dess afstånd till stationspunkten och på diagonalen afsätter motsvarande afstånd, eller ock genom att man mäter afståndet till närmaste sticka och med motsvarande öppning i passaren och motsvarande punkt på taflan till medelpunkt slår upp en cirkelbåge, som pä diagonalen afskär den sökta punkten. En punkt, som ej synes från någon station, kan bestämmas genom att man

mäter dess afstånd till två närbelägna stickor och sedan med motsvarande passöppningar och motsvarande punkter på taflan till medelpunkter slår upp cirkelbågar, som skära hvarandra. Det säger sig sjelf, att man såväl i sista som i närmast föregående fallet bör välja sådane stickor som lemna goda afskärningar. Under inmätning på dessa sätt af felande punkter bör man föra taflan med sig och omedelbart kartlägga dem.

Har sålunda alla punkter som kunna bestämmas från stationerna A och B blifvit kartlagda, och skall mätningen i samma baslinie fortsättas, så har man att kartlägga de punkter som kunna bestämmas från B och C. För detta ändamål uppryckas de stickor som blifvit inskurna, uppträdas i omvänd ordning mot numreringen på snöret och utsättas sedan efter förut gifna regler i följande detaljpunkter. Härefter dragas diagonaler från B och afskärningslinier från C till dessa stickor och inmätas felande punkter i öfverensstämmelse med hvad i det föregående är sagdt.

Har en baslinie så stor utsträckning, att många stationeringar får i den företagas, så är det vid noggranna mätningar förmånligt — i synnerhet om terrängen är kuperad — att dess utstakning sker med teodolit. Visserligen låter stakning i kuperad terräng ganska väl utföra sig med tublinialen eller diopterlinialen, om de förläggas utefter två fina, i den öfver hela taflan utdragna baslinien så långt i sär som möjligt stälda orienteringsnålar; men detta sätt att staka kan lätt föranleda förvridningar och lemna på långt när ej samma skärpa som

stakning med teodolit. I alla händelser bör deremot orienteringen företagas efter två så stälda nålar,

Fig. 211.

likasom ock inriktning af nästa stationspåle och de mellanstakar, som för längdmätningen dit äro erforderliga. Innan

man börjar draga afskärningar i en ny station, bör man genom "profsnitt" kontrollera orienteringen och kedjemätningen, i det man syftar på och drager en afskärningslinie till en från de båda föregående stationerna redan bestämd och för skarp afskärning belägen punkt; råkar denna afskärningslinie punkten på taflan, så är allt riktigt. Fig. 211 visar huru ett profsnitt på punkten *p* blifvit företaget. Orienteringen bör tid efter annan pröfvas i hvarje station och alltid innan man lemnar den.

Yid grafisk mätning bör man för öfrigt iakttaga, att stationerna alltid väljas, så att goda afskärningar erhållas, att stickorna ej sättas tätare än mätningens noggrannhet fordrar och att, när i svår terräng stickorna komma mycket tätt, endast de vigtigaste punkterna bestämmas genom afskärning, de öfriga enligt något af de andra sätt, som i det föregående blifvit anförda. Vidare bör man med försigtighet — under rörelseriktningar i mycket spetsiga vinklar med linialen — bringa linialkanten att beröra stationsnålen. Slutligen bör man ej draga längre diagonaler än nödigt är — alltid undvika att draga dem för korta — samt bemöda sig att skrifva hvarje siffra, så vidt möjligt är, i närheten af den sökta punkten. Härför erfordras någon vana att omedelbart uppskatta afstånden på terrängen i mätskalan. Det är endast, när man af en eller annan anledning vill förebygga misstag, nödigt att draga diagonalerna ända till stationspunkten.

En öfvad planmätare kan med diopterlinial och i gynnsam terräng vid diagonaldragningen sköta två stångförare samtidigt. Tublinialen medgifver ej samma snabbhet som diopterlinialen.

Vid mindre noggrann mätning i liten skala, hvarvid endast det hufvudsakliga på terrängen kommer att upptagas, äro stickor öfverflödiga.

214. Detaljmätning, grundad på bruten liniemätning. Detta mätningssätt får vanligen användas, då slingrande hålvägar eller vattendrag etc. skola kartläggas.

Ehuru det från teoretisk synpunkt ej möter något hinder att välja hvilken station som helst, som lemnar goda afskärningar, så undviker man dock vid noggrann mätning så mycket som möjligt att stationera i en bruten linie, såvida ej stationspunkterna äro trigonometriskt bestämda (193) och genom koordinater (210) inlagda på taflan; detta af den anledning, att mätningen eljest efter några brytningar af baslinien i allmänhet ej blir tillförlitlig. Man är imellertid

ofta nödgad att bryta baslinien. Det är då af vigt att genom profsnitt (fig. 211 från *c* på *p*) kontrollera orienteringen.

Fig 212.

Bildar den brutna linien en sluten polygon (fig. 212), så har man ett godt tillfälle att kontrollera mätningen vid återkomsten till utgångspunkten *a*, i det man från den sista stationen *e* gör ett profsnitt till denna punkt. Visar det sig då, att passarspetsen löper i stationshålet *a* — att det "knäpper" — så har man sannolikhet för, men ej visshet om, att mätningen är riktig. För att vara riktigt säker, kan man mäta afståndet mellan första och sista stationen och efterse om öfverensstämmelse eger rum med motsvarande afstånd på taflan.

Finnes i polygonen en från alla stationer synlig punkt *p*, t. ex. ett kyrktorn, så kan man från den första baslinien *A B* bestämma denna punkt och sedermera i de följande stastionerna genom profsnitt på den kontrollera orienteringen.

Fig. 223.

Visar det sig att polygonen ej sluter sig, så kan man, när mätningen blott varit en enkel omfångsmätning, göra en grafisk felutjemning. Fig. 213 angifver huru man härvid förfar. Sammanfaller ej såsom sig borde f och $f_,$, så halfveras $f f_,$ (för tydlighet i figuren är felet onaturligt stort) och punkterna f, $f_,$ och $f_{,,}$ sammanbindas med en motstående polygonpunkt *p*. Derpå nedfällas från polygonpunkterna *a* och *b* linier vinkelrätt mot *p f*, och från punkterna *e* och *d* linier vinkelrätt mot $p f_,$. Från skärningspunkterna $a_,$ $b_,$ $c_,$ och $d_,$ dragas linier parallelt med $f f_,$ till linien $p f_{,,}$, och från de då erhållna skärningspunkterna dragas vinkelrätt mot $p f_{,,}$ linier, på hvilka från $p f_{,,}$ de motsvarande afstånden $a a_,$, $b b_,$ $c c_,$ och $d d_,$ afsättas. Sammanbindas de så erhållna ändpunkterna,

så fås den sökta polygonen. Det torde ej behöfva särskildt förklaras, huru man i full öfverensstämmelse med förevarande fall går till väga, då de båda sista polygonsidorna korsa hvarandra.

215. Detaljmätning genom paralleler. Detta mätningssätt användes mest i plan terräng. Man utstakar genom trakten och längs efter densamma en hufvudbaslinie, och sedermera från och vinkelrätt mot den på bestämda afstånd parallela linier (paralleler). Afståndet mellan parallelerna — i medeltal 200 à 300 meter — beror dels på skalan, i hvilken man mäter, dels på terrängförhållanden, men bör i vanliga fall ej vara större, än att midt imellan två närgränsande paralleler belägna punkter kunna från någon af dem genom erforderligt goda afskärningar bestämmas. Utstakningen af parallelernas, mot baslinien vinkelräta riktningar sker lämpligast med teodolit, men i brist deraf med korstafla eller genom att de utkonstrueras vinkelrätt mot baslinien på taflan och sedan förmedelst syftlinialen utstakas på terrängen. Användes korstafla, bör man gå till väga på sätt i 102 är angifvet för att stakningen må blifva oberoende af att spåren ej bilda rät vinkel med hvarandra, och för öfrigt, när ej stakningen är verkstäld med teodolit, genom kontrollmätning i en med baslinien parallel linie, förvissa sig om deras parallelism samt i motsatt fall göra erforderliga korrektioner.

Detaljmätningen verkställes från och på ömse sidor om parallelerna på samma sätt som vid hufvudbaslinien i enlighet med hvad i 213 är anfördt.

I fig. 210, pl. 6, visar sig nedtill huru mätningen blifvit verkstäld med paralleler relativt till baslinien. Ofta får man jemte parallelerna äfven använda efter gränslinier etc. förlagda hjelplinier, hvilkas lägen kontrolleras af deras skärningspunkter med parallelerna och baslinien.

216. Detaljmätning på grund af grafisk triangelmätning. Detta mätningssätt användes i synnerhet, när detaljmätningarne skola utföras i liten skala. För mätning i större skalor ($1/1000$ à $1/4000$) användes det, när kuperad terräng eller sjöar etc. försvåra all längdmätning, äfven som då man fäster mer afseende vid en skyndsamt än vid en noggrannt verkstäld mätning.

I stället för att såsom i föregående fall genom basernas direkta längdmätning bestämma stationspunkterna, kan man äfven helt och hållet grafiskt bestämma dem. Härför fordras blott, att en baslinie längdmätes. Längden af denna baslinie beror på, huruvida man omedelbart och samtidigt

med detaljmätningen vill bestämma stationspunkterna, eller om man först vill kartlägga ett nät af stora trianglar och från hithörande punkter bestämma det nät af mindre trianglar, hvars punkter skola blifva stationspunkter för detaljmätningarne. Vi må till en början antaga det förra.

Om (fig. 214) *a b* är den uppmätta basen, så utsätter man förutom de nummerstickor i alla detaljpunkter, som skola från *a b* bestämmas, äfven signaler till de punkter, hvilkas lägen göra dem till lämpliga stationspunkter och inlägger sedan genom afskärning såväl detaljpunkterna som de stationspunkter *f* och *h*, för hvilka från *a b* goda afskärningar erhållas. Från *a* och *b* dragas derjemte äfven diagonaler till de detaljpunkter och de stationspunkter (*c, d och g*), som sedermera skola genom afskärningar bestämmas från någon af punkterna *f* och *h* eller från andra, ännu ej kända stationspunkter. Man orienterar sedan mätbordet i *f* eller *h*, drager afskärningslinier till från *a* och *b* dragna diagonaler samt derjemte äfven diagonaler till nya punkter. På detta sätt fortsattes mätningen undan för undan tills hela fältet blifvit uppmätt.

Fig. 214.

Genom att använda bakåtsnitt kan man vid vissa tillfällen i betydlig mån underlätta detta mätningssätt. Sålunda kan man i fig. 212 bestämma stationerna *c, d* och *e* genom bakåtsnitt, blott en lämpligt belägen central punkt *p* blifvit från den uppmätta basen *a b* inskuren. *c* bestämmes från *b* och *p*, *d* från *c* och *p* samt slutligen *e* såväl från *d* och *p* som för kontrolls skull från *a* och *p*.

Ehuru det knapt gifves något sätt att skarpare kartlägga en punkt än genom grafisk bestämning med syftlinial under god afskärning från en erforderligt noga uppmätt bas, så lemnar ofvannämnde mätningssätt, alldenstund alla mätningsfelen vid stätionsbestämningarne fortplanta sig, snart nog ett osäkert resultat. Redan när man kommer till sådane stationer, hvilka såsom *e* i fig. 214 ej stå i direkt samband med den uppmätta baslinien, angifva ofta profsnitten större eller mindre afvikelser. Med anledning häraf är det förmånligt att från den förlängda baslinien bestämma eller kontrollera *(piketmätning)* sådane punkter (*d* och *e* kontrolleras från *i*) eller, att först förlägga ett nät af stora trianglar *(ett grafiskt triangelnät)* (219) öfver trakten och att från dess

punkter genom afskärning bestämma stationspunkterna för detaljmätningarne. Vill man stationera i punkter, som ej blifvit från det grafiska nätets punkter inskurna, men som medgifva syftning till 2 eller 3 lämpligt belägna af dessa punkter, så kunna Pothenots eller Hansens problem (150 och 151) med fördel användas.

Vanligen anslutes det grafiska triangelnätet vid mätningar af stor utsträckning till ett trigonometriskt nät, och söker man i så fall att från de trigonometriska punkterna direkt inskära så många af det grafiska nätets punkter som möjligt.

Vi återkomma längre fram (219) till den grafiska triangelmätningen.

217. Detaljmätning på grund af ett trigonometriskt nät af 4:de ordningen. När man vill med synnerlig noggrannhet och i större skala grafiskt kartlägga en trakt, så bör en trigonometrisk triangelmätning af 4:de ordningen (197) först verkställas öfver trakten, och till hithörande punkter detaljerna så omedelbart som möjligt anknytas. Att förlägga nätets hufvud- och bipunkter så tätt, att man med mätbordet blott kommer att stationera i trigonometriskt bestämda punkter torde, ehuru önskvärdt, i allmänhet möta stora svårigheter. Man får ofta åtnöja sig med sådane stationspunkter, som — ej sällan under användning af Pothenots och Hansens problem — blifvit inskurna från de trigonometriskt bestämda punkterna.

Har trakten ej större utsträckning, än att den får rum på ett mätblad, så kartläggas de trigonometriska punkterna så noga som möjligt på det å taflan spända mätbladet enligt 210, 3). Sedan företagas detaljmätningarne på förut anfördt sätt.

218. Planmätning med distansmätare. Hänvisande till 158 hafva vi här föga att tillägga. Vid mätning med distansmätare är, om man har en van stångförare, utsättning af stickor öfverflödigt, ty hvarje punkt bestämmes från *en* station. Distansmätare enligt Reichenbachs princip äro de ende, som vid planmätning funnit någon vidsträcktare användning. Enligt hvad i 158 blifvit anfördt består mätningen, sedan mätbordet blifvit i stationen orienteradt, uti att inställa tuben på den efter tur och ordning i detaljpunkterna uppstälda stången, att i tuben afläsa afstånden samt att från stationspunkten på taflan afsätta dessa afstånd, sedan de blifvit reducerade till horisonten, ut efter linialkanten.

Stationspunkterna förläggas och bestämmas enligt något af de i föregående paragrafer anförde sätt. Baslinierna kunna

antingen mätas med kedja eller tub. Vid noggrann mätning i stor skala bör basliniens längd kontrolleras med kedjan eller åtminstone bestämmas ur mediet af flera observationer under skarp inställning af tuben på stången.

Vill man med distansmätare ernå så godt resultat som möjligt, så lämpar det sig bäst, att såvidt möjligt är bestämma samtlige stationspunkterna genom (trigonometrisk eller grafisk) triangelmätning eller att stationera i ett rutnät. Då de distanstuber, som i allmänhet förekomma, ej medgifva tydlig afläsning på afstånd, som öfverstiga 300 meter, så torde afstånden mellan triangelpunkterna eller parallelerna ej böra tagas större än 600 meter. Skall man mäta i stor skala ($1/1000$ till $1/4000$) och vill ernå det bästa möjliga resultat, som vid mätning med distansmätare kan erhållas, så torde afståndet mellan triangelpunkterna i allmänhet ej böra öfverstiga 3 à 400 meter, såvida man ej vill bestämma längre bort belägna punkter genom afskärning — något, som ofta är att förorda.

Fig. 215 visar ett ideelt rutnät och ett ideelt triangelnät, som blott — åtminstone det senare — må tjena till förebild; ty en sådan regelbundenhet som i figuren kommer, äfven om terrängförhållanden ej lägga hinder i vägen, i praktiken aldrig i fråga. Af figuren framgår, att i händelse af rutnät de mot baslinien vinkelräta linierna böra vara på enkla, de med baslinien parallela på dubbla afståndet för tubens tydliga syftvidd, äfven som att man principielt taget endast borde stationera i skärningspunkter mellan u-linier och i skärningspunkter mellan i-linier (nätet tänkes fullständigare utritadt och linierna betecknade i öfverensstämmelse med i figuren angifven regel).

Fig. 215.

Planmätning med distanstub lemnar vid kartläggning i större skalor än $1/4000$ ej samma skärpa som mätning med afskärning. Tubens mätningsförmåga kan ej ens anses fullt motsvara kartläggningsskärpan (se 153 o. 159) i skalan $1/4000$. Vid mätningar i mindre skalor, der tubens mätningsförmåga fullt motsvarar kartläggningen, har distanstuben på grund af de många fördelar den erbjuder, allt mer och mer vunnit insteg. Stampfers distansmätare har, ehuru den lemnar skarpare resultat än distanstuben, i anseende till de tidsödande

inställnings- och räkneoperationerna, som planmätningsinstrument ej fått någon större användning. Det är dock för mätning af baslinier synnerligen förmånligt att hafva en Stampfers skruf kombinerad med distanstuben.

219. Grafisk detaljmätning af en trakt, som fordrar flera mätblad. Hafva mätbladen obestämd form, och finnas inga triangelpunkter, så utstakas i gränsen mellan olika mätbladsområden en s. k. konnekteringslinie sa skarpt som möjligt. Om denna linie upptages på båda bladen, så kunna de sammanställas, konnekteras, genom att motsvarande punkter på konnekteringslinien bringas att sammanfalla.

Har trakten som skall mätas mycket stor utsträckning, så användas qvadratiska eller rektangulära mätblad, af samma men ej större dimensioner, än att afståndet mellan rutkanterna och tafvelkanterna är minst 30 m.m. Vi vilja i det följande söka visa huru mätbladen anordnas, då konnekteringen skall grundas på *traktens inrutning* eller på *trigonometrisk* eller *grafisk triangelmätning.*

I händelse af konnektering genom *traktens inrutning,* utstakas från en lämpligt vald baslinie öfver hela trakten ett rutnät, hvars rutor motsvara i mätskalan den enligt 210 på hvarje blad konstruerade rutan. Hvarje ruta på fältet och dess motsvarande mätblad bilda då ett helt för sig. Rutnätet blir naturligtvis skarpast bestämdt, om teodolit användes såväl vid liniestakningen som vid utsättandet af de räta vinklarne. Mätningen fortgår till en början ut efter rutkanterna, men förflyttar sig till rutans inre i den mån genom stommätning — vanligen utstakning af paralleler, inskärning af i rutans inre belägna punkter — erforderliga hjelpbaslinier och stationspunkter blifvit bestämda.

Fig. 210, pl. 6, visar en skiss öfver en rutmätning. *a b* är baslinien, uti hvilken stickor äro på hvarannan eller hvar fjerde kedjelängd utsatta.

I mätbladets *I* sydliga del Då här vid beskrifningen användes väderstreck, må för undvikande af missförstånd erinras, att, ehuru förmånligt, man sällan får baslinien att ligga i meridianens riktning. har mätning i paralleler (215) kunnat användas. I dess nordliga del har man fått betjena sig af utefter gränslinier etc. förlagda hjelpbaslinier, hvilkas lägen blifvit genom direkt längdmätning af de delar, hvari de afskära rutkanter, paralleler och hvarandra, noga kontrollerade. För uppmätning af inegor i nordvestra delen har en bruten baslinie blifvit använd.

I mätbladet *II,* hvaraf endast södra halfvan synes, har man i en parallel uppmätt såväl södra stranden af floden, som ock inskurit vigtiga punkter på ön eller på den andra stranden. Uppmätningen af ön har verkställts i en från parallelen utgående bruten linie.

I de båda östra mätbladen har grafisk triangelmätning företrädesvis måst användas. Man har härvid bemödat sig om att från baslinien eller rutkanterna kontrollera nätet och har i och för orientering och kontroll äfven dragit syftlinier till utom mätbladen liggande punkter.

Hafva samtlige mätbladen blifvit färdiga, så konnekteras de, i det att motsvarande rutkanter på sätt som i 222 finnes anfördt, bringas att sammanfalla.

Skall detaljmätningen af så stor trakt, att flera mätblad behöfvas, grundas på en *trigonometrisk triangelmätning,* så får man först med ledning af den öfver triangelnätet upprättade öfversigtskartan göra den mätbladsindelning, som för tillfället är lämpligast, och sedan på hvarje blad inlägga de till bladet hörande punkterna. Mätbladets (rutans) storlek beror som förut, dels på mätskalan, dels på mättaflans storlek (afståndet mellan tafvelkanterna och rutkanterna bör ej understiga 30 m.m.). Äro mätbladets dimensioner bestämda, så konstrueras rutan enligt 210, 2) på det å taflan spända papperet. Sedan kartläggas triangelpunkterna, genom sina, med hänsyn till bladets läge i förhållande till nätets axelsystem reducerade koordinater, i öfverensstämmelse med hvad i 203, 3) finnes anfördt. För att derjemte äfven kunna begagna sig af sådane, utom bladets område liggande signaler, som i och för orientering etc. kunna befinnas lämpliga, beräknar man enligt formlerna (200) och (201) läget af skärningspunkterna mellan hithörande triangelsidor och rutkanterna och utdrager öfver hela taflan motsvarande riktningslinier.

Endast vid nät af 4:de ordningen ligga triangelpunkterna så tätt, att vid mätning i större skala erforderligt antal (minst 3, men helst flera) erhållas på hvarje mätblad. Vid större trigonometriska nät ligga ofta punkterna så glest, att man får genom en grafisk triangelmätning bestämma nödiga anknytningspunkter.

Skall ett *grafiskt triangelnät* ensamt för sig eller i samband med ett glest trigonometriskt nät utgöra den sammanhållande grundstommen vid mätning af en så vidsträckt trakt att flera mätblad behöfvas, så verkställes den i så stor skala som möjligt på ett särskildt stort mätbord (med tafla om 0,6 meter (2 fot) i fyrkant). Har mätningen blifvit utförd, såindelas triangelkartan *före* papperets afskärning från taflan medelst meridianer och paralleler uti rutor, som representera de respektive mätbladens områden, och uttagas samt protokollföras samtlige de inskurna punkternas afstånd till rutkanterna. Dessa afstånd reduceras sedan från triangelskalan till detaljskalan, och medelst de reducerade rutkantafstånden inläggas

triangelpunkterna på sina respektive mätblad. Dessutom inläggas äfven syftlinier till utom bladets område befintliga punkter. Sådane syftlinier äro nödvändiga dels för kontroll och dels för orientering i de punkter, som ej äro synliga från någon af de till bladets område hörande punkter. Det säger sig sjelf, att den så erhållna grundstommen blir otillförlitlig i den mån triangelskalan är mindre än detaljskalan. Triangelmätningen bör om möjligt utföras i samma skala som detaljmätningen, och ej gerna i mindre än hälften så stor skala.

Detaljmätningarne verkställas på hvarje mätblad med triangelpunkterna såsom utgångs- och kontrollpunkter på förut anfördt sätt, och mätbladen konnekteras efter rutkanterna enligt 222.

220. Jemförelse meHan koordinatmätning och grafisk mätning. Rörande företräden hos det ena eller det andra af dessa mätningssätt äro meningarne betydligt delade. Det må i det följande blott antydas båda mätningssättens såväl fördelar som olägenheter; äfven som, när det ena eller det andra kan vara att föredraga.

Den grafiska mätningen är i allmänhet betydligt snabbare och billigare än koordinatmätningen, som vid vissa terrängförhållanden blir besvärlig, understundom nästan omöjlig att använda. Vid den grafiska mätningen skadas säd och växter mindre än vid koordinatmätning.

Koordinatmätningen lemnar betydligt skarpare sifferuttryck än den grafiska mätningen; ty då koordinatmätningen kan uppdrifvas till all önskvärd skärpa och sifferräkningen i sig sjelf är ofelbar, så förmår deremot, äfven om man ej fäster sig vid papperets krympning (139), den grafiska konstruktionen endast till en viss gräns angifva sifferuttryck — detta i synnerhet för arealinnehåll, alldenstund dessas sifferuttryck måste medelbart sökas under användning af mer eller mindre felaktiga instrument och operationssätt. Åstundar man sifferuttryck för afstånd och areor, så förmår alltså det förra mätningssättet lemna all önskvärd skärpa, under det att detta ej för alla ändamål är händelsen med det senare.

Detaljpunkterna blifva relativt till hvarandra i allmänhet skarpare kartlagda genom grafisk mätning än dåkartläggningen grundas på en förut verkställd koordinatmätning; och inverkade ej i förra fallet papperets krympning, så skulle, under förutsättning att i båda fallen detaljerna anknötos till trigonometriskt bestämda punkter, den grafiska mätningen lemna skarpare kartor än de på grund af koordinatmätning upprättade. Med anledning af denna krympning blir, såvida ej papperet krymper jemnt och en med hänsyn till krympningen reducerad skala antages, förhållandet motsatt. Grafiska mätningar utan anknytning till trigonometriskt bestämda punkter lemna kartor af större utsträckning betydligt felaktiga.

Då på grund af det vid koordinatmätningen förda protokollet huru många kartor som helst kunna uppritas, så är man vid kopierandet af den grafiskt upprättade konceptkartan beroende af, att konceptkartan lätt kan skadas.

På grund af det ofvan sagda, torde den grafiska mätningen alltid komma att användas så länge de mål, som eftersträfvas, med den fullt vinnas, och i motsatt fall koordinatmätningen anlitas. I England användes uteslutande koornatmätning — mätning med teodolit och korstafla. I Tyskland, der den grafiska mätningen hittills varit förherrskande, börja i samband med stegrade fordringar många stämmor uttala sig för koordinatmätning — ehuru ej sällan utan ensidighet och öfverdrift. I Sverige är som bekant den grafiska mätningen förherrskande och torde väl i anseende till vårt lands utsträckning och dess kuperade terrängförhållanden länge så förblifva. Det kan imellertid ifrågasättas huruvida ej teodoliten borde finna större användning i vårt land än hvad nu är händelsen samt huruvida med hänsyn till stegrade egendomsvärden de ekonomiska mätningarne utföras i erforderligt stora skalor.

Kartor.

221. Kartor hafva en olika karakter, allt efter som de afse tekniska eller topografiska ändamål. I förra fallet, då de skola innehålla en stor mängd, mer eller mindre tillfälliga detaljer, måste de upprättas i stora skalor (1:1000 à 1:4000; i senare fallet, då de endast skola innehålla det hufvudsakliga af ett land, i små skalor. Ehuru mätningsoperationerna hvila på samma grunder, antingen man mäter i stor eller liten skala, så få de dock i visst afseende en annan karakter i ena än i andra fallet. Detta beror dels på de olika uppgifter, som skola lösas, dels på att kartans förmåga att skarpt uttrycka mätningsresultaten blir mindre i

samma mån den upprättas i mindre skala — en omständighet, som, alldenstund mätningen i allmänhet bör stå i harmoni med kartans förmåga att uttrycka, föranleder att en del inätningsoperationer ej verkställas med samma skärpa för en liten som för en stor skala.

Vi hafva i det föregående hufvudsakligen tänkt oss definitiva mätningar i stora skalor. Skall man detaljmäta uti mindre skalor, t. ex. uti skalan $\frac{1}{50000}$, så förmår enligt (153) kartan ej angifva afstånd skarpare än på 5 meter när. Det säger sig då sjelf, att man ej behöfver mäta afstånd till enstaka punkter skarpare än på 5 meter när och att man således ofta kan använda stegning; att vid grafisk mätning något besvär med centrering af matbordet ej kommer i fråga; att diagonaler och afskäringslinier ofta blifva så korta, att det vinkel£el, som orientering med kompass föranleder, förlorar all betydelse; men att de grafiska operationerna måste utföras med all möjlig skärpa, i det man använder fin stationsnål, drager de finaste diagonaler etc.

En särskild karakter hafva de kartutkast, som genom en i hast utförd rekognoseringsmätning upprättas, dels till ledning för militära operationer, dels för att förbereda en noggrannare mätning. Dessa rekognoseringsmätningar utföras vanligen utan andra instrument än kompass, skala och passare, ett enkelt bräde eller en styf pappskifva, hvarpå papperet — helst rutadt papper — är spändt. Baslinier stegas — ofta stegning efter tid; brädet hålles, i händelse af grafisk mätning, med venstra handen, samt orienteras med kompass; diagonaler och afskärningslinier dragas, i det man, låtande en blyerzpenna med sin spets hvila vinkelrätt mot papperet, med fri och stadig hand för den i riktning mot föremålet. För punkter, som skola kartläggas genom ordinatmätning, bestämmas abskisser och ordinater dels genom stegning, dels efter ögonmått. Vinklar mäter man ofta genom att öppna passaren tills dess ben sammanfalla med vinkelbenen, o. s. v. Det säger sig sjelf att dylika kartutkast, som vanligen upprättas i skalorna $\frac{1}{10000}$ till $\frac{1}{20000}$, hafva en mycket approximativ karakter.

De i vårt land begagnade skalorna äro:

vid landtmäterikartor: 1:1000, 1:2000 (tomtskalan), $\frac{1}{4000}$ (åkerskalan) samt 1:8000;

vid de topografiska kartorna: 1:1000000 (generalkartan), 1:100000 (specialkartan), 1:50000 (konceptkartan vid rekognosering för specialkartan), 1:20000 (positionskartor),

1 : 10,000 (vigtigare pass och positioner) och 1 : 5000 (befästningsplaner m, m.) Då vi på anförda skäl ej ansett oss böra i mätningsläran ingå på den sferiska geodesiens område, hafva vi ej heller här redogjort för de olika kartprojektionerna. Ej heller hafva vi ansett det lämpligt att ingå på kartritningens område. En kurs häri — vårt land saknar tyvärr en genomförd sådan — torde lämpligast böra utgifvas ensam för sig..

222. Kartors konnektering. Det har redan i det föregående blifvit anfördt grunderna för detaljbladens sammansättning eller konnektering. Det återstår blott att i korthet visa huru konnekteringsoperationerna utföras.

Hafva mätbladen en bestämd form, d. v. s. är det vid hvarje blad kartlagda inneslutet uti en ruta af för alla bladen gemensam storlek, så består konnekteringen helt enkelt uti att bringa motsvarande rutkanter att sammanfalla. För att få skarfven mindre synlig bör kanten, af ett sydligare blad läggas öfver kanten till ett nordligare, och derjemte papperet i den öfverliggande kanten, om så låter sig göra, förtunnas. För detta ändamål drager man med en ytterst fin passarspets en linie parallelt med och på 0,3 m.m. från det öfverliggande bladets rutkanter, för sedan försigtigt en uddvass knif utefter denna linie och på så sätt att papperet endast till hälften genomskäres och afrifver sedan remsan — i det man viker den försigtigt nedåt från papperet — så att en undre hinna medföljer, hvarigenom kanten förtunnas. Äro bladen färdiga för konnektering, så ordnas de på ett plant ritbräde, och motsvarande ruthörn genomstickas medelst iina nålar. När man med en linial förvissat sig, att de nålar, som skola ligga i samma linie, göra det, och .äfven förvissat sig, att öfverensstämmelse mellan de gränslinier, som skära rutkanterna, eger rum, så sammanlimmas kanterna medelst munlim.

Hafva mätbladen en obestämd form, så sker, då mätningen ej är grundad på triangelmätning, konnekteringen i det man med nålar genomsticker motsvarande ändpunkter till de konnekteringslinier, som för ändamålet blifvit i båda de sammanstötande kartbladen inlagda. Äro de olikformade kartlapparne anknutna till triangelpunkter, så bestämmas först dessas lägen med all möjlig skärpa på ett stort, fint och plant ritbräde. Derpå fästas kartlapparne vid brädet, i det man med en fin nål genomsticker motsvarande punkter på papperet och brädet, och slutligen vridas och hoppassas dessa lappar, dock under iakttagande af att ej några trigonometriskt bestämda triangelpunkter rubbas, tillsde riktnings- och konnekteringslinier— om sådane finnas — samt gränslinier, som höra tillsammans, såvidt möjligt är sammanfalla. Då inånga orsaker kunna bidraga till felaktigheter — ej minst papperets krympning — är denna hoppassning ofta förenad med svårigheter och tager både tid, urskilning och tålamod i anspråk. Är hoppassningen gjord, så sammanlimmas lapparna vid kanterna.

Sistnämnde sätt att konnektera förekommer hufvudsakligen vid upprättandet på grund af äldre och mellankommande nyare mätningar af sådane stomkartor, som sedermera skola läggas till grund för topografiska, ekonomiska eller geologiska detaljmätningar.

*

Elfte kapitlet.

Vertikalmätningar.

Bestämning af en orts polhöjd.

223. Med en orts polhöjd eller latitud förstås den vinkel, som ortens förbindningslinie med jordens medelpunkt bildar med eqvatorsplanet. För en noggrann latitudbestämning fordras astronomiska hjelpmedel. Vi vilja här blott visa huru man, med för många ändamål tillräcklig noggrannhet, kan göra latitudbestämningar med en vanlig teodolit eller en spegelcirkel.

Fig. 216

Funnes det på himlahvalfvet en från jorden synlig stjerna *p,* genom hvilken jordens axel gick, så behöfde man (fig. 216) blott mäta höjdvinkeln v för att få latitudvinkeln; ty emedan en fixstjernas afstånd från jorden är ofantligt stort i förhållande till parallelcirkelns radie, så kunde utan märkbart fel $o\ p$ anses parallel med jordaxeln. Som imellertid jordaxeln ej träffar någon synlig fixstjerna, måste man begagna sig af någon fixstjerna i närheten — och vanligen blir i norra halfklotet polstjernan använd.

de riktnings- och konnekteringslinier— om sådane finnas — samt gränslinier, som höra tillsammans, såvidt möjligt är sammanfalla. Då inånga orsaker kunna bidraga till felaktigheter — ej minst papperets krympning — är denna hoppassning ofta förenad med svårigheter och tager både tid, urskilning och tålamod i anspråk. Är hoppassningen gjord, så sammanlimmas lapparna vid kanterna.

Sistnämnde sätt att konnektera förekommer hufvudsakligen vid upprättandet på grund af äldre och mellankommande nyare mätningar af sådane stomkartor, som sedermera skola läggas till grund för topografiska, ekonomiska eller geologiska detaljmätningar.

*

Elfte kapitlet.

Vertikalmätningar.

Bestämning af en orts polhöjd.

223. Med en orts polhöjd eller latitud förstås den vinkel, som ortens förbindningslinie med jordens medelpunkt bildar med eqvatorsplanet. För en noggrann latitudbestämning fordras astronomiska hjelpmedel. Vi vilja här blott visa huru man, med för många ändamål tillräcklig noggrannhet, kan göra latitudbestämningar med en vanlig teodolit eller en spegelcirkel.

Fig. 216

Funnes det på himlahvalfvet en från jorden synlig stjerna *p,* genom hvilken jordens axel gick, så behöfde man (fig. 216) blott mäta höjdvinkeln v för att få latitudvinkeln; ty emedan en fixstjernas afstånd från jorden är ofantligt stort i förhållande till parallelcirkelns radie, så kunde utan märkbart fel $o\ p$ anses parallel med jordaxeln. Som imellertid jordaxeln ej träffar någon synlig fixstjerna, måste man begagna sig af någon fixstjerna i närheten — och vanligen blir i norra halfklotet polstjernan använd.

Om i fig. 216 en teodolit eller något annat vinkelmätningsinstrument inriktas i meridianplanet för en ort *o,* hvars latitud sökes, och tuben vrides tills man i den ser polstjernan *s,* så synes på grund af jordens rotation stjernan under loppet af ett dygn beskrifva en cirkel, som af det vertikala hårkorset halfveras. Stjernan träffar (kulminerar) således två gånger om dygnet meridianplanet, men ses påtagligen i båda fallen under olika höjdvinklar. När man befinner sig i o afläses — hårkorset inställes på stjernan i det ögonblick den passerar meridianen — vinkeln φ; när jorden roterat 180°, d. v. s. när man befinner sig i $o_,$ afläses vinkeln $\varphi_,$. Af fig. 216 framgår att ortens latitudvinkel fås ur

$(\varphi + \varphi_,)/2$........... (206).

Vinkeln v är, oafsedt den approximation, hvartill man gör sig skyldig genom att antaga $o\ p$ parallel med jordaxeln, ej den sanna eller geocentriska latitudvinkeln; ty emedan alhidadaxeln inställts med vattenpass, så har den vid observationerna sammanfallit med ortens normal, hvilken i anseende till jordytans elliptiska form ej går genom jordens medelpunkt. Vill man reducera den skenbara polhöjden v till den geocentriska, så har man att minska v med en vinkel

$\beta_{sek} = 687 \sin 2v$ .... (207),

β_{max} inträffar för $v = 45°$ och är $687'' = 11'\ 27''$.

Trigonometrisk höjdmätning.

224. Om inflytandet af ljusstrålarnes refraktion vid mätning af vertikalvinklar. När afståndet mellan signalen och instrumentet ej är synnerligen stort, så kan vertikalvinkeln omedelbart mätas enligt i 69 angifna förfaringssätt; men om afståndet är stort, så måste afseende fastas vid ljusstrålarnes refraktion.

Denna refraktion uppkommer deraf, att ljusstrålarne passera genom luftlager af olika täthet; och emedan tätheten tilltager i den mån luftlagren ligga nära jordytan och tvärtom, så följer enligt den optiska brytningslagen (ljusstrålar brytas mot normalen vid öfvergång till ett tätare och från normalen vid öfvergång till ett tunnare medium) att ljusstrålarne mellan två olika högt belägna punkter p och $p_,$ beskrifva en uppåt buktad kroklinie. Om man derför(fig. 217) uppställer en teodolit i p och inställer tuben på $p_,$, så intager kollimationsaxeln, alldenstund tuben mottager Ijusstrålarne i riktningen af strålbanans tangent läget $p\ q$, och den uppmätta vinkeln z afviker med Δz från zenitvinkeln i p. Vi vilja, under förutsättning att strålbanan är en cirkelbåge — hvilket i verkligheten ej är fullt fallet — söka ett uttryck för Δz.

Fig. 217.

Om jordens och strålbanans radier betecknas med r och ρ, och de motsvarande vinklarne med c och v, så är, alldenstund längden af bågen $p p_,$ i verkligheten högst obetydligt afviker från längden af den motsvarande horisontbågen $p\ e$ Man må ej förvillas af att vinklarne c och v, för att figuren må bli tydlig, äro ritade onaturligt stora., $r\ c = \rho\ v$; vidare är enligt figuren $v = \Delta\ 2\ z$ samt således

$2\ \Delta\ z = r\ c / \rho = k\ c$En del författare bruka — som det vill synas oegentligt — beteckna $r / 2\ \rho$ med k. .... (208),

hvarvid k eller förhållandet $r{:}\rho$ är en koefficient, som har fått namnet *refraktionskoefficient.*

För att bestämma k har man uppmätt båda vinklarne z och $z_,$, och för att likartade förhållanden må ega rum vid dessa mätningar gjort dem samtidigt. Man kan endast i så fall antaga, att Δz varit lika med $\Delta z_,$. Emedan $\Delta z = \Delta z_,$ så är, om man jemför de båda utanvinklarne $z + \Delta z$ och $z_, + \Delta z$ med vinklarne i triangeln $p\ p_,\ c$$2\ \Delta z = 180 + c - z - z_,$

och således, emedan$2\ \Delta z = k\ c$

$k = (180 + c - z - z_,) / c$ .... (209).

På grund af många iakttagelser, gjorda vid olika tider i olika länder; hafva följande värden på k erhållits

Mayer (Göttingen) fann $k = 0{,}125$. Gauss (Tyskland) " $k = 0{,}1306$. Struve (Ryssland) " $k = 0{,}1237$. Bessel och Bayer (Ostpreussen) " $k = 0{,}1370$. I Sverige har man användt $k = 0{,}15$.

En nyare och skarpare teori (se Bauernfeinds Vermessungskunde) förutsätter ej refraktionskoefficienten konstant, utan fordrar, att den för hvarje fall beräknas.

Om det horisontela afståndet s (den sferiska triangelsidan) är genom triangelmätning bestämdt, så är

$c = 206265\ s / r$ sek. och således

$\Delta z = k \cdot 206265\ s / (2\ r)$ sek,

225. Den trigonometriska höjdmätningsformeln vid konstant värde på k. För att kunna (fig. 217) beräkna höjdskilnaden $p_{,}\ e = h$ mellan de två punkterna p och $p_{,}$, måste man känna z eller $z_{,}$ samt det horisontela afståndet (den sferiska triangelsidan) s.

Af fig. 217 framgår att

$h = a\ q + a\ e - p_{,}\ q$

samt (triangeln $a\ p\ q$) att $a\ q = p\ a \sin a\ p\ q / \sin a\ p\ q = p\ a \cos z / \sin (z - c)$. Som imellertid z ej afviker synnerligen från 90°, under det att c vanligen är en mycket liten vinkel — den öfverstiger, äfven för de värden på s, som förekomma i ett nät af 1:sta ordningen, ytterst sällan 30′, men är vanligen mycket mindre — så kan c försummas vid sidan af z uti sin $(z - c)$ och derjemte äfven sättas: $p\ a = s$ och således $a\ q = s \cot z$.

Emedan vinkeln $a\ p\ e = c / 2$ är en mycket liten vinkel

och $rc = s$, så kan man sätta det mot jordytans buktighet svarande stycket $a\ e = s\ c / 2 = s^2 / (2\ r)$.

Emedan enl. föregående $2\ \Delta z = k\ c$, emedan divergensen mellan $c\ p$ och $c\ q$ är så obetydlig, att man kan anse $p\ p_{,} = s$, samt emedan vinklarne v och Δz $(= k\ c / 2)$ äro mycket små, så kan man sätta det mot refraktionen svarande stycket $p_{,}\ q = p\ p_{,} \cdot \Delta z = s\ k\ c / 2 = s^2\ k / (2\ r)$.

Insättas ofvanstående värden på $a\ q$, $a\ e$ och $p\ q$ uti eqvationen $h = a\ q + a\ e - p_{,}\ q$, så fås

$h = s \cot z + s^2 / (2\ r) - s^2\ k / (2\ r) = s \cot z + s^2\ (1 - k) / (2\ r)$ . . (210)

eller, om man sätter $(1 - k) / (2\ r) = m$

$h = s \cot z + m\ s^2$ En strängare härledning af höjdmätningsformeln lemnar

$h = s \cot z + s^2\ (1 - k) / (2\ r) + [(1 - 0{,}5\ k) / r]\ s^2 \cot z^2$,

eller $h = s \cot z + s^2\ (1 - k) / (2\ r) + (x_{,}^2 - x^2) / (2\ r)$.

Uti den senare formeln, som torde vara mest konseqvent, beteckna x och $x_{,}$ stationspnnktens och den observerade punktens höjder öfver mediehafsytans klot. Såväl $[(1 - 0{,}5\ k) / r]\ s^2 \cot^2 z$ som $(x_{,}^2 - x^2) / (2\ r)$ kunna vid praktiska mätningar försummas. .... (211).

Ofvanstående formel lemnar höjdskilnaden mellan instrumentet och signalen. För att finna höjdskilnaden mellan punkterna på marken, har man (fig. 218) att i den införa instrumenthöjden i och signalhöjden t och får då

$H = s \cot z + m\ s^2 + i - t$ (212).

Fig. 218

Det må påpekas, att $s \cot z$ är positiv eller negativ allt efter som $z \lesseqgtr 90°$, d. v. s, allt efter som den observerade punkten ligger högre eller lägre än stationspunkten samt att $m\ s^2$, i och t ej lida någon teckenförändring. H blir positiv eller negativ allt efter som den observerade punkten ligger högre eller lägre än stationspunkten.

Uti nedanstående tabell hafva vi, under användning af den för Sverige i allmänhet lämpligaste koefficienten t=0,15, beräknat och sammanfört värden på $m\ s^2$ för gifna värden på s.

Ex.: För s = 6260 meter är $m\ s^2$ = 2,55 + 0,6 . 0,09 = 2,60 meter.

Tabell 9.

Värden på $m\ s^2$ i meter för gifna värden på s i meter.

s	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	Diff. i c.m. för 100 m.
0	0,000	0,001	0,003	0,006	0,011	0,017	0,024	0,033	0,043	0,054	0,1-1
1000	0,067	0,082	0,097	0,112	0,130	0,150	0,170	0,192	0,215	0,240	2
2000	0,27	0,30	0,33	0,36	0,39	0,42	0,45	0,48	0,52	0,56	3
3000	0,60	0,64	0,68	0,72	0,77	0,81	0,86	0,91	0,96	1,01	5
4000	1,06	1,11	1,17	1,23	1,29	1,35	1,41	1,47	1,53	1,60	6
5000	1,67	1,73	1,80	1,87	1,94	2,01	2,08	2,16	2,24	2,32	8
6000	2,39	2,47	2,55	2,63	2,72	2,81	2,90	2,99	3,08	3,17	9
7000	3,26	3,35	3,44	3,54	3,64	3,74	3,84	3,94	4,04	4,15	10
8000	4,26	4,37	4,48	4,59	4,70	4,81	4,92	5,03	5,15	5,27	11
9000	5,39	5,51	5,63	5,75	5,88	6,01	6,14	6,27	6,40	6,53	13
10000	6,65	6,79	6,92	7,06	7,20	7,34	7,48	7,62	7,76	7,91	14

226. Sätt att göra sig oberoende af refraktionen. Man kan genom att samtidigt mäta vinklarne z och $z_{,}$ i båda punkterna göra sig oberoende af refraktionen vid bestämningen af dessa punkters höjdskilnad; ty emedan enligt föregående $2\ \Delta z = 180 + c - z - z_{,}$ och enligt (fig. 217)

$h = s \cdot \sin p_{,}\ p\ e / \sin p\ p_{,}\ e = s \cos (z + \Delta z - c/2) / \sin (z + \Delta z - c)$,

så är

$h = s \cdot \sin \tfrac{1}{2}\ (z_{,} - z) / \cos \tfrac{1}{2}\ (z_{,} - z + c)$ .... (213).

Uti denna formel insättes $c = 206265 / r\ s$ sek. Formeln är endast giltig, om instrumenten uppställts i sjelfva signalpunkterna, eller om vinklarne z och $z_{,}$ reducerats till dessa punkter. Då det förra i allmänhet ej är möjligt, så får vanligen vinklarne z och $z_{,}$ reduceras. Detta sker påtagligen om man (fig. 219) i stället för z och $z_{,}$ inför $z + \delta = z + 206265\ l/s$ sek. och $z_{,} + \delta_{,} = z_{,} + 206265\ l_{,}/s$ sek., hvarvid l och $l_{,}$ beteckna signalernas höjder öfver instrumenten.

Fig. 219.

Ett sätt att göra sig oberoende af korrektionen såväl för refraktionen som för jordytans buktighet, är att uppställa instrumentet i en punkt, som är på samma afstånd från de båda punkter, hvilkas höjdsklnad H' sökes; ty, om s är det geodetiska afståndet mellan instrumentet och hvardera punkten, om $z_{,}$ och $z_{,,}$ äro de båda i hjelpstationen uppmätta vinklarne, $H_{,}$ och $H_{,,}$ de motsvarande höjdskilnaderna mellan instrumentet och punkterna samt $t_{,}$ och $t_{,,}$ signalhöjderna, så fås enligt formeln (212) den sökta höjdskilnaden H' ur $H' = H_{,} - H_{,,} = s\ (\cot z_{,} - \cot z_{,,}) + t_{,} - t_{,,}$.

Om det ock sällan låter sig göra att uppställa in&trumentet på samma afstånd från båda punkterna, så framgår i sammanhang med det ofvan anförda, att, om höjdskilnaden mellan två punkter bestämmes från en tredje punkt, korrektionerna för refraktionen och jordytans buktighet få mindre betydelse i samma mån som afstånden $s_{,}$ och $s_{,,}$ till den tredje punkten närma sig till likhet [i samma mån närmar sig $m\ (s_{,}^2 - s_{,,}^2)$ till 0]. Detta mätningssätt har betydelse vid trigonometrisk höjdmätning af punkterna i ett triangelnät. Består nätet af närmevis liksidiga trianglar, kommer med detta mätningssätt refraktionen att blifva jemförelsevis oskadlig. Strängt taget elimineras den endast, om punkterna ligga lika högt

(se not. på sid. 303). Dock må påpekas, att refraktionen kan vara betydligt olika i olika riktningar.

227. Noggrannhet vid trigonometrisk höjdmätning. Om, för. att finna i hvad mån ett vinkelfel inverkar på höjdskilnaden, formeln (212) differentieras, så erhålles det mot vinkelfelet dz svarande höjdfelet f ur

$f = dH = -s\, dz / \sin^2 z$.

Antages z =90° (i allmänhet afviker ej z synnerligen mycket från 90°), så fås, om dz uttryckes i sekunder,

$f = -s\, dz / 206265$ .... (214).

Är vinkelfelet i medeltal ± 5 sekunder (ej utan synnerligen skarpa och många gånger upprepade mätningar kanstörre skärpa påräknas), så blir H felaktig med följande, mot olika värden på s i meter (fot) svarande värden på f i meter (fot):

1000 5000 10000 20000 50000 ∓ 0,02 ∓ 0,12 ∓ 0,24 ∓ 0,48 ∓ 1,20

Ett fel inom vanliga gränser i längden på s inverkar ej märkbart i höjdmätningsformeln; då z ej mycket afviker från 90° kan man temligen approximativt uppskatta s.

Som redan förut blifvit nämndt är ej refraktionskoefficienten k en konstant. På grund af flera observationer har man trott sig finna, att k i medeltal varierar med $k/4$. Om uti formeln (210) k antages till 0,15, men i medeltal är felaktig med ± 0,15⁄4, så blir $-k\, s^2 / (2r$ och således äfven h felaktig med följande, mot olika värden på s i meter svarande värden f, i meter

1000 5000 10000 20000 50000 ∓ 0,003 ∓ 0,07 ∓ 0,29 ∓ 1,17 ∓ 7,3

Sammanställer man vinkelfelet och refraktionsfelet och söker ett medelfel m för båda, så fås detta enligt minsta qvadratmetoden ur

$m = (f^2 + f_r^2)^{0,5}$..........(215).

Om i denna formel de ofvanstående värdena på f och f_r insättas, så fås för de motsvarande värdena på s i meter följande värden på m i meter:

1000 5000 10000 20000 50000 ±0,02 ±0,14 ±0,34 ±1,32 ±7,4

Af ofvanstående framgår, att den trigonometriska höjdmätningen på långt när ej lemnar samma skärpa som en väl utförd afvägning. Imellertid må erinras, att med för hvarje fall enligt nyare teorier beräknad refraktionskoefficient (se Bauernfeinds Vermessungskunde) ett skarpare resultat erhålles än med konstant koefficient, äfven som att en verkstäld felutjemning minskar felet om höjdskilnaderna bestämmas från flera punkter — hvilket vanligen blir fallet, om triangelmätning samtidigt eger rum. I alla händelser erhålles bättre resultat i den mån man (226) ställer så till, att refraktionens inflytande minskas.

Af väsendtligt inflytande på mätningsresultatet är den luftdallring, som alltid visar sig i tuben, när atmosferen ej äri jemnvigt. Närmast före och efter middagen samt i solnedgången lär luftdallringen i allmänhet vara starkast, och för öfrigt mindre vid låg temperatur och betäckt himmel, än vid hög temperatur och klar himmel.

Afvägning.

228. Hänvisande till hvad om afvägning finnes anfördt i 122 och 123, vilja vi här rörande afvägning i allmänhet blott i korthet påpeka inflytandet af refraktionen och jordytans buktighet. Enligt 225 har man att till afläsningen med horisontel syftlinie addera $m\, s^2$ för att få den sanna höjdskilnaden mellan instrumenthöjden och den punkt, hvarpå stången är uppstäld. Ehuru man vid afvägning i allmänhet ej fäster något afseende vid detta tillskott, och genom att uppställa instrumentet mellan flyttpunkterna helt och hållet eliminerar detsamma, kan det understundom vid ensidiga syftningar på långa håll, speciclt vid afvägning med Stampfers skruf, vara på sin plats att korrigera med $m\, s^2$. Tab. (9) torde härför vara tillfyllest. För 300 meter (1010 fot) är enligt denna tabell $m\, s^2$ = 6 m.m. (2 lin.).

Vi må i det följande sysselsätta oss med afvägning för olika ändamål.

Längdprofiler.

229. Om lodlinien får följa en på marken utstakad linie (midtellinien till en jernväg, en kanal etc.), så alstrar den en vertikal yta, hvars skärningslinie med jordytan, när den vertikala ytan utvecklas till ett plan, benämnes längdprofil. Upprättandet af en längdprofil sker på grund af horisontela och vertikala mätningar.

Fig. 220

De horisontela mätningarne gå antingen ut på, att i den utstakade linien utsätta punkter på bestämda afstånd — vid de svenska jernvägsbyggnaderna vanligen 50 fot — eller ock att utmärka alla brytningspunkter (*a, b* och *c* i fig. 220) i profillinien och sedermera mäta afstånden mellan dessa punkter. Ehuru det senare förfarandet är principielt riktigare än det förra, användes det mera sällan, dels på grund af, att det fordrar större tid, dels emedan profilen blir mer svårhandterlig. I hvilkendera fallet

som helst nedslås afvägningspålarne i jemnhöjd med marken, samt utsättes bakom hvarje påle en nummersticka med numret vändt mot liniens utgångspunkt. Numret bör om möjligt angifva pålens afstånd från utgångspunkten. I händelse att pålarne blifvit utsatta på hvar femtionde fot, numreras alla hundrafots pålar efter löpande nummer; de mellanliggande få blott ett horisontelt streck. Numret på en påle angifver då antalet hundra fot från utgångspunkten.

Hafva pålarne blifvit utsatta i brytningspunkter, så bör man taga för regel att vid afståndsmätningen flytta kedjan på jemna kedjelängdspunkter, under det man i förbigående mäter in brytningspunkterna. Man undviker härigenom addition af ojemna tal, och ett vid en brytningspunkt begånget fel fortplantas ej till de följande punkterna.

Afvägningen sker och protokollet föres i öfverensstämmelse med hvad i 122 är anfördt. För att hafva säkra utgångs- och kontrollpunkter för följande mätningar, kan man på hvar 500 meter af väga s. k. *fixpunkter*. Härtill väljer man högsta punkten på någon bergknalt eller jordfast sten, som ligger så långt från linien, att den vid blifvande arbeten kommer att lemnas orörd. Fixpunkten utmärkes genom en kring den med tjära och rödfärg uppdragen krets etc., och dess läge beskrifves dels genom att den protokollföres vid de punkter, mellan hvilka dess ordinata träffar linien, dels genom att i anmärkningskolumnen ordinatlängden antecknas med antalet steg till höger eller venster om linien (se protokollet i 122).

När längdprofilen skall uppritas, afsattes på en fin skarp baslinie (fig. 221, pl. 7) de afvägda punkterna och sedan på genom dessa punkter vinkelrätt mot baslinien dragna ordinatlinier (minskade med 100 eller något annat jemnt tal, om man finner fördel i att begagna kortare ordinater) de respektive punkternas datumhöjder. De så erhållna punkterna sammanbindas med räta eller något afrundade linier — det förra alltid, när blott brytningspunkter blifvit afvägda. Sällan begagnas samma skala för ordinaterna som för abskisserna; höjdskalan är vanligen 10 à 40 gånger större (vid öfversigtsprofiler ännu mycket större) än längdskalan. Att den uppritade profilen härigenom kommer att visa starkare lutningar än den verkliga, har ingen olägenhet, utan tvärtom. Man kan nämligen genom att taga längdskalan mindre än höjdskalan göra profilen kortare och derigenom få den mera öfverskådlig; dessutom vinnes vid de profiler, på hvilka balanslinier skola inläggas, förmånen, att*Pl. 7. Fig. 221 —224*

balanslinien ej kommer att skära profilen under för spetsiga vinklar. I längdprofilen inläggas äfven fixpunkterna.

Man kan äfven bestämma profilpunkterna genom att draga instrumenthöjdernas nivålinier och sedermera från dessa linier (fig. 222, pl. 7) afsätta afläsningarne nedåt. Man undviker härigenom uträknandet af datumhöjderna. Vid för praktiska ändamål afsedda profiler äro imellertid dessa höjders sifferuttryck i allmänhet nödvändiga att känna och i så fall det förra sättet att förorda.

En längdprofil åtföljes ofta af en karta — vanligen upprättad med kedja och korstafla — öfver det vigtigaste i och på ömse sidor om linien.

Längdprofiler upprättas för mångahanda ändamål. Vid väganläggningar upprättas längdprofiler på det man må kunna bestämma vägplanets läge och i och med detsamma få utrönt gräfnings- och fyllnadsförhållanden. Detta sker genom inläggning af den s. k. *balanslinien*, hvilken, såvida ej särskilda omständigheter äro för handen, i allmänhet bör läggas så, att gräfningsmassorna och fyllnadsmassorna blifva lika stora. En närmare redogörelse för dessa förhållanden skulle föra oss utom området för detta arbete. Fig. 221, pl. 7 visar en bit af en jernvägsprofil med inlagd balansllnie *(b l)*. Densamma lutar till punkten 3 med 1 på 250 och går sedan horisontelt. Är balansliniens höjd känd i en punkt och dess lutningsförhållanden bestämda, så är det lätt att uträkna dess läge vid följande punkter. Balanshöjderna skrifvas i kolumnen ofvanför datumhöjderna. Skilnaden mellan

balanshöjderna och datumhöjderna skrifvas i skilnadskolumnen. I denna kolumn afläses då huru djupt man skall gräfva eller huru högt man skall fylla.

Förberedande undersökningsprofiler upprättas numera ofta i kuperade trakter (135) med anneroidbarometrar (afståndsbestämning efter karta och genom stegning). Sådane profiler äro naturligtvis af mycket approximativ natur; men de lemna ofta en god ledning för undersökningar och mätningar af mera definitiv beskaffenhet.

Tvärprofiler.

230. De vinkelrätt mot längdprofilen förlagda tvärprofilerna spela en vigtig rol vid en mängd olika slags arbeten. De upprättas enligt samma grunder som längdprofilen; dock användes, såvida ej tvärprofileringen är afsedd att läggas till grund för en nivåkarta (se 232), samma längd- och höjdskala — vanligen längdprofilens höjdskala. Vidtvärprofiler (fig. 222, pl. 7) afvägas vanligen brytningspunkter — i synnerhet om tvärprofileringen skall läggas till grund för upprättandet af en nivåkarta. Operationerna äro i så fall följande.

Man utstakar med tillhjelp af korstaflan vinkelrätt mot längdprofilen och genom dess gifna punkter linier öfver den trakt, som tvärprofileringen skall omfatta; nedsätter sedan från längdprofilen åt hvardera sidan i ordning numrerade eller, måhända bättre, alfabetiskt ordnade stickor i tvärprofilens brytningspunkter; mäter dessa punkters afstånd från längdprofilen — dervid läggande till med kedjan på hela kedjelängdspunkter och i förbigående inmätande brytningspunkterna — samt afväger slutligen punkterna.

Då terrängen i sjelfva verket har ett oändligt antal brytningspunkter, har man, naturligtvis med fästadt afseende på mätningens ändamål, blott att utmärka de vigtigare. I en projektsprofilering etc., medtages betydligt färre punkter än i en definitiv profilering, o. s. v. Tvärprofiler afvägas ej med samma skärpa som längdprofilen. Vanligen antecknar man ej centimeter (linier).

Förutom det vanliga afvägningsprotokollet bör man för redighets skull föra ett schematiskt protokoll öfver närgränsande tvärprofiler. Man inrutar härför protokollsboken på sätt fig. 223, pl. 7 visar, numrerar tvärprofilerna efter deras löpande nummer, nedifrån och uppåt, samt betecknar de brytningspunkterna motsvarande linierna i alfabetisk ordning

— förutsatt att brytningspunkterna på terrängen äro på samma sätt betecknade. I detta schema skrifves samtidigt med längdmätningen (boken vänd så att protokollföringen går i samma riktning som mätningen) under tvärlinien brytningspunkternas afstånd från längdprofilen, och samtidigt med afvägningen och öfver tvärlinien deras höjder (framåtafläsningar eller datumhöjder, allt efter som de förra eller de senare skola läggas till grund för uppritningen). Förutom brytningspunkter inmätas och antecknas äfven andra med afseende på profileringens ändamål vigtiga punkter, såsom gränspunkter för berg etc.

Ett sådant schema är i synnerhet att förorda, då man för att undvika onödig stationering afväger i olika profiler så många punkter, som instrumentet beherrskar. Man upptäcker då lätt genom de blanka ställena de punkter, som af en eller annan anledning blifvit försummade och som återstå att afväga.

Öfver innehållsrika tvärprofiler, exempelvis af den beskaffenhet fig. 222, pl. 7 visar, bör man föra en särskild

handritning. Man uppritar härför under stickutsättningen eller längdmätningen profilen efter ögonmått och inskrifver höjder samt afstånd till längdprofilen *(lp)* samtidigt med motsvarande mätningsoperationer. Uti ifrågavarande figur har profilens uppritning grundats på afläsningarne ; dessa äro derför skrifna vid instrumenthöjdernas nivålinier. Om datumhöjdernas sifferuttryck ej behöfvas, så är detta sätt att gå tillväga, såsom förenadt med stor tidsbesparing, att rekommendera.

Tvärprofilerna uppritas sedermera på grund af ofvannämnde schema med åtföljande handritningar — i hvilken skala beror på ändamålet. Vid nivelleringsarbeten användas ofta skalorna $1/100$ à $1/200$.

En mer eller mindre approximativ tvärprofilering kan verkställas med nivåspegcln. Afvägningen eger rum uti tvärlinierna på sätt, som i 126 finnes angifvet, och afståndet mätes genom stegning eller med kedja. I sistnämnde fall kan, om nivåspegeln är fästad vid en stake I 126 hafva vi af förbiseende ej kommit att nämna, det man genom att ömsevis syfta på hviländen af en stång och på ett dess märke för instrumentets dubbla höjd öfver instrumentstakens hvilände, kan i fallande eller stigande terräng reducera stationernas antal till hälften, och dessutom, emedan i så fall framåt- och bakåtsyftningar ömsevis förekomma, få mätningen oberoende af instrumentets justerfel, hvilket ej blir oskadligt vid ensidig syftning. och om afvägningen sker med omsorg, tvärprofilering med för många praktiska ändamål erforderlig noggrannhet verkställas. Detta mätningssätt lämpar sig i synnerhet för inläggning af nivåkurver.

231. Arbetsprofiler. Med arbetsprofiler förstås sådane tvärprofiler, som vid ett schakt- och fyllnadsarbete utsättas till ledning för arbetarne äfven som för beräkning af kubikmassornas storlek och den derpå, grundade aflöningen. Med uteslutning af allt, som ej faller inom mätningarnes område, må här redogöras för utsättandet af dylika profiler. Fig. 224, pl. 7, angifver huru en arbetsprofil (tvärsektion till en jernväg) utsättes, då doseringspinnarne d och d′ (de punkter, der sidosluttningen börjar) skola genom afvägning bestämmas.

Innan tvärsektioneringen kan försiggå, måste (229) längdprofilen vara uppritad, balanslinien inlagd och skilnaderna uträknade. Är detta gjordt, så utsättas från midtpålen i hvarje sektion de båda sidopålarne *v* och *h* och, sedan dessa blifvit afvägda, de, enligt den antagna doserirgen, mot sidopålarnes höjder öfver balansplanet (skilnader) svarande horisontelaafstånden. Man får då, om terrängen är horisontel, genast lägena hos doseringspinnarne för *v* och *h*. I motsatt fall kommer man, när terrängen stiger (högra sidan af fig.) ej tillräckligt långt ut och när den faller (venstra sidan) allt för långt ut. För att visa huru man i båda dessa fall går till väga, må det antagas att doseringen är $1{:}1\frac{1}{2}$ (1 i höjd mot $3/2$ horisontelt).

Om punkten *h* ligger 2,6 öfver balansplanet, så utsätter man först från *h* $2{,}6 \cdot 3/2 = 3{,}9$, afväger punkten 2, söker afläsningsskilnaden $2{,}4 - 1{,}5 = 0{,}9$ mellan denna och föregående punkt, utsätter $0{,}9 \cdot 3/2 = 1{,}35$ och fortfar sålunda att utsätta afläsningsskilnaden i banko, tills den blir så obetydlig, att doseringspinnen d′ kan anses funnen. Doseringspunktens höjd öfver balanslinien antecknas. Dess afstånd från sidopålen är då påtagligen äfven bekant.

I sluttande terräng förfar man enligt samma grunder; men teckenvexlingar antyda i allmänhet ömsevis utåt- och inåtsättning. När man sålunda (venstra sid.) från *v* kommit till 2, har man att sätta inåt $(1{,}9 - 3{,}5)\, 3/2 = -2{,}4$, derpå från 3 utåt $(3{,}5 - 2{,}4)\, 3/2 = +1{,}65$, o. s. v., i snäckgång, tills så små differenser erhållas, att de förlora praktisk betydelse.

I bank blir förhållandet motsatt det vid skärning. Man får der använda snäckgång vid stigande och trappstegsgång vid fallande terräng.

Man bör taga för regel, att i hvarje sektion alltid börja på samma sida om längdprofilen med utsättningen af doseringspinnarne; ty eljest kan lätt misstag om höger och venster inträffa och sektionen vändas bakfram vid uppritning.

Som större tvärsektioner förutsätta en fullständig tvärprofilering (afvägning af brytningspunkter) och derjemte vanligen uppritas (profilen på vanligt sätt, de konstanta gränslinierna efter en mall), så kan man i sådane sektioner äfven bestämma doseringspinnarnes lägen genom att på ritningen uttaga och på terrängen utsätta deras afstånd från sidopålarne.

I händelse afskärning skrifves till ledning för arbetaren på såväl midtelpålen som sidopålarne höjderna öfver balansplanet. I händelse af bank ersättas midtel- och sidopålarne ofta af smala spiror, hvilka nedslås, tills deras öfre ändar komma i balansplanet.

För att erhålla kubikmassan mellan två sektioner beräknas sektionsareorna, vare sig genom sifferräkning, genom uppritning på rutpapper (vanligen i $1/100$ skala) eller med tillhjelp af planimetrar. Kubikmassan mellan två sektioner erhåller man i allmänhet tillräckligt noga genom att multiplicera aritmetiska mediet af de båda areorna med

afståndet mellan dem. Understundom betjenar man sig ock af formeln för en stympad pyramid eller af formeln för en stympad kil.

Om ytafvägning och upprättandet af nivåkartor.

232. För många ändamål är det af vigt att känna terrängens höjdförhållanden i en trakt. Detta vinnes genom att afväga och till läget i horisontalplanet bestämma de vigtigaste punkterna i trakten. Terrängens höjnings-och sänkningsförhållanden kunna sedan utmärkas på kartan genom att nyssnämnde punkter inläggas och förses med höjdsiffror eller, om man vill att kartan skall lemna en åskådlig bild af terrängens höjdförhållanden, genom *nivåkurver*. Dessa utgöras (fig. 227, pl. 8) af jordytans skärningslinier med horisontela, på lika afstånd från hvarandra liggande planer. Alla punkter på en sådan kurva hafva alltså samma höjd; och genom sina inbördes lägen i förhållande till hvarandra åskådliggöra kurverna terrängens höjnings- och sänkningsförhållanden — brantare terräng i den mån på hvarandra följande kurver närma sig hvarandra, och tvärtom.

Den förste som framstält idén att använda nivåkurver lär hafva varit franske geografen *Buache*. Denne fullföljde dock ej sina idéer, utan tillkommer det bland andra ingeniör *Ducaila* i Genf att hafva spridt närmare kännedom om nivåkurvernas praktiska betydelse.

Kurvernas höjdskilnad, *æquidistans*, beror på nivåkartans ändamål. Vid definitiva mätningar för tekniska ändamål kan den vara 0,5 à 3 meter; vid topografiska mätningar i liten

skala 3 à 15 meter, o. s. v. Hvarje kurva utmärkes med en siffra, som derjemte angifver dess höjd öfver grundplanet — 0-kurvan. För æquidistansen 2 meter blir besiffringen 0, 2, 4, 6, .etc.; för æquidistansen 5 meter 0, 5, 10, 15, etc.

En nivåkurva består af ett oändligt antal punkter. Det säger sig sjelf, att endast ett fåtal af dessa punkter kunna inmätas. Man uppsöker och bestämmer de vigtigaste punkterna enligt något af följande sätt, som äfven medgifva samtidig inmätning af de föremål, hvilka nivåkartan såsom plankarta skall innehålla.

1) *Direkt uppsökning och bestämning af kurvpunkter* förekommer vid mätningar af mera definitiv beskaffenhet och vid liten æquidistans (0,5 à 1 meter) och i föga kuperad terräng. Man uppsöker punkterna med afvägningsinstrument och bestämmer deras läge i horisontalplanet genom koordinatmätning eller grafisk mätning. I förra falletutstakar man först en baslinie och sedan vinkelrätt mot den och på bestämdt afstånd (i allmänhet 10 à 20 meter) från hvarandra tvärlinier öfver den trakt, som skall afvägas. Man bör härvid bemöda sig, att gifva baslinien ett sådant läge — vanligen i riktningen af större dälder eller större åsar — att tvärlinierna komma i lutningsriktningarne. När utstakningen är gjord, bestämmas i hvarje tvärlinie de i den befintliga kurvpunkterna sålunda: Man uppställer afvägningsinstrumentet (fig. 227, pl. 8), bestämmer instrumenthöjden {34,4) genom bakåtsyftning på fixpunkten, låter sedan stångföraren gå i hvarje tvärlinie och efter kommando flytta stången tills de afläsningar (4,4, 3,4, 2,4, etc., om æquidist. är 1 m.) erhållas, som svara mot de sökta kurvpunkterna (30, 31, 32 etc. I fig. står tyvärr oriktigt 29, 30, 31 etc. i st. f. 30, 31, 32 etc., samt mäter slutligen dessa punkters (punkterna utmärkas genom stickor med kurvans nummer) afstånd från baslinien. Har på detta sätt samtlige kurvpunkterna blifvit upptagne, så kan deras kartläggning sedermera lätt verkställas, och genom att punkter med samma nummer sammanbindas kurverna erhållas. Som man bör från samma station bestämma så många punkter som möjligt, således äfven punkter i olika tvärlinier, är det förmånligt, att protokollet öfver mätningen föres enligt fig. 223, pl. 7, hvarvid dock alfabetet utelemnas och punkternas datumhöjder representeras af deras kurvnummer.

Vid mer eller mindre approximativ nivåmätning, kunna kurvpunkterna uppsökas med nivåspegeln på sätt i 126 finnes anfördt. Æquidistansen är i så fall lika med afståndet mellan fotsulan och ögat eller, om stake begagnas, afståndet mellan spegelns midtpunkt och stakens hvilände. Vid rekog-noseringsmätning på detta sätt eger ej någon utstakning rum, utan bestämmes afståndet mellan tvärlinierna genom stegning, samt tvärliniernas riktning med ledning af ögat eller kompassen.

I händelse af grafisk planmätning utstakar man ej några tvärlinier, utan uppsöker med afvägningstuben och betecknar med stickor kurvpunkter, der ögat förutser att kurverna hastigt kröka sig eller bilda hörn. Planmätningen kan ske genom afskärning, men som i så fall två instrument behöfvas och tre uppställningar af stången i hvarje punkt erfordras, så är mätning med distanstub vida att föredraga. Begagnas distanstub, så eger äfven afvägningen rum med nämnde, vid detta mätningssätt horisontelt inställda tub, och omedelbart sedan punkten är funnen kartlägges den (158).

Nivåkartor upprättas imellertid vanligen med distanstub på sätt, som under 3) kommer att närmare afhandlas.*Pl. 8. Fig. 225—230*

2) *Tvärsektionering och kurvpunkternas bestämning genom konstruktion eller interpolering* begagnas i allmänhet vid mätning af definitiv karakter i kuperad terräng. Man tvärsektionerar enligt 230 trakten, dervid gifvande baslinien ett sådant läge (fig. 228, pl. 8), att tvärprofilerna i allmänhet komma att förläggas i de starkaste lutningarne — vinkelrätt mot riktningen af större dälder eller åsar. Der så anses lämpligt brytes baslinien. Afståndet mellan tvärlinierna, likasom ock antalet utmärkta brytningspunkter bero på terrängens beskaffenhet och æquidistansen. Man bör bemöda sig om, att ej inmäta sådane brytningspunkter, som för konstruktionen eller interpoleringen äro öfverflödiga. Endast undantagsvis äro (se det följande) två brytningspunkter mellan tvenne kurvpunkter motiverade. Är tvärsektioneringen verkstäld, så kunna kurvpunkterna bestämmas genom konstruktion eller genom interpolering.

I förra fallet uppritas tvärprofilerna med tillhjelp af rutpapper. Man numrerar (fig. 225, pl. 8) först de nivålinier (horisontalplanens vertikalprojektioner), hvilka ligga på æquidistansen från hvarandra med siffror 27, 28, 29 etc.), som angifva deras höjder öfver 0-kurvan; inprickar, utgående från. dessa linier och en antagen vertikallinie (längdprofil), tvärprofilerna och projicerar tvärprofilernas skärningspunkter med ofvannämnde nivålinier på motsvarande sektionslinier i horisontalplanet. På detta sätt hafva punkterna 28, 29, 30, o. s. v., erhållits för sektionerna 5 och 6. Då punkternas lägen i horisontalplanet alltid äro oberoende af höjdskalan, så tager man, för att få skarpare skärning mellan horisontalplanen och profilerna, höjdskalan 5, 10 à 20 gånger större än längdskalan. Uti fig. 225 är längdskalan $1/2000$ (1 c.m = 20 m.) och höjdskalan $1/250$ (4 m.m. - 1 m.). När tvärsektionerna äro många, är det förmånligt att gruppvis uppritа dem afskildt och att med passare transportera skärningspunkternas afstånd från längdprofilen på motsvarande sektionslinier i horisontalplanet.

Skola kurvpunkterna bestämmas genom interpolering, så behöfva ej tvärprofilerna uppritas, utan blott brytningspunkterna kartläggas; man söker sedan (oberoende af mätskalan) med en tunn, i millimeter eller med hvilken liten enhet som helst graderad träskala direkt afstånden i skalenheter mellan på hvarandra följande brytningspunkter och beräknar med kännedom af höjdskilnaderna läget af kurvpunkterna. Detta sker på sätt, som i följande exempel skall visas. Om (fig. 225, pl. 8) afståndet mellan brytningspunkterna *a* och *b* i sektionen 0 är 30,3 skalenheter samt höjdskilnaden är 32,3 − 28,6 = 3,7 meter, så förhåller sig (på grund

af trianglarnes likformighet med den i horisontalplanet nedfälda triangeln $a\ b\ b_,$), for två mellan *a* och *b* belägna kurv- punkter deras afstånd uttryckt i skalenheter till deras höjdskilnad i meter, som $30{,}3/3{,}7 = 8{,}2$. Afståndet mellan *a* och kurvan 29 är således 8,2(29 − 28,6) = 3,3 skalenheter och afståndet mellan de på hvarandra följande kurverna 29, 30, 31 och 32, 8,2 skalenheter. Man afsätter derför med tillhjelp af ofvannämnde skala först 3,3 enheter från *a* och sedermera 8,2 enheter tre gånger från 29; och får då de fyra kurvpunkterna 29, 30, 31 och 32. På samma sätt interpoleras mellan öfriga brytningspunkter i sektionerna. Äfven kan man, der så anses nödigt, interpolera mellan brytningspunkter i olika sektioner.

Interpoleringsmetoden är endast i det fall, att flera kurvpunkter ligga mellan på hvarandra följande brytningspunkter, att föredraga framför konstruktionsmetoden.

3) *Kurvpunkternas bestämning genom interpolering mellan tvångsfritt valda och bestämda brytningspunkter* kan försiggå vid mätning i såväl stor som liten skala. Brytningspunkterna kunna härför bestämmas såväl genom särskildt afvägning och derpå följande planmätning med afskärningar, som ock genom samtidig plan- och höjdmätning med *Reichenbachs* eller *Stampfers* distansmätare. *Reichenbachs* distansmätare erbjuder för detta mätningssätt afgjorda företräden, och må derför dess användning härvid i det följande hufvudsakligen framhållas. Det förutsattes bekant hvad om detta instrument redan i instrumentläran blifvit anfördt.

Sedan man uppstäldt mätbordet (bör för hithörande mätningar vara synnerligen stadigt) och noga horisonterat samt orienterat taflan bestämmas instrumenthöjden och stationspålens höjd genom tillbakasyftning, vare sig med horisontel eller med lutande tub (158), på en punkt, hvars höjd är känd. Derefter börjar mätningen, i det brytningspunkter (se fig. 225 nedtill, pl. 8), mellan hvilka terrängen kan anses slutta rätlinigt, bestämmas. Stångföraren har härför i allmänhet att uppställa stången (lämpligen 5 meter lång) i paralleler i den starkaste lutningsriktningen (i små sidoåsar eller dälder vinkelrätt mot hufvudåsens eller hufvuddäldens riktning), men får derjemte äfven stationera der terrängen angifver hastiga krökningar af kurverna. I fig. 225, pl. 8, angifva de streckade linierna stångförarens väg, samt de små cirklarna de brytningspunkter, i hvilka han stationerat. Det synes, att han i allmänhet har gått vinkelrätt mot kurverna, således i de starkaste lutningarne, och hufvudsakligeni riktningen öster och vester. För att få in de båda åsarne har han imellertid äfven måst stationera i polära linier.

Vid samtidig plan- och höjdmätning torde *Wilds* tabell [158, α)] vara lämplig att använda såväl för afståndets reducering som för höjdbestämningen Med *Ljungströms* distansmätare underlättas mätningen — man behöfver endast tabellen för höjdbestämningen. Att man i så fall bestämmer höjden med det oreducerade afståndet (instrumentet lemnar ej sifferuttryck för det reducerade), kan i kuperad terräng föranleda beaktansvärda fel.. Det säger sig sjelf, att man alltid, när så är möjligt, använder horisontel. tub.

De kartlagda brytningspunkterna omgifvas med små cirklar, och bredvid skrifvas med små siffror deras höjder vinkelrätt mot sluttningslinierna (de ofvannämnde streckade linierna). Interpolering eger sedermera rum på förut anfördt sätt uti dessa linier, men äfven, der så anses nödigt, mellan punkter i olika linier. Interpoleringen likasom kurvernas uppritning med blyerzpenna, bör försiggå medan man är på fältet och i svårare fall kan af terrängen få ledning för kurvernas lägen. De vigtigaste brytningspunkterna böra till ledning qvarstå på kartan samt besiffras med tusch.

Som höjdmätning med distansmätare och lutande tub lemnar erforderlig skärpa för höjdbestämning af enstaka detaljpunkter (fel 30 à 80 m.m.), men vid på hvarandra följande stationeringar så småningom kan föranleda för vissa ändamål otillåtliga fel, bör, såvida ej stationspunkternas höjder kunna bestämmas med horisontel tub — och detta är sällan fallet — när synnerlig noggrannhet eftersträfvas, ett erforderligt antal fixpunkter vara genom trigonometrisk höjdmätning eller afvägning bestämda öfver den trakt som kartlägges, och helst så, att man må kunna i hvarannan eller hvar tredje station kontrollera höjden. Lämpligast är, om öfver trakten är förlagdt ett höjdmätt trigonometriskt nät af 4:de ordningen, ty enligt hvad i 218 finnes anfördt behöfver äfven planmätningen kontrolleras.

Finnes vid distanstuben anbringad en *Stampfers* skruf (160), så bör, i anseende till den skärpa hvarmed densamma såväl längd- som höjdmäter, der så låter sig göra, stationspunkternas afstånd och höjder kontrolleras med denna skruf. Den hittills brukliga anordningen af skrufven gör den dock oanvändbar i kuperad terräng.

Om brytningspunkterna skola bestämmas genom särskildt afvägning och derpå följande planmätning med afskärning, bör en person sköta afvägningen och en planmätningen. Brytningspunkterna utväljas och afvägas för öfrigt enligt

ofvan anförde grunder; och sedan de blifvit inskurna, så interpoleras mellan dem. Detta tidsödande och intrasslade mätningssätt, som erfordrar samarbete mellan två instrument, stickor och trefaldig stationering med stång vid hvarje sticka, torde endast undantagsvis böra användas.

4) Nivåkartor af approximativ karakter kunna upprättas med tillhjelp af aneroidbarometrar; i så fall torde interpoleringsmätning (sid. 177 och 178) vara lämpligast att använda.

233. Nivåkartors egenskaper och användning. Nivåkartor äro användbara för många ändamål. Förutom den allmänna åskådlighet, en nivåkarta lemnar öfver traktens höjnings- och sänkningsförhållanden, kan den äfven läggas till grund för tekniska arbeten, såsom följande exempel visa.

Skall en trakt dräneras, så kan man med ledning af kurverna i allmänhet bestämma hvar afloppskanalerna lämpligen böra förläggas.

Skall i en mycket kuperad trakt en väg af bestämd lutning anläggas, så kan man på nivåkartan bestämma dess läge genom att (fig. 230, pl. 8) med det mot æquidistansen svarande horisontela afståndet såsom passöppning slå upp cirkelbågar i de så efter hvarandra bestämda skärningspunkterna med kurverna. Sammanbindas dessa punkter, så erhålles vägens riktning. Det må uppmärksammas, att från en punkt i hvarje kurva i allmänhet två alternativer medgifvas.

Man kan på grund af en nivåkarta projektvis utlägga en landsväg, jernväg eller kanal och derjemte äfven utan vidare mätningar upprita tvärsektionerna och approximativt beräkna kubikmassorna. Om (fig. 228, pl. 8) man vill upprita tvärsektionen *a b*, så behöfver man blott från midtpunkten *m* på en baslinie (fig. 229, pl. 8) afsätta skärningspunkterna med kurverna, från dessa punkter draga ordinater och sedan sammanbinda dessas skärningspunkter med planernas nivålinier. Resultatet blir naturligtvis noggrannare i samma mån æquidistansen är liten och kartan ritad i stor skala.

Man kan på grund af nivåkurverna under förmånliga förhållanden beräkna kubikmassan öfver något af kurvernas plan. Lämpligast låter detta sig göra om kurverna utan många förslingringar sluta sig, såsom t. ex. vid en jordhöjd (fig. 226, pl. 8). Man beräknar i så fall med planimeter arean på den af hvarje kurva inneslutna figuren och beräknar kubikmassan mellan på hvarandra följande planer enligt formeln för en stympad kon. De horisontela

Pl. 9. Fig. 231—236.

sektionsareorna representera konens baser, æquidistansen dess höjd. Vid ett större planeringsarbete blifva imellertid i allmänhet kurverna så invecklade, att det lämpar sig bättre grunda beräkningen på tvärprofilering under införande af tvärsektionsareorna och kubikmassorna mellan dem på förut i 232 anfördt sätt.

*

Tolfte kapitlet.

Kurvstakning.

234. Vid vägar i allmänhet och isynnerhet vid jernvägar förekommer det ofta, att rätliniga sträckor skola sammanbindas genom en kurva af bestämd form. Vanligen använder man cirkelbågar, mindre ofta parallelbågar.

Stakning af cirkelkurver.

235. För att en cirkelkurva af bestämd radie skall kunna så stakas, att den tangerar tvenne räta linier, måste man känna vinkeln mellan dessa linier. Vinkeln mätes med kedja eller teodolit, och radiens storlek bestämmes med hänsyn till rådande terrängförhållanden. Vi vilja i det följande redogöra för tre olika sätt att staka cirkelkurver.

236. Stakning med ordinater förekommer allmännast. Om (fig. 231, pl. 9) linierna *A B* och *B D* skola sammanbindas med en cirkelkurva (tangentpunkterna ännu ej kända), så har man först att mäta vinkeln *h B D*, tydligen lika med centrivinkeln C. Ehuru teodolit här är förmånlig att använda, brukar man vid smärre kurver ofta mäta vinkeln med kedja. Detta sker genom att en kedjelängd l utsättes i hvardera linien och den tredje sidan s mätes. Vinkeln $C = h\ B\ D$ kan då beräknas ur $l \sin (C/2) = s/2$. Imellertid verkställer man ej denna beräkning, utan söker med tillhjelp af tabeller såväl centrivinkelns storlek som den häremot svarande tangentlängden. Det är denna senare storhet, som man egentligen åstundar

att få veta; ty det är från tangentpunkterna, som vid följande stakningsoperationer abskisserna räknas.

I *Kröhnkes* tabeller (äfvensom i 2:dra upplagan, 1876, af John W. Nyströms Handbok för Ingeniörer, öfvers, af L. G. Paijkull) finner man hvarandra motsvarande värden på centrivinkeln *C*, tangentlängden *A B*, kurvlängden *A M D* samt halfva kordan (Halbe Sehne) *A H* uträknade för 1000 meters (fots) radie. För att betjena sig af denna tabell vid bestämning *C* har man att uppställa följande analogi: $l:s = 1000:2\ A\ H$, hvaraf $A\ H = 1000\ s/2l$ om l är 50. Har man på på detta sätt funnit *A H*, uppsöker man dess värde i tabellen och finner då på samma rad de motsvarande värdena på *C* och *A B* = *B D* för radien 1000. För att kunna belysa med exempel bifogas här nedan ett utdrag af Kröhnkes tabeller.

28. Grad.

Minuter.	Tangente A B.	Curve A M D.	Halbe Sehne A H	Ordinate H M = I M Abscisse A I.	Curven-abstand B M.
0	249,328	488,692	241,922	29,704	30,613
2	249,637	489,274	242,204	29,774	30,688
4	249,946	489,856	242,487	29,845	30,763

o. s. v.

Har vid mätning *s* befunnits vara 24,23, så är *A H* = 242,3 och, vid interpolering mellan de motsvarande gränsvärdena i tabellen, $C = 28°3'$ samt tangenten *A B* för radien 1000 = 249,75. Tangentlängden x, för hvilken radie r som helst, är nu lätt att finna, ty alldenstund tangentlängderna äro proportionela med radierna, så är $x = r \cdot A\ B/1000$. Antag, att man i förevarande exempel bestämt sig för radien 1500 meter, så är $x = 1{,}5 \cdot 249{,}75 = 373{,}6$. Man har alltså att från *B* utsätta 373,6 i hvardera linien, för att finna tangentpunkterna.

Äro tangentpunkterna funna, så kan ordinatutsättningen begynna. Den mot en viss abskissa x svarande ordinatan y kan påtagligen beräknas ur $y = r - (r^2 - x^2)^{0,5}$. Kröhnkes bok har äfven en serie tabeller för hvarandra motsvarande värden på x, r och y. För att kunna belysa genom exempel bifoga vi äfven ett utdrag ur denna tabellserie.

R = 1500.

Curven-länge.	Abscisse.	Ordinate.	Curven-länge.	Abscisse.	Ordinate.
25	24,998	0,208	325	322,463	35,071
50	49,991	0,833	350	346,832	40,648
75	74,969	1,875	375	371,106	46,632

o. s. v.

För att kunna justera en stakad kurva, önskar man konstant afstånd mellan kurvpunkterna. Detta afstånd tages mindre för små än för stora radier. I Sverige användas mest, såsom i ofvanstående tabell, 25 fots båglängder mellan punkterna. En följd häraf är att man får ojemna abskiss-längder. Det möter visserligen ingen svårighet att från tangentpunkten *A* utsätta abskisser på afstånden 24,998, 49,991 … 322,463 etc. och att från de så erhållna punkterna med tillhjelp af korstafla staka ut de motsvarande ordinaterna 0,208, 0,833 … 35,071, men det är ej fullt lämpligt att så gå till väga. Sådane ojemna afstånd äro besvärliga att med kedja utsätta, emedan längder under 50 linier måste efter ögonmått uppskattas. Bättre är att från tangentpunkten utsätta punkter i tangenten på den konstanta båglängden — här således 25 fot — från hvarandra och att sedan göra en tillbaryckning med skilnaden mellan båglängden och abskissan. Tillbakaryckningen, som i allmänhet är temligen obetydlig, kan lätt göras med tillhjelp af en graderad stake eller en afvägningsstång. Man förfar alltså i förevarande exempel på följande sätt: Man utsätter på hvar 25:te fot (från *A* räknadt) punkterna l, 2, 3 etc. och gör detta i och för tidsbesparing samtidigt med utmätandet af tangentiängden 373,6 genom att först från *B* afsätta 23,6 — då återstår 350 — och genom att sedan utsätta 25 fot 14 gånger. Man erhåller sålunda på samma gång tangentpunkten och de ifrågavarande punkterna samt undviker att mäta två gånger i tangenten. Kurvstakningen börjar nu från *A*. Vid 1 (fig. 232, pl. 9) är tillbakaryckningen 25 − 24,998 = 0,002; vid 2 är den 50 − 49,991 = 0,009, d. v. s. till en början så obetydlig, att man vid den ej behöfver fasta afseende; men den ökas med båglängden och är vid 325 fot från *A* 325 − 322,46 = 2,24. Korstaflan uppställes ej i de första punkterna, utan först, när ordinaterna blifva så stora, att den räta vinkeln ej kan utsättas efter Ögonmått. Såsom bekräftelsepå att kurvan är

riktig har man, att de båda armarne från hvardera tangenten gå i hvarandra. Det må erinras, att hela kurvlängden endast undantagsvis är multipel af båglängden mellan kurvstakarne och att derför de båda sista stakarne ej få detta afstånd mellan sig.

Efter att hafva principielt redogjordt för kurvstakning med ordinater, må vi tillfoga några anmärkningar från praktisk synpunkt. Hvad först och främst beträffar bestämningen af centrivinkeln genom att med kedja mäta triangeln *B a h,* så måste man såväl vid utsättning af punkterna *a* och *h* som vid uppmätning af sidan *s* bemöda sig om all möjlig skärpa; ty endast i så fall erhåller man vinkeln och tangentlängden med erforderlig noggrannhet. Vidare bör man hålla linierna rena, i det man viker alla sådane stakar, som ej ursprungligen bestämma dem, åt sidan. Vid kedjemätningen i tangenterna betecknas punkterna lämpligen med stickor. Dessa stickor behofva ej med någon synnerlig noggrannhet inriktas i tangenten; deremot bör detta ske med de, genom tillbakaryckning bestämda fotpunkterna för ordinaterna, ty ordinaterna bli eljest felaktiga med dessa punkters afvikelser ur linien, afvikelser, som är sä mycket farligare, som de nästan ega rum vinkelrätt mot kurvan. Fotpunkten för korstaflan bör derför bestämmas med lod eller lodstake och under inriktning efter de, tangenterna ursprungligen bestämmande stakarne. Innan man lemnar en i kurvan utsatt stake, bör man efter ögonmått kontrollera dess ställning. Detta sker, i det man efterser huruvida den föregående staken afviker med den konstanta pilhöjden från kordan mellan den utsatta och den näst föregående staken. Sålunda bör *b* afvika från *a c* lika mycket som *a* afviker från *A b*, o. s. v.

Visar sig ett beaktansvärdt fel, så upprepas mätningen för staken i fråga; visar sig deremot blott ett mindre fel, så låter man det vara, tills hela kurvan blifvit stakad. Först då är det möjligt, att på ofvannämnde sätt skarpt afgöra, hvilka stakar som kommit att få felaktiga platser och att vidtaga erforderlig justering af kurvan.

237. Stakning med hjelptangent. Kurvstakningen försvåras och blir osäker i den mån ordinaterna blifva stora. Detta förhållande börjar redan, då de öfverstiga kedjelängden. För att i större kurver undvika stora ordinater, brukar man med fördel använda hjelptangenten *b e* (fig. 231, pl. 9). Läget af denna fås genom att man afsätter $A\ b = D\ e = A\ C$ tang $(C/4)$ i hvardera linien. För att få tangentpunkten *M*

har man att från *b* eller *e* likaledes afsätta *A C* tang *C/*4. Man kontrollerar härvid huruvida $b\ e = 2\ A\ C$ tang $C/4$. Man kan äfven kontrollera genom att mäta den i tabellen upptagna linien *B M*. Stakningen fortgår sedan åt ömse sidor från *M* och på samma sätt som i de båda andra tangenterna.

238. Stakning, då liniernas skärningspunkt är oåtkomlig. Skulle punkten *B* vara otillgänglig, så sammanbinder man de båda linierna med en linie *f g*, mäter denna linie samt vinklarne α och β. Man beräknar sedan $C = \alpha + \beta$, $B\,f = = f\,g\ \sin \beta/\sin C$ och $B\ g = f\,g\ \sin \alpha/\sin C$ samt bestämmer tangent-punkterna i det man från *f* utsätter $A\ B - B\,f$ och från *g* utsätter $B\ D - B\ g$. Vinklarne α och β kunna härvid, endast om synnerlig omsorg iakttages, med erforderlig noggrannhet bestämmas genom kedjemätning. Deras beräkning underlättas i så fall på förut anfördt sätt med tillhjelp af Kröhnkes tabell.

239. Stakning med inryckning. Detta stakningssätt är betydligt snabbare, men mindre tillförlitligt än föregående. Man bestämmer centrivinkeln och tangentlängden på samma sätt som i föregående fall och börjar, sedan tangentpunkterna blifvit utsatta, stakningen i hvar och en af dem på följande sätt.

Man afsätter (fig. 233, pl. 9), kedjelängden *l* från *D*, vrider kedjan kring *D* inåt och nedsätter i skärningspunkten mellan kedjans båge och en båge med den beräknade kordan *s* till radie och *a* till medelpunkt staken 1; man utsätter sedan i den förlängda linien *D* 1 ånyo en kedjelängd, vrider kedjan kring 1 och nedsätter i skärningspunkten mellan kedjans båge och en båge med 2 *s* till radie samt *b* till medelpunkt staken 2, och fortsätter sålunda att utsätta stakar, i det man rycker in med 2 *s* (endast med *s* närmast före tangentpunkterna). Beräkningen af *s* sker, alldenstund $2\ s{:}l = l{:}r$ ur $s = l^2/2\ r = 1250/r$, om kedjelängden är 50.

Stakningens noggrannhet beror hufvudsakligen på, att stakarne *a, b* etc. blifva skarpt inriktade och att kurvstakarne skarpt inskäras. Det senare sker lämpligast, genom att man med högra handen vrider kedjan kring *D*, 1 etc. och med venstra handen en stake, hvarpå *s* och 2 *s* blifvit utsatta, kring *a, b* etc. Detta stakningssätt synes för ögat lemna en vacker kurva ända tills anslutning skall göras till

nästa tangent eller till en från den utstakad båge. Då visar sig ofta i denna anslutning ett fel af beaktansvärd storlek. Detta härleder sig deraf, att de enstaka felen genom detta stakningssätt fortplantas och föranleda att kurvan kröker sig för mycket eller för litet. Man bör med anledning häraf staka halfva kurvan från hvardera hållet.

Det torde knapt behöfva påpekas, att man genom att inrycka med *s* bestämmer en tangent (3 *t*) till kurvan och att man således kan med lätthet till kurvan hvar som helst ansluta en tangerande linie.

240. Stakning af en s-kurva. I allmänhet låter man ej vid dylika kurver de båda bågarne öfvergå i hvarandra; vanligen sammanbindas de (fig. 234, pl. 9) af ett rätlinigt element. Man stakar, enligt något af förut anförde sätt, hvardera kurvan för sig, sedan man först genom lämpligt val af radier förvissadt sig, att de båda närmast liggande tangentpunkterna ej falla innanför hvarandra.

241. Stakning af en kurva (tunnelkurva) med teodolit. På samma gång vi vilja visa huru en kurva stakas med teodolit, hafva vi ansett det lämpligt att framhålla huru man kan gå till väga, då, såsom ofta vid de kurver, der detta stakningssätt är nödvändigt, de förberedande mätningarne försvåras af ogynnsamma terrängförhållanden.

Om (fig. 235, pl. 9) linierna *A B* och *B D* skola sammanbindas med en kurva, men punkten *B* är otillgänglig, så kan ej vinkeln *B* mätas; och äfven om den vore bekant och således tangentlängden beräknelig, så kunde man likväl ej mäta sig fram till tangenteringspunkterna, d. v. s. bestämma deras läge. Man blir i sådane fall nödgad att på omvägar göra detta.

Kunde två punkter, t. ex. *a* och *b*, sammanbindas med en rät linie, så behöfde man blott mäta vinklarne *A b a* och *D a b* samt sidan *a b* för att på så satt som i 238 är anfördt, beräkna vinkeln *C*, tangentlängden samt sidorna *A b* och *D a*, och från de åtkomliga punkterna *a* och *b* utsätta tangentpunkterna *A* och *B*. Nu är imellertid problemet ytterligare försvåradt deraf, att man endast ut efter en bruten linie kan mäta sig fram från a till b. Det återstår derför endast att mäta vinklarne *a*, 1, 2, 3 och *b* samt sidorna $\overline{a1}$, $\overline{12}$, $\overline{23}$, och $\overline{3b}$, och att på grund häraf beräkna sidan *a b* samt vinklarne *A b a* och *D a b*. Vinklarne mätas med teodolit enligt de i 192 för bruten liniemätning gifna föreskrifter, och sidorna mätas, alldenstund det vid sådane fall som det förevarande

ofta är fråga om stor noggrannhet, lämpligast med träbasstänger på sätt i 94 finnes anfördt.

Enligt de i 193 befintliga, allmängiltiga formlerna för bruten liniemätning är, om $\overline{a1}$ förlänges och *b e* drages vinkelrätt mot dess förlängning,

$\alpha_2 = 1 + 2 - 180$

$\alpha_3 = \alpha_2 + 3 - 180$

$a\ e = \overline{a1} + \overline{12} \cos 1 + \overline{23} \cos \alpha_2 + \overline{3b} \cos \alpha_3$

$b\ e = \overline{12} \sin 1 + \overline{23} \sin \alpha_2 + \overline{3b} \sin \alpha_3$.

Äro *a e* och *b e* beräknade, så fås

tang $\delta = b\ e/a\ e, \delta_{,} = 180 - \delta - \alpha_3$

$A\ b\ a = b - \delta_{,}, D\ a\ b = a - \delta$

samt slutligen vinkeln *C* i månghörningen *C A b a D* ur

$C = 3 \cdot 180 - (A\ b\ a + D\ a\ b + 90 + 90)$.

Såsom kontroll på att föregående räkneoperationer äro rätt utförda lemnar månghörningen *C A b* 3 2 1 *a D*

$C = 6 \cdot 180 - (a + 1 + 2 + b + 90 + 90)$.

Emedan $A\ B = B\ D = r$ tang $(C/2)$, $aB = (a\ b/\sin C) \sin A\ b\ a$ och

$b\ B = (a\ b/\sin C) \cdot \sin D\ a\ b$, så fås slutligen

$a\,D = r$ tang $(C/2) - (a\,b/\sin C) \sin A\,b\,a$ och

$b\,A = r$ tang $(C/2) - (a\,b/\sin C) \sin D\,a\,b$.

Har *b A* och *a D* blifvit från *b* och *b* utsatta, så kan kurvstakningen samtidigt begynna i *A* och *D*. Under sådane terrängförhållanden som här förutsättas, kan naturligtvis ej någon koordinatstakning komma i fråga, utan måste kurvan, som ofta i dylika fall blir en tunnelkurva, stakas med teodolit. Man beräknar för detta ändamål kordan som svarar mot en antagen centrivinkel φ [$A\,m = m\,n = 2r \sin(\varphi/2)$], centrerar teodoliten öfver *A*, inriktar tuben i linien *A F*, afläser samt vrider den $180 - \varphi/2$ och får riktningen af *A m* bestämd. Utsättes nu från *A* kordans längd, så erhålles

punkten *m* i kurvan. Instrumentet centreras nu öfver *m*, tuben inriktas på *A* och vrides efter förutgången afläsning vinkeln $180 - \varphi$, och i den så bestämda riktningen utsättes punkten *n*. På samma sätt bestämmas följande punkter i kurvan i den mån arbetarne hinna arbeta undan. Så, länge samma kordlängd användes, blir brytningsvinkeln med undantag för tangentpunkterna $180 - \varphi$. Vill man för att kontrollera sig, eller af annan anledning i en punkt *o* använda den körda, som svarar mot centrivinkeln ψ, sä blir brytningsvinkeln i *o* tydligen $180 - (\varphi + \psi)/2$. Att intet hinder möter för kurvans stakning samtidig från A och B är tydligt, och att utgå från båda är alltid förenadt med fördelar. För att sammanträffning skall ega rum, måste instrumentet omsorgsfullt centreras öfver punkterna, tuben på dem noga inställas samt kordlängderna skarpt utsättas. Hvarje punkt bör utmärkas genom ett fint ritskors på en neddrifven dubb. Först inriktas dubben, och sedan bestämmes genom förnyad inriktning punktens läge på honom.

I stället för att grunda bestämningen af punkterna *A* och *D* på en bruten liniemätning kan man, med vinnande af större skärpa, der så låter sig göra, äfven grunda den på en trigonometrisk triangelmätning. I så fall anslutas de båda gifna linierna i två punkter *a* och *b* till ett triangelnät, och på grund häraf beräknas *a b* samt vinklarne *A b a* och *D a b*).

För de stora tunnelstakningarne vid Mont Ceni och S:t Gotthard hafva trigonometriska triangelmätningar blifvit verkstälda.

242. Stakning enligt "fjerdedelsmetoden" består uti insättning af kurvpunkter mellan tre gifna, symmetriskt belägna kurvpunkter, oaktadt radien är obekant. Äro (fig. 231) *d, A* och *C* dessa punkter (man fäste sig ej vid att *A* är tangentpunkt), så erhålles en punkt i kurvan, om *A C* stakas och halfveras samt om från den så erhållna midtpunkten pilhöjden $h/4$ utsättes. Genom att på detta sätt från kordan, som sammanbinder den sist bestämda punkten med någon af de gifna punkterna, utsätta den föregående pilhöjden, dividerad med 4, kan man undan för undan bestämma huru många punkter som helst.

Det behöfver knapt påpekas, att man på detta sätt kan öfver hvarje korda utstaka en cirkelbåge med hvilken pilhöjd som helst.

Parabelkurver.

243. Om man enligt formeln $y = x^2/2r$ söker motsvarande värden på *x* och *y*, och med dessa koordinater bestämmer punkter, så erhålles en parabelkurva, som, när *r* är stor och bågen är liten, praktiskt sedt sammanfaller med cirkelkurvan.

Följande sätt att staka parabelkurver förutsätta inga förberedande beräkningar. Låt (fig. 236, pl. 9) *B C* och *B Ä* vara de båda linierna samt *a* och $e_,$ de på förhand godtyckligt antagna tangeringspunkteina. Man indelar *B a* och *B* $e_,$ i lika många, i hvardera linien lika stora delar, utsätter stakarne l, 2, 3 och 4 i linie med $b\,b_,$, $c\,c_,$, $d\,d_,$, och $e\,e_,$, utgår sedan från $e_,$ och nedsätter stakar i skärningspunkterna mellan de på hvarandra följande linierna. Dessa skärningspunkter tillhöra parabelkurvan.

Vill man staka en *s*-kurva, så utdrages $e\,e_,$ till *f*, och sedan afsattes *A f* i linien *A D* lika många gånger som antalet delar hvari *A* $e_,$ indelas. Sedermera förfares vid stakningen af bågen $e_,$ *D* på samma sätt som vid stakningen af bågen *a e*.

Detta sätt att staka kurver medgifver, alldenstund tangentpunkterna kunna väljas fritt, kurvans formning efter för handen varande terrängförhållanden, men har olägenheten att fordra stort utrymme. I den mån den inre vinkeln mellan tangenterna är spetsig, måste tangenterna indelas i små delar för att kurvan må ansluta sig till dem.

*

Tabell 10. **Meter, decimeter, centimeter och millimeter förvandlade till svenska fot, tum, linier och gran.**

Meter. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ———— —————— —————— —————— —————— —————— —————— —————— —————— —————— —————— 0 0,000 3,368 6,736 10,104 13,472 16,841 20,209 23,577 26,945 30,313 10 33,681 37,049 40,417 43,785 47,153 50,522 53,890 57,258 60,626 63,994 20 67,362 70,730 74,098 77,466 80,834 84,203 87,571 90,939 94,307 97,675 30 101,043 104,411 107,779 111,147 114,515 117,884 121,252 124,620 127,988 131,356 40 134,724 138,092 141,460 144,828 148,196 151,565 154,933 158,301 161,669 165,037

50 168,405 171,773 175,141 178,509 181,877 185,246 188,614 191,982 195,350 198,718 60 202,086 205,454 208,822 212,190 215,558 218,927 222,295 225,663 229,031 232,399 70 235,767 239,135 242,503 245,871 249,239 252,608 255,976 259,344 262,712 266,080 80 269,448 272,816 276,184 279,552 282,920 286,289 289,657 293,025 296,393 299,761 90 303,129 306,497 309,865 313,233 316,601 319,970 323,388 326,706 330,074 333,442

Tabell 11. **Svenska fot, tum och linier förvandlade till meter, decimeter, centimeter och millimeter.**

Fot. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ——— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— 0 0,000 0,297 0,594 0,891 1,188 1,485 1,781 2,078 2,375 2,672 10 2,969 3,266 3,563 3,860 4,157 4,454 4,750 5,047 5,344 5,641 20 5,938 6,235 6,532 6,829 7,126 7,423 7,719 8,016 8,313 8,610 30 8,907 9,204 9,501 9,798 10,095 10,392 10,688 10,985 11,282 11,579 40 11,876 12,173 12,470 12,767 13,064 13,361 13,657 13,954 14,251 14,548

50 14,845 15,142 15,436 15,736 16,033 16,330 16,626 16,923 17,220 17,517 60 17,814 18,111 18,408 18,705 19,002 19,299 19,595 19,892 20,189 20,486 70 20,783 21,080 21,377 21,674 21,971 22,268 22,564 22,861 23,158 23,455 80 23,752 24,049 24,346 24,643 24,940 25,237 25,533 25,830 26,127 26,424 90 26,721 27,018 27,315 27,612 27,909 28,206 28,502 28,799 29,096 29,393

Tab. 12. **Qvadrat-meter, -decim., -centim. och -millim. förvandlade till svenska qvadrat-fot, -tum, -linier och -gran.**

Qv.meter

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

0,000

11,344

22,689

34,033

45,377

56,721

68,066

79,410

90,754

102,099

10

113,443

124,787

136,132

147,476

158,820

170,164

181,509

192,853

204,197

215,542

20

226,886

238,230

249,575

260,919

272,263

283,607

294,952

306,296

317,640

328,985

30

340,329

351,673

363,018

374,362

385,706

397,050

408,395

419,739

431,083

442,428

40

453,772

465,116

476,461

487,805

499,149

510,493

521,838

533,182

544,526

555,871

50 567,215 578,559 589,904 601,248 612,592 623,936 635,281 646,625 657,969 669,314 60 680,658 692,002 703,347 714,691 726,035 737,379 748,724 760,068 771,412 782,757 70 794,101 805,445 816,790 828,134 839,478 850,822 862,167 873,511 884,855 896,200 80 907,544 918,888 930,233 941,577 952,921 964,265 975,610 986,954 998,298 1009,643 90 1020,987 1032,331 1043,676 1055,020 1066,364 1077,708 1089,053 1100,397 1111,741 1123,086

Tab.13. **Svenska qvadrat-fot, -tum, -linier och -gran förvandlade till qvadrat-meter., -decim., -centim. och -millim.**

Qv.fot 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 —————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— 0 0,000 0,088 0,176 0,265 0,353 0,441 0,529 0,617 0,706 0,794 10 0,882 0,970 1,058 1,147 1,235 1,323 1,411 1,499 1,588 1,676 20 1,764 1,852 1,940 2,029 2,117 2,205 2,293 2,381 2,470 2,558 30 2,646 2,734 2,822 2,911 2,999 3,087 3,175 3,263 3,352 3,440 40 3,528 3,616 3,704 3 793 3,881 3,969 4,057 4,145 4,234 4,322

50 4,410 4,498 4,586 4,675 4,763 4,851 4,939 5,027 5,116 5,204 60 5,292 5,380 5,468 5,557 5,645 5,733 5,821 5,909 5,998 6,086 70 6,174 6,262 6,350 6,439 6,527 6,615 6,703 6,791 6,880 6,968 80 7,056 7,144 7,232 7,321 7,409 7,497 7,585 7,673 7,762 7,850 90 7,938 8,026 8,114 8,203 8,291 8,379 8,467 8,555 8,644 8,732

Tabell 14. **Hektar förvandlade till tunnland och kappland.**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ————————— ————————— ————————— ————————— ————————— ————————— ————————— ————————— ————————— ————————— 0 00: 0,0 2: 0,8 4: 1,6 6: 2,5 8: 3,3 10: 4,1 12: 4,9 14: 5,8 16: 6,6 18: 7,4 10 20: 8,2 22: 9,0 24: 9,9 26: 10,7 28: 11,5 30: 12,3 32: 13,2 34: 14,0 36: 14,8 38: 15,6 20 40: 16,4 42: 17,3 44: 18,1 46: 18,9 48: 19,7 50: 20,6 52: 21,4 54: 22,2 56: 23,0 58: 23,9 30 60: 24,7 62: 25,5 64: 26,3 66: 27,2 68: 28,0 70: 28,8 72: 29,6 74: 30,5 76: 31,3 79: 0,1 40 81: 0,9 83: 1,7 85: 2,5 87: 3,4 89: 4,2 91: 5,1 93: 5,8 95: 6,7 97: 7,5 99: 8,3 50 101: 9,1 103: 9,9 105: 10,8 107: 11,7 109: 12,5 111: 13,2 113: 14,1 115: 14,9 117: 15,7 119: 16,5 60 121: 17,3 123: 18,2 125: 19,0 127: 19,9 129: 20,7 131: 21,5 133: 22,3 135: 23,2 137: 23,9 139: 24,7 70 141: 25,6 143: 26,4 145: 27,2 147: 28,1 149: 28,9 151: 29,7 153: 30,5 155: 31,3 158: 0,1 160: 1,0

Tabell 15. **Tunnland förvandlade till hektar.**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 8 ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— 0 0,00 0,49 0,99 1,48 1,97 2,47 2,96 3,46 3,95 4,44 10 4,94 5,43 5,92 6,42 6,91 7,40 7,90 8,39 8,89 9,38 20 9,87 10,37 10,86 11,35 11,85 12,34 12,83 13,33 13,82 14,32 30 14,81 15,30 15,80 16,29 16,78 17,28 17,77 18,27 18,76 19,25 40 19,75 20,24 20,73 21,23 21,72 22,21 22,71 23,20 23,70 24,19 50 24,68 25,18 25,67 26,16 26,66 27,15 27,64 28,14 28,63 29,13 60 29,62 30,11 30,61 31,10 31,59 32,09 32,58 33,07 33,57 34,06 70 34,56 35,05 35,54 36,04 36,53 37,02 37,52 38,01 38,50 39,00

Tabell 16. **Kappland förvandlade till hektar.**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ———— ———— ———— ———— ———— ———— ———— ———— ———— ———— 0,02 0,03 0,05 0,06 0,08 0,09 0,11 0,12 0,14 0,15

Anm. l tab. 14 utmärka talen efter : kappland. Ex. 50 hektar = 101 tunnland och 9,1 kappland

Tab. 17.**Kubik-meter, -decimeter, -centimeter och -millimeter förvandlade till kubik-fot, -tum, -linier och -gran.**

K.-meter 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ———————— ———————— ———————— ———————— ———————— ———————— ———————— ———————— ———————— ———————— ———————— 0 0,000 38,209 76,418 114,627 152,836 191,045 229,253 267,462 305,671 343,880 10 382,089 420,298 458,507 496,716 534,925 573,134 611,342 649,551 687,760 725,969 20 764,178 802,387 840,596 878,805 917,014 955,223 993,431 1031,640 1069,849 1108,058 30 1146,267 1183,476 1222,685 1260,894 1299,103 1337,312 1375,520 1413,729 1451,938 1490,147 40 1528,356 1566,565 1604,774 1642,983 1681,192 1719,401 1757,609 1795,818 1834,027 1872,236

50 1910,445 1048,654 1986,863 2025,072 2063,281 2101,490 2139,698 2177,907 2216,116 2254,325 60 2292,534 2330,743 2368,952 2407,161 2445,370 2483,579 2521,787 2559,996 2598,205 2636,414 70 2674,623 2712,832 2751,041 2789,250 2827,459 2865,668 2903,876 2942,085 2980,294 3018,503 80 3056,712 3091,921 3133,130 3171,339 3209,548 3247,757 3285,965 3324,174 3362,383 3400,592 90 3438,801 3477,010 3515,219 3553,428 3591,637 3629,846 3668,054 3706,263 3744,472 3782,681

Tab. 18. **Kubik-fot, -tum, -linier och gran förvandlade till kubik-meter, -decimeter, -centimeter och -millimeter.**

Kub.fot. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ———————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— ————— 0 0,000 0,026 0,052 0,079 0,105 0,131 0,157 0,183 0,210 0,236 10 0,262 0,288 0,314 0,341 0,367 0,393 0,419 0,445 0,472 0,498 20 0,524 0,550 0,576 0,603 0,629 0,655 0,681 0,707 0,734 0,760 30 0,786 0,812 0,838 0,865 0,891 0,917 0,943 0,969 0,996 1,022 40 1,048 1,074 1,100 1,127 1,153 1,179 1,205 1,231 1,258 1,284

50 1,310 1,336 1,362 1,389 1,415 1,441 1,467 1,493 1,520 1,546 60 1,572 1,598 1,624 1,651 1,677 1,703 1,729 1,755 1,782 1,808 70 1,834 1,860 1,886 1,913 1,939 1,965 1,991 2,017 2,044 2,070 80 2,096 2,122 2,148 2,175 2,201 2,227 2,253 2,279 2,306 2,332 90 2,358 2,384 2,410 2,437 2,463 2,489 2,515 2,541 2,568 2,594